ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

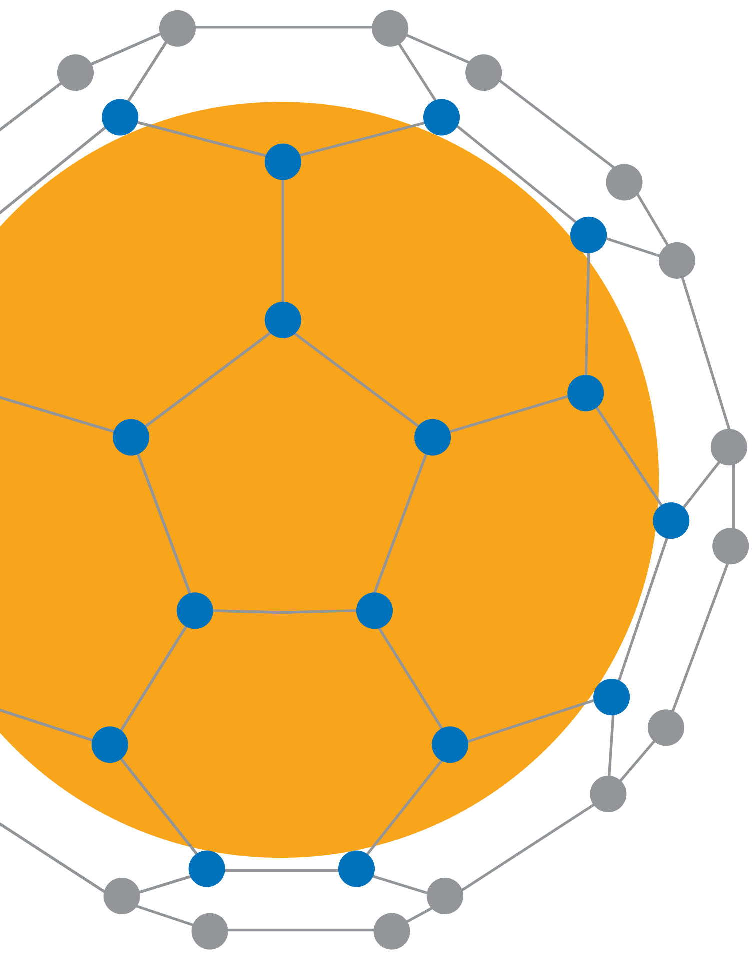
І. М. Гельфгат

10

ФІЗИКА

ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

ЗА НАВЧАЛЬНОЮ ПРОГРАМОЮ
АВТОРСЬКОГО КОЛЕКТИВУ
ПІД КЕРІВНИЦТВОМ ЛОКТЄВА В. М.



Інтернет-
підтримка

І. М. Гельфгат

ФІЗИКА

ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

ЗА НАВЧАЛЬНОЮ ПРОГРАМОЮ
АВТОРСЬКОГО КОЛЕКТИВУ
ПІД КЕРІВНИЦТВОМ ЛОКТЄВА В. М.

ПІДРУЧНИК ДЛЯ 10 КЛАСУ
ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ

РЕКОМЕНДОВАНО
МІНІСТЕРСТВОМ ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВ
ВИДАВНИЦТВО «РАНОК»
2018

УДК [53:37.016] (075.3)
Г32

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 31.05.2018 № 551)

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Ілюстрації художника *Володимира Хорошенка*

Гельфгат І. М.
Г32 Фізика (профільний рівень, за навчальною програмою авторського колективу під керівництвом Локтєва В. М.) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / І. М. Гельфгат. — Харків : Вид-во «Ранок», 2018. — 272 с. : іл., фот.

ISBN 978-617-09-4361-3

УДК [53:37.016] (075.3)

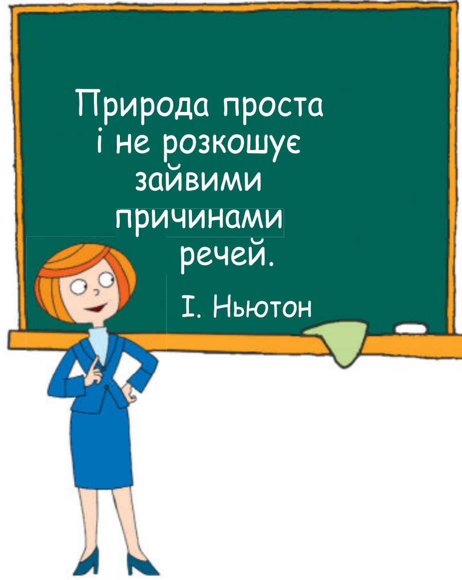
Інтернет-підтримка

Електронні матеріали
до підручника розміщено на сайті
interactive.ranok.com.ua

за посиланням
interactive.ranok.com.ua/qr.php?code=839

ISBN 978-617-09-4361-3

Дорогі друзі!



На вас чекає ще один рік шкільного навчання, протягом якого ви будете вивчати курс фізики 10 класу на профільному рівні. Отже, попереду багато цікавого!

Ви глибше ознайомитеся із законами механіки Ньютона, дізнаєтеся про основи спеціальної теорії відносності, закони молекулярної фізики та термодинаміки, а також про закони електростатики. Ви наблизитеся до глибокого розуміння законів природи, навчитеся застосовувати ці закони.

Хотілося б поділитися з вами захопленням досягненнями фізичної науки. Шлях до них торували геніальні вчені та рядові науковці, що працювали в багатьох країнах, у тому числі й в Україні.

Зверніть увагу на те, що параграфи завершуються рубриками: «*Підбиваємо підсумки*», «*Контрольні запитання*», «*Вправа*». Для чого вони потрібні і як з ними краще працювати?

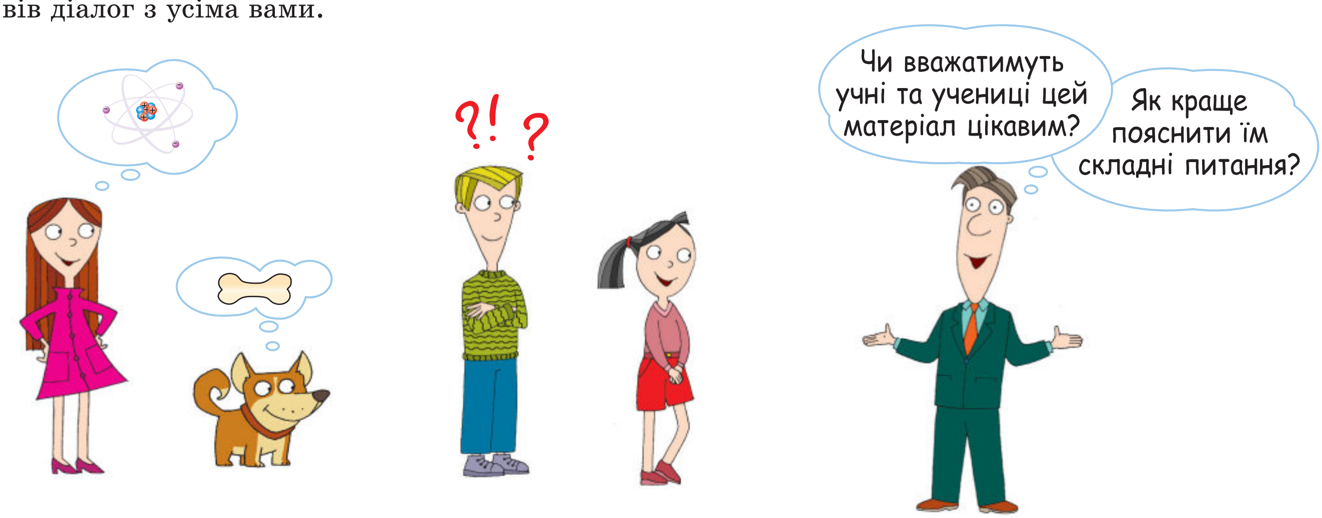
У рубриці «*Підбиваємо підсумки*» подано відомості про основні поняття та явища, з якими ви ознайомилися в параграфі. Отже, ви маєте можливість іще раз звернути увагу на головне.

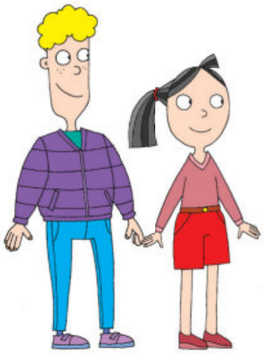
«*Контрольні запитання*» допоможуть з'ясувати, чи зрозуміли ви вивчений матеріал. Якщо ви зможете відповісти на кожне запитання, то все гаразд, якщо ж ні, знову зверніться до тексту параграфа.

Рубрика «*Вправа*» зробить вашу подорож у дивовижний світ фізики ще цікавішою, адже ви зможете застосувати отримані знання на практиці. Завдання цієї рубрики диференційовані за рівнями складності — від доволі простих, що потребують лише уважності, до творчих, розв'язуючи які, слід виявити кмітливість і наполегливість. Номер кожного завдання має відповідний колір (у порядку підвищення складності: синій, зелений, оранжевий, червоний, фіолетовий).

Серед завдань є такі, що слугують для повторення матеріалу, який ви вже вивчали в курсах природознавства, математики або на попередніх уроках фізики.

Профільний курс фізики 10 класу об'ємний і змістовний. Тому під час написання кожного рядка цього підручника автор подумки вів діалог з усіма вами.





От таким чином на сторінках підручника з'явилися ваші ровесники і ровесниці. Вони ставлять запитання, висловлюють сумніви, задоволення або незадоволення… Проте головна оцінка — за вами.

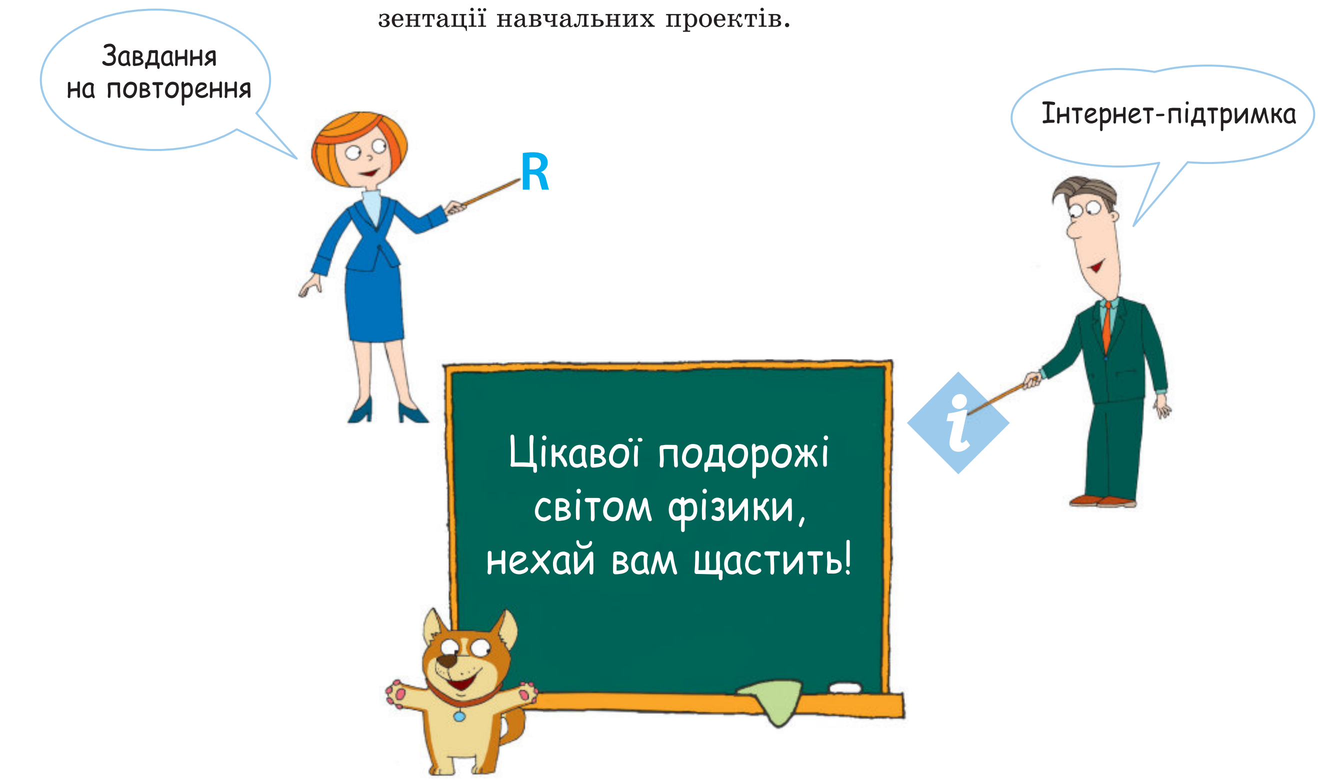
Фізика — наука насамперед експериментальна, тому в підручнику на вас очікують *експериментальні завдання*. Виконуйте їх — і ви будете краще розуміти фізику.

Матеріали, запропоновані наприкінці кожного розділу в рубриках «*Підбиваємо підсумки розділу*» і «*Завдання для самоперевірки*», допоможуть систематизувати отримані знання, будуть корисними під час повторення вивченого та в ході підготовки до контрольних робіт.

Для тих, хто хоче знати більше про розвиток фізичної науки й техніки в Україні та світі, знайдеться чимало цікавого й корисного в рубриках «*Навколо фізики*», «*Фізика і техніка в Україні*», «*Енциклопедична сторінка*». Найскладнішу частину тексту, яку призначено для найбільш зацікавленого фізикою читацького кола, подано під рубрикою «*Розберемося глибше*».

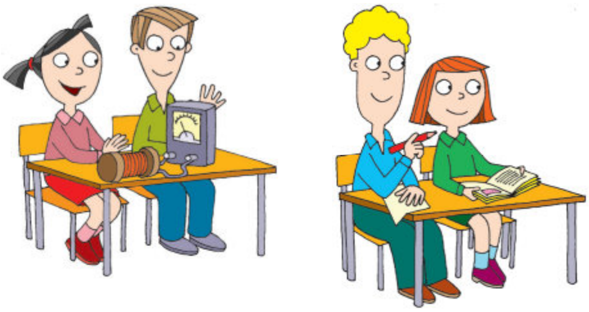
У підручнику використано позначки, які допоможуть вам орієнтуватися в навчальному матеріалі.

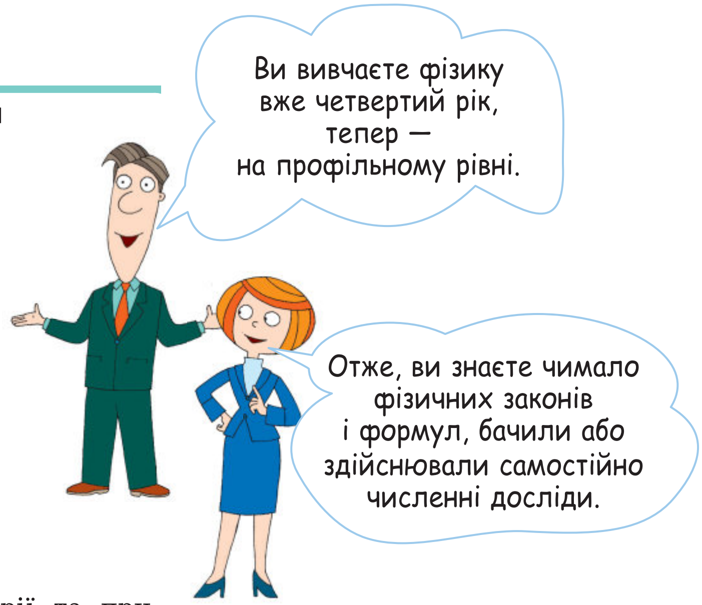
Зверніть особливу увагу на посилання *i*, що рекомендує скористатися інтернет-підтримкою. На електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання» (interactive.ranok.com.ua) ви знайдете матеріали, що є невід'ємною частиною підручника, але з технічних причин не ввійшли до «паперової» версії. Крім того, тут розміщено відеоролики, що показують у дії той чи інший фізичний дослід або процес; інформацію, яка допоможе вам у виконанні завдань; тренувальні тестові завдання з комп'ютерною перевіркою; корисні поради, що стануть вам у пригоді під час створення і презентації навчальних проектів.



ВСТУП

1 Зародження й розвиток фізики як науки





Фізика вивчає загальні властивості матерії та природних явищ, виявляє загальні закони, які описують ці явища. Коло об'єктів, які розглядає ця наука, є дуже широким: від фундаментальних частинок матерії до Всесвіту в цілому. Фізику називають фундаментальною наукою, тому що встановлені в ній закони (наприклад, закони збереження) застосовують усі інші природничі науки.

Жодна з природничих наук не пов'язана так тісно з математикою, як фізика. Фізика неможлива без досконалого математичного апарату. Проте й математика багато чим зобов'язана фізиці. Багато які з математичних теорій було створено для розв'язування задач, поставлених саме фізикою. Досить згадати, що великий фізик Ісаак Ньютон був і одним із творців диференціального та інтегрального числень.

Деякі вивчені вами закони фізики були відкриті ще давньогрецькими вченими, зокрема Архімедом. Одна з основних книжок Арістотеля називалася «Фізика» (від давньогрецького «природа»). Інший давньогрецький мислитель, Демокріт, сповідав дуже сміливу ідею, що «існують тільки атоми та порожнеча».

Проте найбільша заслуга у створенні фізики в сучасному розумінні цього слова, як цілісної науки про природу, належить Ґ. Ґалілею та І. Ньютону. Саме Ґалілей «поставив» фізику на міцну експериментальну основу.

Фізика ґрунтується на експериментальних даних, її завдання — формулювання законів, які пояснюють результати вже проведених експериментів і дозволяють передбачити результати нових, ще не здійснених.

! Фізика зосереджується на вивченні найпростіших явищ і встановленні найбільш фундаментальних закономірностей: вона визначає будову матерії, рух і взаємодію частинок матерії, їх взаємні перетворення.

Від часів Ґалілея та Ньютона минуло вже близько чотирьох століть. Ці століття були для фізики не тільки часом накопичування знань. Фізика пережила кілька наукових революцій, кожна з яких серйозно змінювала погляди вчених на наш світ і закони, які ним керують. Після наукової революції XIX століття, яку пов'язують з роботами Дж. Максвелла, в науку ввійшло поняття електромагнітного поля. Приблизно в той же час було закладено основи статистичної фізики, тобто в фізиці стали широко застосовувати поняття ймовірності. Наукова революція перших десятиліть XX століття завершилася створенням квантової теорії (квантової механіки та квантової електродинаміки). Ці теорії докорінно змінили навіть наукові уявлення про причинні зв'язки між явищами.

Можна впевнено сказати, що кожна наукова революція змінювала світогляд людей (принаймні освічених).

Вивчаючи фізику в старших класах, ви дізнаєтеся про наукові революції минулого. Ви й самі будете брати участь у наступній науковій революції (деякі авторитетні вчені вважають, що вона вже на порозі). А революція в фізиці завжди веде за собою й дуже серйозні зміни для всього людства.

У побуті та на виробництві, не кажучи вже про наукові лабораторії, нас оточують численні пристрої, створені завдяки досягненням фізики. Найпомітнішими для вас є смартфони та ноутбуки з доступом в Інтернет, калькулятори та телевізори (їх елементну базу розроблено завдяки досягненням фізики напівпровідників). Проте згадаємо й про виробництво електроенергії, про ліфти та поїзди, літаки та електромобілі, сучасну медичну апаратуру... Цей перелік можна продовжувати без кінця, і в кожному його пункті будуть «заховані» численні досягнення фізичної науки та створених на цій основі технологій.

Нині добробут і безпека людства, як ніколи, залежать від розвитку науки. Перед світовою спільнотою постало багато проблем — від глобального потепління до можливого застосування найсучаснішої зброї певними державами або терористами. Можна звинувачувати науку за створення проблем, але без подальшого її розвитку позбутися цих проблем уже неможливо. Роль фізики як найфундаментальнішої природничої науки в наш час важко переоцінити.

2 Теорія та експеримент

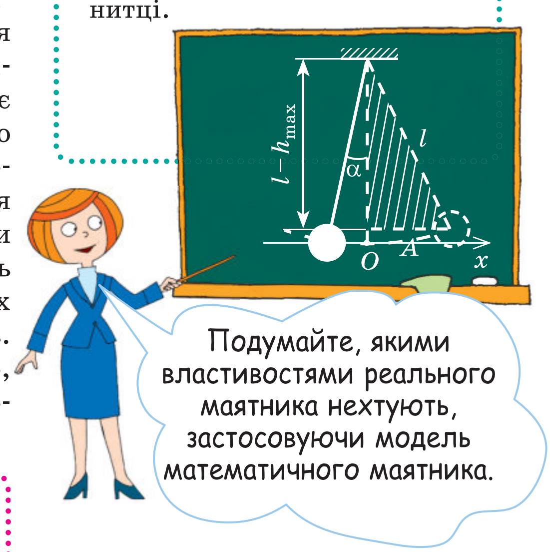
Фізика як природнича наука базується на експериментальних даних. Узагальнення й аналіз результатів спостережень і дослідів дозволяють формулювати певні гіпотези щодо загальних рис природних явищ і зв'язків між ними. Гіпотези перевіряються за допомогою продуманих і спланованих експериментів, у яких досліджувані явища спостерігаються в «максимально чистому» вигляді. Якщо експеримент не підтверджує гіпотезу, то це є «вироком» для неї. Якщо ж підтверджує, то на основі цієї гіпотези розробляється певна фізична теорія. На цьому етапі зазвичай встановлюються математичні зв'язки між фізичними величинами.

Жодна фізична теорія не може описати *всі* властивості фізичного об'єкта та *всі* пов'язані з ним явища. Наприклад, рух випущеної з рушниці кулі супроводжується виникненням вихорів у повітрі, нагрівання кулі спричиняє її теплове випромінювання, під час її руху виникає звук тощо. Якщо нас цікавить траєкторія руху кулі, то нема потреби враховувати *всі* перелічені явища (а наведений перелік можна продовжити). Тому фізична теорія оперує **фізичними моделями** — уявними ідеалізованими об'єктами, що мають *головні* риси реальних і дозволяють спростити аналіз явищ. Несуттєвими ж рисами реальних об'єктів під час застосування фізичних моделей нехтують. Прикладами фізичних моделей є матеріальна точка (тіло, розмірами якого в даній задачі можна знехтувати), абсолютно тверде тіло, математичний маятник тощо.

! Фундаментальні фізичні теорії — класична механіка Ньютона, електродинаміка Максвелла, статистична фізика та термодинаміка, спеціальна теорія відносності Ейнштейна, теорія тяжіння (загальна теорія відносності), квантова механіка та квантова електродинаміка. Сучасна фізика наблизилася й до пояснення властивостей елементарних частинок. На основі небагатьох існуючих фундаментальних теорій вдалося зрозуміти причини безлічі природних явищ, створити сучасну технічну цивілізацію.

Теорія та експеримент у фізиці тісно пов'язані. Упродовж століть видатні вчені (Ґалілей і Ньютон, Гюйґенс і Ампер) поєднували теоретичні та експериментальні дослідження. Проте починаючи з XX століття таке поєднання стає великою рідкістю, переважна більшість фізиків спеціалізується або на теоретичній, або на експериментальній фізиці. Такий поділ пояснюється великою складністю як математичного апарату сучасних фізичних теорій, так і техніки сучасного експерименту.

Математичний маятник — це матеріальна точка, підвішена на невагомій нерозтяжній нитці.



3 Вимірювання та їх похибки (невизначеності)

Для кількісного описання фізичних явищ або об'єктів необхідно застосовувати фізичні величини (масу, об'єм, швидкість руху, температуру, енергію тощо). Тому важливою складовою фізичних експериментів є **вимірювання**.

! Виміряти фізичну величину — значить порівняти її з однорідною величиною, яку приймають за одиницю.

Під час прямих вимірювань таке порівняння відбувається безпосередньо (ми визначаємо, скільки сантиметрових поділок вміщається в ширині аркуша паперу або біля якої поділки шкали зупиняється стовпчик ртуті в термометрі). Зазвичай при цьому застосовують вимірювальні прилади. Але довжину дистанції можна виміряти й просто кроками.

Якщо ж ви маєте мірний циліндр з рідиною та важільні терези з гирями, то для визначення густини ρ металу, з якого виготовлена кулька, можна спочатку виміряти масу m та об'єм V цієї кульки, після чого застосувати формулу $\rho = \frac{m}{V}$. Це приклад непрямого вимірювання.

У різні часи та в різних країнах могли застосовувати різні одиниці для однієї і тієї самої фізичної величини. Наведемо, наприклад, різні одиниці довжини: стадії, фути, ярди, дюйми, вершки, сажні, льє, морські милі... І це ще далеко не повний перелік. А в міру розвитку науки з'являлися нові фізичні величини. Отже, потрібні були й нові одиниці. Тому виникла потреба у встановленні певного порядку в застосованих одиницях. Від окремих, часто довільних, одиниць перейшли до систем одиниць. Нині найбільш уживаною є **Міжнародна система одиниць СІ**.

Навколо фізики

Така позасистемна одиниця довжини, як фут, і досі є вживаною в багатьох країнах. Існує багато різних одиниць під такою назвою, усі вони дещо відрізняються одна від одної. Найбільш уживаним з них є міжнародний фут, що дорівнює приблизно 0,305 м. А от, наприклад, швейцарський фут дорівнює «лише» 0,3 м. Така різниця одиниць іноді не дуже заважає в побуті, але є абсолютно неприйнятною для сучасної техніки та економіки. А колись фут як одиниця довжини цілком задовольняв потреби людей. «Королівський фут» в Англії вважали рівним довжині ступні короля. Отже, ця одиниця змінювалася кожного разу зі зміною особи на престолі. Потім визначення фута удосконалили: за фут приймали середню довжину ступні 16 осіб, які виходили з храму від заутрені в неділю. Ця одиниця теж могла змінюватися щотижня та бути різною в сусідніх селищах, проте різниця вже була меншою. Таким був початок шляху до загальних одиниць для всього світу.

В основі СІ лежать незалежні одна від одної **основні одиниці**. У наш час в СІ визначено сім основних фізичних величин: довжина, маса, час, електричний струм, термодинамічна температура, кількість речовини та сила світла. Відповідними основними одиницями є метр (м), кілограм (кг), секунда (с), ампер (А), кельвін (К), моль та кандела (кд).

Інші, похідні одиниці встановлюються за допомогою рівнянь, що виражають зв'язки між фізичними величинами. Наприклад, одиниця швидкості (м/с) виражається через одиниці довжини (м) та часу (с), а одиниця енергії (Дж) — через одиниці довжини, часу та маси $\left(1\,\text{Дж} = 1\,\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}\right)$.

Визначення деяких основних одиниць пов'язує їх з певними прототипами. Існує, наприклад, прототип кілограма: 1 кг — це маса платино-іридієвого циліндра (рис. 1), що зберігається в Міжнародному бюро мір та ваг у Франції. А от метр визначається як довжина шляху, який світло проходить у вакуумі за $\dfrac{1}{299\,792\,458}$ секунди. Відповідно до цього визначення швидкість c світла у вакуумі тепер відома точно: $c = 299\,792\,458$ м/с.

Для скорочення запису великих і малих значень фізичних величин застосовують кратні та частинні одиниці, а для їх запису — відповідні префікси. Деякі з них наведено в табл. 1.

Рис. 1. Прототип кілограма

Таблиця 1

Префікси кратних і частинних одиниць

Кратність	Префікс	Позначення	Кратність	Префікс	Позначення
10^3	кіло	к	10^{-2}	санти	с
10^6	мега	М	10^{-3}	мілі	м
10^9	гіга	Г	10^{-6}	мікро	мк
10^{12}	тера	Т	10^{-9}	нано	н
10^{15}	пета	П	10^{-12}	піко	п

Реальні вимірювання не бувають абсолютно точними. Різницю між виміряним і дійсним значенням фізичної величини традиційно називають **похибкою вимірювання** (нині все частіше застосовують термін «**невизначеність**»). Усі невизначеності вимірювань поділяють на **випадкові** та **систематичні**. Невизначеності можна тільки приблизно оцінити.

Щоб оцінити випадкові невизначеності, треба провести серію вимірювань за одних і тих самих умов. Отримані значення фізичної величини можуть не збігатися, що свідчитиме про наявність випадкових невизначеностей. Їх причиною може бути, наприклад, «людський фактор»: під час вимірювання тривалості процесу часу за допомогою секундоміра експериментатор може трохи забаритися або поспішити натиснути на кнопку.

Теорія ймовірностей допомагає значно підвищити точність вимірювань за наявності випадкових невизначеностей, якщо є можливість провести досить велику кількість N вимірювань однієї і тієї самої величини A. Якщо отримано значення A_1, A_2, ..., A_N (серед них можуть бути й однакові), то за приблизне значення вимірюваної величини приймають середнє арифметичне

$$A_{\text{сер}} = \frac{A_1 + A_2 + \ldots + A_N}{N}.$$

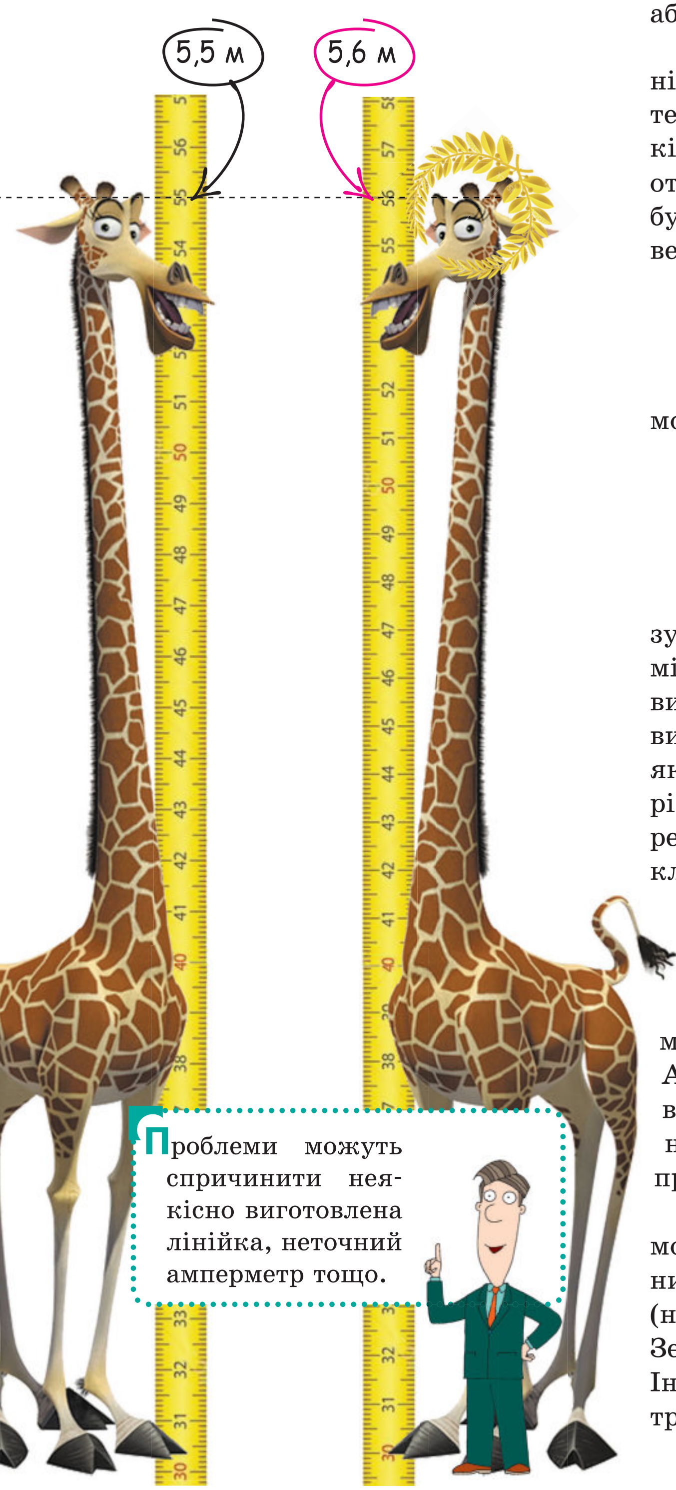
Середню невизначеність серії вимірювань $(N \gg 1)$ можна обчислити за формулою

$$\Delta A_{\text{вип}} = \frac{\sqrt{\left(A_1 - A_{\text{сер}}\right)^2 + \left(A_2 - A_{\text{сер}}\right)^2 + \ldots + \left(A_N - A_{\text{сер}}\right)^2}}{N}.$$

Навіть якщо всі вимірювання дають однакові результати, це ще не гарантує «абсолютної» точності вимірювань — адже обов'язково існують систематичні невизначеності, які можуть просто повторюватися в усіх вимірюваннях. Наприклад, якщо ви застосовуєте неякісну гирю з написом «100 г», справжня маса якої дорівнює 99 г, то тільки «завдяки» їй ви отримуватимете результати зважувань, завищені на 1 г. Цей та інші приклади ілюструють *невизначеності приладів*. Невизначеність за будь-яких умов не може бути меншою від половини ціни поділки відповідного приладу (наприклад, для учнівської лінійки — не менше ніж 0,5 мм).

Існують також невизначеності, зумовлені вибраним методом вимірювань: наприклад, неврахування сили Архімеда під час зважування тіла в повітрі або неврахування магнітного поля Землі під час вимірювання магнітного поля слабкого струму. Можна навести й інші причини систематичних невизначеностей.

Зрозуміло, що систематичних невизначеностей не можна позбутися повторними вимірюваннями. Загальних рецептів тут взагалі не існує. Треба вносити поправки (наприклад, урахувати силу Архімеда або магнітне поле Землі) або винайти більш досконалий метод вимірювань. Іноді це потребує великого таланту експериментатора та тривалої копіткої роботи.



Проблеми можуть спричинити неякісно виготовлена лінійка, неточний амперметр тощо.

Якщо вже випадкову $(\Delta A_{\text{вип}})$ та систематичну $(\Delta A_{\text{сист}})$ невизначеності вимірювань знайдено, то загальна невизначеність (похибка) вимірювань $\Delta A = \sqrt{\Delta A_{\text{вип}}^2 + \Delta A_{\text{сист}}^2}$.

Це означає, що істинне значення величини A з великою ймовірністю належить інтервалу (рис. 2) від $A_{\min} = A_{\text{сер}} - \Delta A$ до $A_{\max} = A_{\text{сер}} + \Delta A$. Результат вимірювань можна записати у вигляді $A = A_{\text{сер}} \pm \Delta A$.

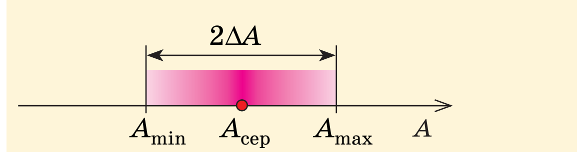


Рис. 2. Інтервал імовірних значень вимірюваної величини

Отримане значення ΔA ще не повністю характеризує точність вимірювання. Очевидно, що виміряти висоту будівлі з точністю до 1 см набагато складніше, ніж виміряти ширину аркуша паперу з точністю до 0,5 см. Перше вимірювання слід уважати набагато точнішим. Важливою характеристикою якості вимірювань є відносна похибка (невизначеність)

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A_{\text{сер}}}.$$

Цю величину часто наводять у відсотках:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A_{\text{сер}}} \cdot 100\,\%.$$

Якщо для непрямого вимірювання величини z спочатку вимірюють величини x, y, а потім виражають z через x, y, то й невизначеності Δz, ε_z можна виразити через невизначеності величин x, y. Для невеликих невизначеностей можна довести співвідношення

$$\Delta(x \pm y) = \Delta x + \Delta y, \quad \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{\frac{x}{y}} = \varepsilon_x + \varepsilon_y.$$

Приклад

Якщо масу тіла визначили з точністю $\varepsilon_m = 1\,\%$, а об'єм — з точністю $\varepsilon_V = 4\,\%$, то густину речовини цього тіла можна знайти з точністю $\varepsilon_\rho = \varepsilon_{\frac{m}{V}} = \varepsilon_m + \varepsilon_V = 5\,\%$.

Через невизначеності вимірювань значення фізичних величин зазвичай відомі лише наближено. Тому під час розрахунків слід дотримуватися правил наближених обчислень. З цих правил випливає, що не треба записувати значення величин з точністю, яка не відповідає невизначеності вимірювань.

Припустимо, під час вимірювання густини підрахунки дали такі значення: $\rho_{\text{сер}} = 2840$ кг/м^3 і $\Delta\rho = 335$ кг/м^3. Тоді перш за все треба округлити отримане значення $\Delta\rho$ *до однієї значущої цифри в бік збільшення*, тобто записати $\Delta\rho \approx 400$ кг/м^3. Далі треба округлити числове значення $\rho_{\text{сер}}$ до сотень. Отримаємо $\rho_{\text{сер}} \approx 2800$ кг/м^3, тобто $\rho = 2800 \pm 400$ (кг/м^3).

4 Деякі елементи математичного апарату курсу фізики

У сучасній фізиці застосовують математичні величини різних типів, зокрема скалярні та векторні.

Значення **скалярних величин** у певних одиницях задаються числами: наприклад, густина води дорівнює 1000 кг/м^3, а тривалість земної доби — 24 год.

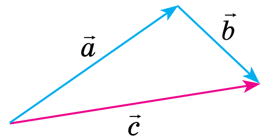
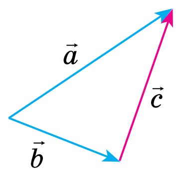
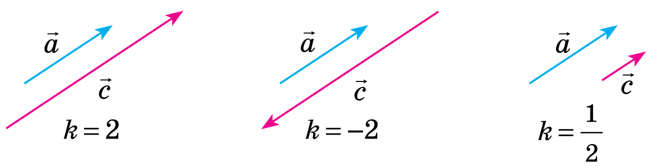
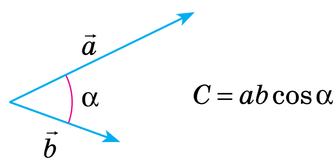
Векторні ж величини характеризуються не тільки числовим значенням, а й напрямом. *Вектор — це напрямлений відрізок*. Довжину такого відрізка називають модулем вектора. Щоб відрізняти в записі векторні та скалярні величини, над позначенням векторної величини ставлять стрілку (наприклад, $\vec{v}$ позначає вектор швидкості, а v — модуль швидкості). Існують також інші позначення векторних величин, але в цьому підручнику ми їх не застосовуватимемо.

Одним із прикладів векторних величин є сила $\vec{F}$. Ви вже знаєте з курсу фізики, що дія сили на тіло залежить не тільки від модуля цієї сили, а й від її напряму.

Застосування векторних величин передбачає виконання над ними певних операцій. Нагадаємо про ці операції (табл. 2): додавання та віднімання, множення (ділення) на скалярну величину, визначення скалярного добутку двох векторів (існує й векторний добуток, але його зазвичай не використовують у шкільному курсі фізики).

Таблиця 2

Дії над векторами та їх проекціями

Дія	Рисунок	Дія над проекціями
Додавання: $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$		$c_x=a_x+b_x$, $c_y=a_y+b_y$, $c_z=a_z+b_z$
Віднімання: $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$		$c_x=a_x-b_x$, $c_y=a_y-b_y$, $c_z=a_z-b_z$
Множення на скаляр: $\vec{c}=k\cdot\vec{a}$		$c_x=ka_x$, $c_y=ka_y$, $c_z=ka_z$
Отримання скалярного добутку: $C=\vec{a}\cdot\vec{b}$		$C=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$

Під час обчислень, пов'язаних з векторними величинами, буває зручно застосовувати **проекції векторів**. Наочний зміст проекцій зручно показати на прикладі векторів у площині xOy: якщо уявити, що ми «освітлюємо» вектор $\vec{a}$ променями, перпендикулярними до осі координат, то проекція (a_x або a_y) — просто довжина «тіні», яку відкидає вектор на відповідну вісь (рис. 3). Цю величину вважають додатною, якщо вектор утворює гострий кут із віссю, і від'ємною — якщо кут між вектором і віссю тупий.

Можна дати й більш строге та точне визначення проекцій. Розгляньмо одиничні вектори $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$, напрямлені відповідно вздовж координатних осей x, y, z. Будь-який вектор, паралельний осі Ox, можна записати як добуток $\vec{e}_1$ на певне число. Вектори ж, паралельні осям Oy і Oz, так само можна виразити через одиничні вектори $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$. Оскільки ж довільний вектор у просторі можна записати як суму трьох векторів, паралельних координатним осям, отримуємо $\vec{a} = a_x\vec{e}_1 + a_y\vec{e}_2 + a_z\vec{e}_3$. Числові коефіцієнти перед одиничними векторами — це проекції вектора $\vec{a}$ на відповідні осі.

Ми вже згадували про створення диференціального та інтегрального числень. Центральними поняттями в цих розділах математики є **похідна** та **інтеграл**.

Похідна функції $y(x)$ характеризує швидкість зміни цієї функції. Якщо не вдаватися до суто математичних тонкощів, то це відношення прирощення функції Δy до прирощення аргументу Δx, коли значення Δx є достатньо малим (строго кажучи, воно має прямувати до нуля). Похідну позначають як $y'(x)$ або $\frac{dy}{dx}$. Визначення похідної функції називають диференціюванням, а зворотну операцію (визначення функції за її похідної) — інтегруванням.

Похідна має простий геометричний зміст: це кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції в певній точці (рис. 4). Очевидно, що мала ділянка графіка функції поблизу точки M майже збігається з малою ділянкою дотичної, проведеної в точці M. Тому $\Delta y = \Delta x \cdot \operatorname{tg}\alpha$. Отже, у точці M похідна функції $y'(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg}\alpha$.

Якщо похідна функції на певному інтервалі є позитивною, то функція на цьому інтервалі зростає, якщо негативною — функція убуває (рис. 5). Якщо нас цікавить положення екстремумів функції (максимумів або мінімумів) усередині певного інтервалу, то необхідною умовою екстремуму є виконання співвідношення $y'(x) = 0$.

У шкільному курсі математики вивчаються правила диференціювання. Нагадаємо лише кілька часто вживаних похідних: $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$ (тут n може бути й нецілим, і від'ємним), $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Не менш важливим для фізики є застосування інтегралів (зокрема визначеного інтегралу). Потреба в інтегруванні виникає, коли визначають об'єм тіла або площу його поверхні; шлях, пройдений тілом під час нерівномірного руху, тощо. У всіх цих випадках необхідно знайти суму дуже великої кількості дуже малих доданків (у граничному випадку — безкінечної кількості нескінченно малих доданків).

Можна довести, що внаслідок зменшення ширини окремих смужок загальна похибка визначення площі прямує до нуля.

У шкільному курсі математики вивчаються правила інтегрування.

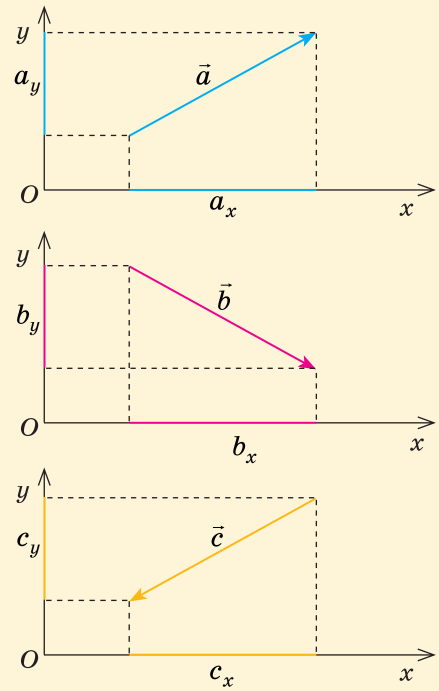


Рис. 3. Проекції векторів на осі координат: $a_x > 0$, $a_y > 0$, $b_x > 0$, $b_y < 0$, $c_x < 0$, $c_y < 0$

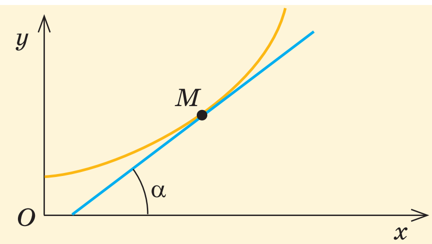


Рис. 4. Геометричний зміст похідної функції

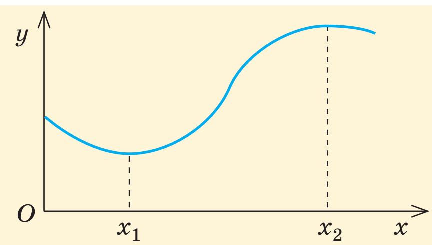
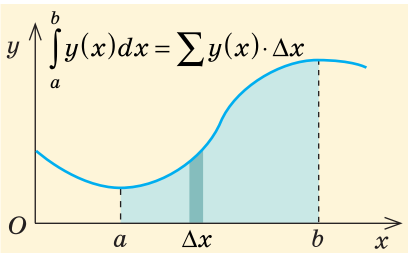


Рис. 5. Зв'язок похідної функції зі зростанням і убуванням цієї функції: $y'(x) < 0$ на інтервалі $0 < x < x_1$; $y'(x) > 0$ на інтервалі $x_1 < x < x_2$. У точках мінімуму x_1 та максимуму x_2 похідна функції дорівнює нулю

Приклад

Якщо потрібно знайти площу під графіком функції $y(x)$, то ми подумки розбиваємо цю площу на вузькі вертикальні смужки. Площу кожної смужки можна приблизно обчислити як добуток її ширини Δx на висоту в якійсь із точок, тобто на значення функції в цій точці: $\Delta S = \Delta x \cdot y(x)$. Після цього залишається тільки знайти суму площ усіх смужок. Це й буде інтеграл від функції $y(x)$ у межах від a до b.



5 Числові методи. Фізика та сучасні цифрові технології

Навіть спрощені моделі, які розглядають у сучасній фізиці, часто приводять до складних рівнянь, які не вдається розв'язати аналітично (тобто отримати розв'язання у вигляді формули). Тому фізики широко застосовують числові методи. Зазвичай вони потребують проведення розрахунків за допомогою комп'ютерів, але класичним є приклад відкриття Нептуна завдяки аналізу аномалій руху Урана, а цей аналіз було здійснено за ціле століття до появи ЕОМ.

Правильну відповідь щодо корекції руху ракети або режиму роботи прокатного стану треба отримувати не після місяців обчислень, а протягом кількох хвилин або навіть секунд. Сучасні числові методи та потужні ЕОМ дають можливість розв'язувати такі задачі, про які ще кілька десятиліть тому годі було й мріяти. Проте створення математичних моделей таких задач і відповідних алгоритмів залишається непростою справою.

Комп'ютерні моделі, що базуються на математичних моделях реальних явищ, застосовують для приблизної оцінки поведінки систем, які є занадто складними для аналітичного дослідження. Такі моделі дозволяють здійснювати «обчислювальні експерименти» в тих випадках, коли реальні експерименти провести неможливо.

Саме проведення обчислювального експерименту дозволило зробити висновок про неминучу «ядерну зиму», що очікує на Землю внаслідок повномасштабного застосування наявної ядерної зброї. Жахливо навіть уявити, до чого призвів би реальний «експеримент» такого роду.

Розвиток систем обробки інформації зробив можливими численні **цифрові технології**. Ви напевно чули про цифровий звук, цифрове телебачення тощо. Усі ці технології ґрунтуються на цифровому форматі інформації, тобто роботі з сигналами, що являють собою послідовності «нулів» і «одиниць».

Цифрові технології значно розширили можливості фізичних вимірювань. Проте самі ці технології були б неможливими без напівпровідникової елементної бази сучасної електроніки, створеної завдяки досягненням сучасної фізики.

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади застосування фізичних моделей. **2.** Що значить виміряти фізичну величину? **3.** Наведіть приклади прямих і непрямих вимірювань. **4.** Як побудовано Міжнародну систему одиниць (СІ)? **5.** Як можна зменшити випадкові невизначеності вимірювань? **6.** Які з відомих вам фізичних величин є похідними від інших фізичних величин?

Розділ 1
МЕХАНІКА

§ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ КІНЕМАТИКИ. ОСНОВНА ЗАДАЧА МЕХАНІКИ

1 Простір і час

Є поняття, які більшість людей уважає очевидними та такими, що не потребують пояснень і обговорення. Саме до цих понять можна віднести простір і час. Кожна подія, кожне явище відбуваються «десь» і «колись», тобто мають певні координати в просторі та часі. Упродовж тисячоліть простір і час нібито відігравали роль «сцени», на якій розігруються всі події нашого світу. Саму «сцену» вважали незмінною та такою, що не залежить від будь-яких подій.

Стародавні мислителі розрізняли «земні» та «небесні» явища, для яких нібито існували зовсім різні закони. Але згодом стало зрозумілим, що всюди в нашому Всесвіті діють одні й ті самі загальні закони. Політ комахи та рух зір і планет однаково підкоряються цим законам. Отже, існує «неподільний» світовий простір.

А вже на початку XX століття створена Ейнштейном спеціальна теорія відносності показала, що не існує «окремих» простору та часу, вони тісно поєднані між собою та утворюють «цільний» простір-час. У наступному розділі підручника ви дізнаєтеся про це докладніше.

Зі створеної ж Ейнштейном дещо пізніше теорії (загальної теорії відносності, або теорії тяжіння) випливає, що простір-час не є чимось незмінним і незалежним від матерії. Виявляється, що тяжіння є проявом викривлення простору-часу під дією матеріальних об'єктів.

Про все це ви згодом можете дізнатися, вивчаючи фізику. А поки простір і час будуть для нас, як і для вчених XVII–XIX століть, тільки згаданою вище «сценою», на якій відбуватимуться механічні явища — у першу чергу механічний рух.

Рис. 1.1. Зручний вибір тіла відліку (ТВ) для розгляду механічного руху

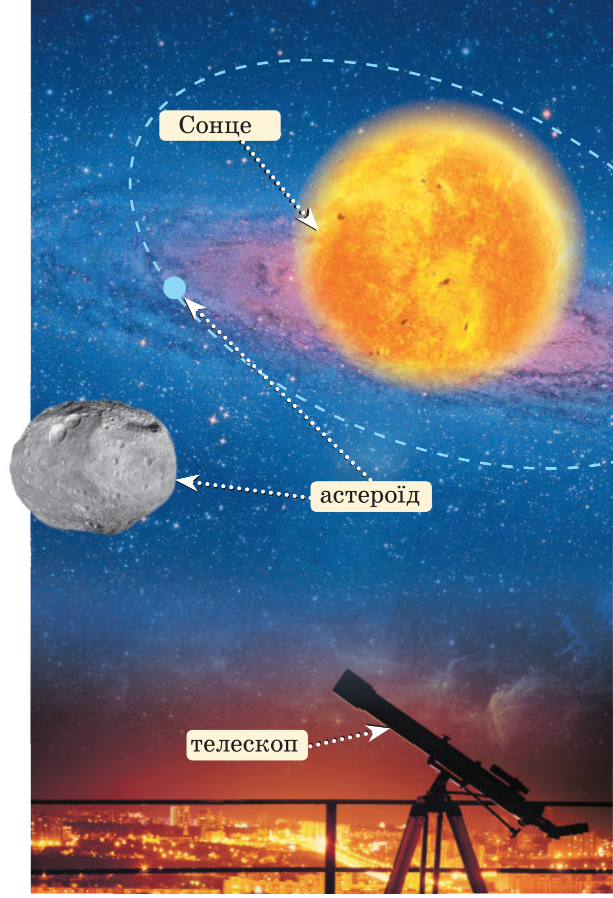
2 Механічний рух і системи відліку

З курсу фізики 7 і 9 класів ви вже знаєте:

! **механічний рух** — це зміна з часом положення тіла (або частин тіла) у просторі відносно інших тіл.

Тіло, відносно якого розглядається рух, називають **тілом відліку**. Зазвичай ми підсвідомо вибираємо найзручніше тіло відліку: для руху спортсменок це Земля, а для пасажирів, що проходять салоном авіалайнера, — корпус цього авіалайнера (рис. 1.1, *а*, *б*).

Для кількісного опису руху тіла треба задавати положення цього тіла відносно тіла відліку в різні моменти часу. Отже, треба вимірювати час і характеризувати положення тіла. Для вимірювання часу потрібен відповідний прилад (механічний або електронний секундомір, годинник тощо). А щоб задавати числові характеристики положення тіла, необхідно вибрати певну систему координат. Ця система координат має бути пов'язана з тілом відліку.



Тіло відліку, пов'язана з ним система координат і годинник (пристрій для відліку часу) утворюють **систему відліку**.

Доки не вибрано систему відліку, ми не можемо навіть стверджувати, що тіло рухається або перебуває у спокої (коли ви спокійно спите у своєму ліжку, ви рухаєтеся навколо Сонця з шаленою швидкістю). Отже, рух тіл завжди є відносним. Пасажир, що дивиться з вікна вагона на поїзд біля сусіднього перону, не завжди може визначити, який саме з поїздів рушає з місця (тобто починає рухатися відносно Землі): він тільки бачить, що поїзди почали рухатися *один відносно одного*.

Найпростіше розглядати механічний рух **матеріальної точки** — *тіла, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати*. Це фізична модель реального тіла в умовах певної задачі. Наприклад, якщо нас цікавить період обертання астероїда навколо Сонця, то розмір астероїда є несуттєвим, його можна розглядати як матеріальну точку. Якщо ж астроном підраховує, з якої відстані можна спостерігати цей астероїд за допомогою телескопа, то в підрахунках необхідно зважити на розмір астероїда. Розглядати його як матеріальну точку вже не можна.

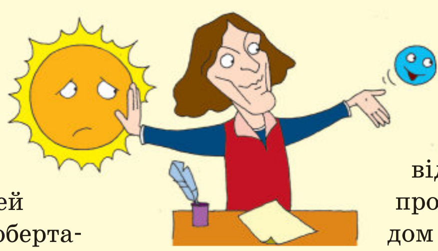
Траєкторія руху, шлях і переміщення залежать від вибору системи відліку. Покажемо це на прикладі руху точки обода колеса автомобіля протягом одного оберту

Траєкторія руху матеріальної точки — це лінія, яку описує в просторі ця точка.

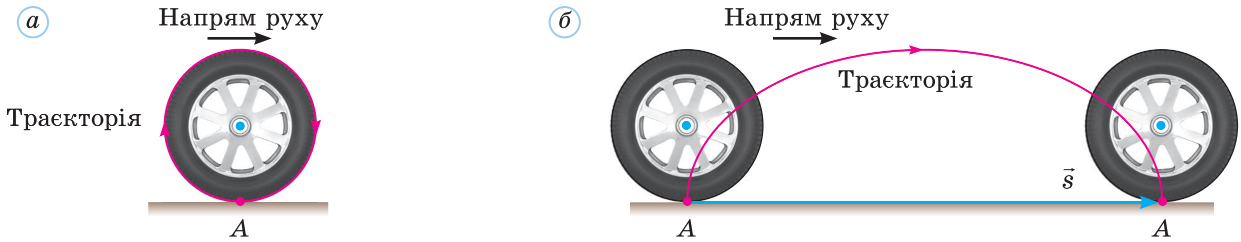
Шлях (l) дорівнює довжині траєкторії.

Переміщенням $(\vec{s})$ матеріальної точки називають вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення цієї точки.

Навколо фізики



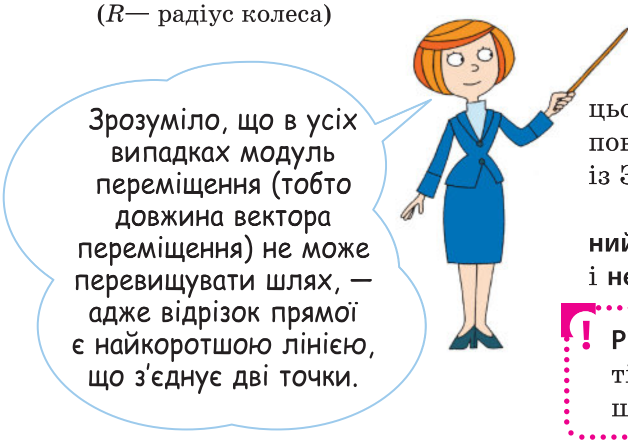
Цікаво оцінити з позицій сучасної науки «суперечку» між Птолемеєм і Коперником, що пролягла крізь століття та тисячоліття. Птолемей уважав, що «небесна сфера» обертається навколо нерухомої Землі (це так звана геоцентрична система світу), а Коперник доводив, що Земля обертається навколо Сонця (геліоцентрична система). Інакше кажучи, Птолемей вибирав за тіло відліку Землю, а Коперник — Сонце. Будь-який вибір тіла відліку є «законним». Проте вибір Коперника виявився набагато зручнішим, рух планет відносно Сонця виглядав набагато простішим. Саме це й дозволило згодом встановити закони руху планет і закон всесвітнього тяжіння. Отже, головний внесок Коперника у світову науку — це «лише» вдалий вибір системи відліку. Цей внесок важко переоцінити. На надмогильному пам'ятнику Коперника — коротка епітафія: «Зупинив Сонце — зрушив Землю».



Система відліку «Автомобіль»:
$l = 2\pi R,\ \ s = 0$

Система відліку «Земля»:
$l > 2\pi R,\ \ s = 2\pi R$

Рис. 1.2. Траєкторія, шлях і переміщення точки обода колеса є різними у двох різних системах відліку (R— радіус колеса)



цього колеса. Розгляньмо цей рух у двох системах відліку: пов'язаній з корпусом автомобіля (рис. 1.2, *а*) та пов'язаній із Землею (рис. 1.2, *б*).

Залежно від форми траєкторії розрізняють **прямолінійний** і **криволінійний рухи**. Розрізняють також **рівномірний** і **нерівномірний рухи**.

> **!** **Рівномірним** називають механічний рух, під час якого тіло за будь-які рівні проміжки часу долає однаковий шлях.

Найпростішим видом руху є **прямолінійний рівномірний рух**. Під час такого руху *тіло за будь-які рівні проміжки часу здійснює однакові переміщення* (оскільки долає однаковий шлях в одному напрямі). Для прямолінійного рівномірного руху $l = s$ (шлях дорівнює модулю переміщення). Різні види руху ілюструє рис. 1.3.

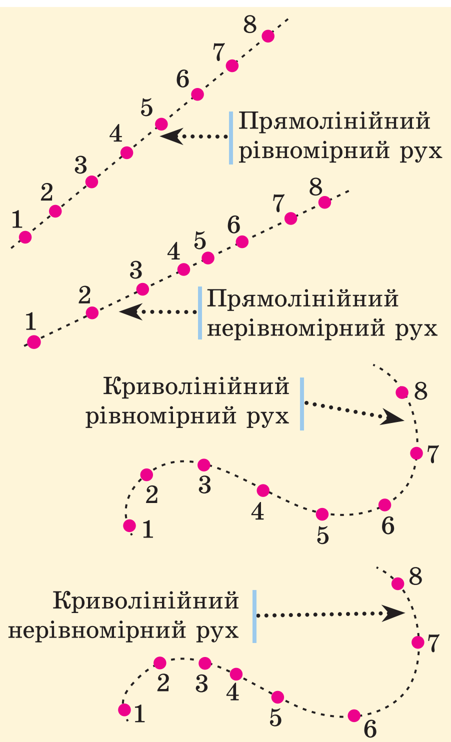


Рис. 1.3. Послідовні положення тіл, що здійснюють різні види руху, через однакові інтервали часу

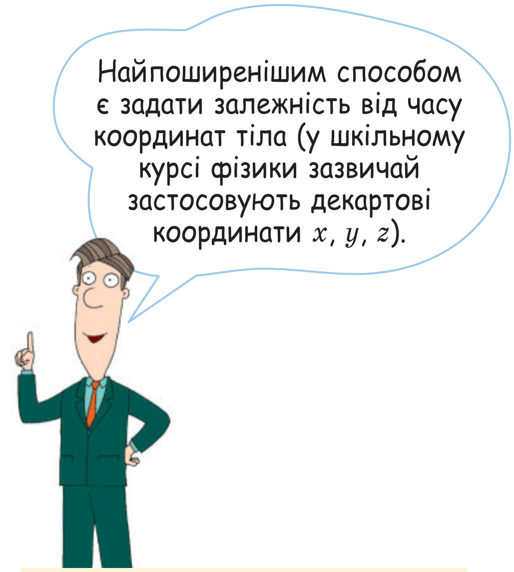
3 Основна задача механіки. Способи опису руху

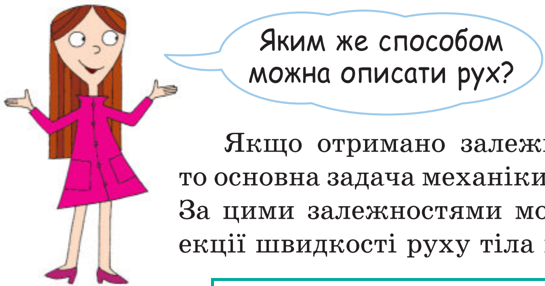
> **!** Основна задача механіки полягає в тому, щоб передбачити положення рухомого тіла в будь-який момент часу.

Це так звана *пряма* задача механіки. Щоб її розв'язати, треба знати початкове положення тіла та початкову швидкість його руху. Треба також знати закони руху та сили, під дією яких відбувається цей рух. У багатьох випадках ці сили весь час змінюються, тоді треба знати їх залежність від часу.

Коли йдеться про «будь-який момент часу», то це не обов'язково майбутні моменти. Закони механіки дозволяють прослідкувати за рухом тіла або системи тіл у минулому, іноді в дуже далекому минулому. Застосовуючи закони механіки, вчені дуже точно розрахували моменти не тільки майбутніх, а й колишніх затемнень Сонця. Це дозволило точно датувати деякі історичні події, які в літописах пов'язували із затемненнями Сонця.

Важливою є й *обернена* задача механіки — знайти сили, що діють на тіло в кожний момент часу, застосовуючи відому залежність положення та швидкості руху тіла від часу. Саме таким чином І. Ньютон довів закон всесвітнього тяжіння, виходячи з відомого характеру руху планет по еліптичних траєкторіях навколо Сонця.





Якщо отримано залежності $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, то основна задача механіки тим самим розв'язана. За цими залежностями можна визначити й проекції швидкості руху тіла на осі координат:

$$\boxed{v_x = \frac{dx}{dt},\quad v_y = \frac{dy}{dt},\quad v_z = \frac{dz}{dt}.}$$

Положення матеріальної точки M у просторі можна також задати за допомогою радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з початку координат O до цієї точки: $\vec{r} = \overline{OM}$. Проекції цього вектора на осі координат дорівнюють координатам точки M, тобто $r_x = x$, $r_y = y$, $r_z = z$ (рис. 1.4).

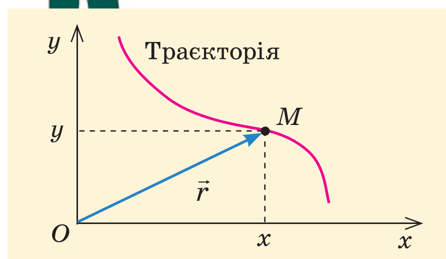


Рис. 1.4. Радіус-вектор і координати матеріальної точки (для простоти показано матеріальну точку, що рухається в площині xOy)

Можливі й інші способи опису руху. Наприклад, якщо відомі початкове положення точки, траєкторія та напрям її руху, то значення пройденого шляху повністю визначає положення цієї точки.

Підбиваємо підсумки

Механічний рух — це зміна з часом положення тіла (або частин тіла) у просторі відносно інших тіл.

Для опису руху тіла необхідно вибрати систему відліку, що складається з тіла відліку, пов'язаної з ним системи координат і засобу відліку часу.

Найпростіше розглядати механічний рух матеріальної точки — тіла, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Траєкторія руху матеріальної точки — це лінія, яку описує в просторі ця точка.

Шлях дорівнює довжині траєкторії.

Переміщенням матеріальної точки називають вектор, що з'єднує початкове та кінцеве положення цієї точки.

Рух тіла є відносним: його характеристики є різними в різних системах відліку. Розрізняють прямолінійний і криволінійний, рівномірний і нерівномірний рухи.

Основна задача механіки полягає в тому, щоб передбачити положення рухомого тіла в будь-який момент часу.

Контрольні запитання

1. Що таке механічний рух? **2.** З чого складається система відліку? **3.** Який рух називають рівномірним? **4.** Який рух називають прямолінійним рівномірним? **5.** У чому полягає основна задача механіки?

Вправа № 1

1. Наведіть приклад руху, траєкторія якого в одній системі відліку є відрізком прямої, а в іншій — ламаною лінією.

2. Наведіть приклади рухів, для яких шлях у п'ять разів більший за модуль переміщення.

3. Чи може вважати скульптуру за матеріальну точку: а) скульпторка, яка доопрацьовує останні її частини; б) кранівник, який має завантажити її на залізничну платформу; в) диспетчер, який відстежує графік транспортування скульптури залізницею; г) будівниця, що готує постамент для скульптури?

4. Відстань від осі обертання до кінця *A* хвилинної стрілки годинника дорівнює 10 см. Визначте шлях і модуль переміщення точки *A*: а) за 30 хв; б) за 2 год.

5[R]. Тіло кожної секунди проходить шлях 2 м. Чи можна стверджувати, що рух тіла обов'язково є рівномірним?

6. Матеріальна точка рівномірно рухається коловою траєкторією (КТ) радіусом 1 м. У яких межах змінюється радіус-вектор цієї точки за модулем і напрямом, якщо початок координат розташований: а) у центрі КТ; б) в одній із точок КТ?

Експериментальне завдання

Установіть штатив на візку, підвісьте на перекладині штатива кульку на нитці. Відведіть кульку від положення рівноваги та відпустіть. Дослідіть траєкторію руху кульки відносно візка та відносно Землі під час руху візка.

Фізика і техніка в Україні

НДІ астрономії Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна

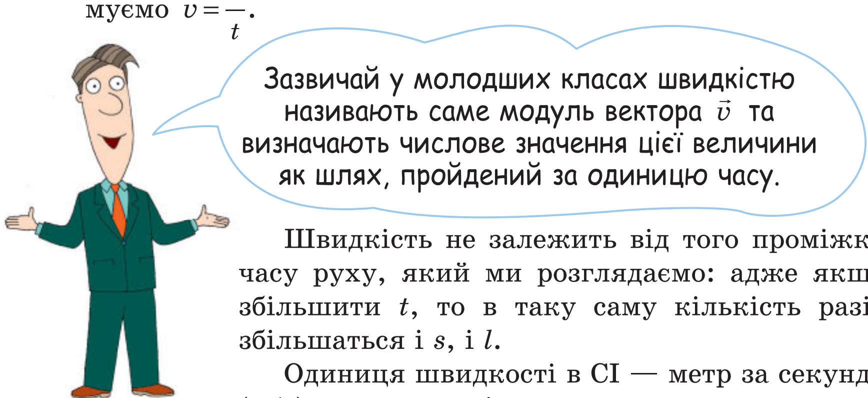
Астрономічний кабінет у Харківському університеті засновано 1808 року, а згодом створено й кафедру астрономії. У 1883 році відкрито астрономічну обсерваторію. Наукові дослідження на її базі не припинялися навіть у найтяжчі часи (лише в роки фашистської окупації Харкова співробітників обсерваторії евакуювали, а головні прилади заховали).

У XX столітті пріоритетним напрямом досліджень була планетологія. М. П. Барабашов вивів харківську школу планетології на міжнародний рівень. Проводилися дослідження поверхні Місяця, марсіанської атмосфери, фотометричних властивостей Венери, Юпітера та Сатурна. Харківські астрономи брали участь у підготовці планетних місій автоматичних міжпланетних станцій, розробляли методику обробки отриманих зображень. На честь харківських астрономів названо 23 об'єкти в Сонячній системі (це астероїди і кратери на Місяці, Марсі та Венері).

§ 2. СЕРЕДНЯ ТА МИТТЄВА ШВИДКОСТІ. ЗАКОН ДОДАВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ

1 Швидкість прямолінійного рівномірного руху

З курсу фізики 7 класу ви вже знайомі з такою фізичною величиною, як **швидкість** прямолінійного рівномірного руху. Ця величина є векторною: $\vec{v}=\frac{\vec{s}}{t}$, де t — час руху, а $\vec{s}$ — переміщення тіла протягом цього часу. Напрям швидкості збігається з напрямом переміщення, а її модуль $v=\frac{s}{t}$. Оскільки для прямолінійного рівномірного руху модуль переміщення s збігається зі шляхом l, отримуємо $v=\frac{l}{t}$.



Швидкість не залежить від того проміжку часу руху, який ми розглядаємо: адже якщо збільшити t, то в таку саму кількість разів збільшаться і s, і l.

Одиниця швидкості в СІ — метр за секунду (м/с), проте в різних галузях застосовують і км/год, і км/с, і см/рік тощо. Ви маєте в разі потреби переводити значення швидкості з одних одиниць в інші.

Для прямолінійного рівномірного руху $s=l=vt$. Отже, залежність шляху або модуля переміщення від часу є прямо пропорційною. Її графік — пряма, що проходить через початок координат (рис. 2.1, *а*). Чим більша швидкість руху, тим більший кут нахилу графіка до осі абсцис (осі t). Можна також побудувати графік залежності $v(t)$, проте це буде просто горизонтальна пряма (рис. 2.1, *б*).

Нагадаємо, що шлях чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком $v(t)$ (рис. 2.2).

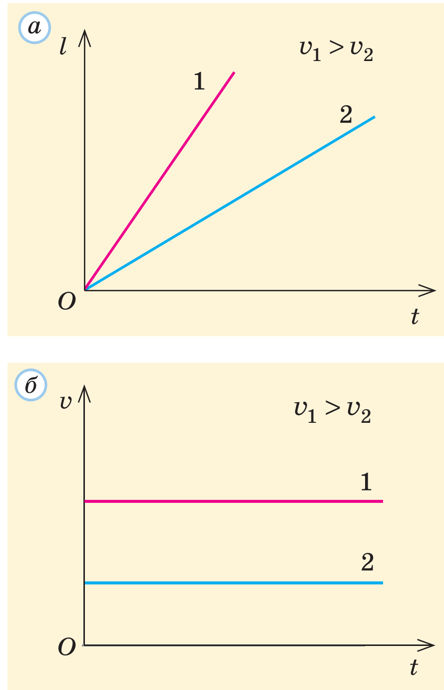


Рис. 2.1. Графіки залежності шляху (*а*) та швидкості (*б*) від часу для прямолінійного рівномірного руху

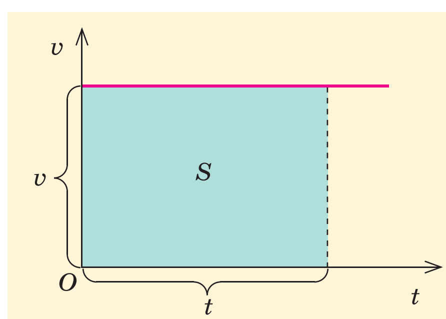


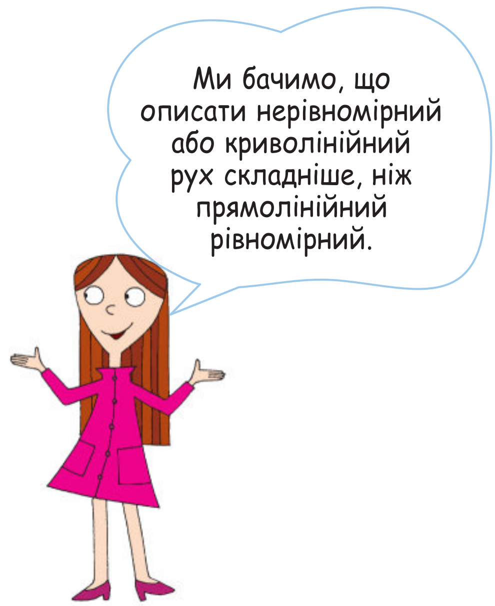
Рис. 2.2. Шлях чисельно дорівнює площі зафарбованого прямокутника під графіком $v(t)$

2 Середня та миттєва швидкості

Якщо рух не є прямолінійним рівномірним, його вже не можна характеризувати якоюсь *постійною* швидкістю — адже відношення $\frac{\vec{s}}{t}$ тепер залежить від часу. Для прямолінійного нерівномірного руху ця величина змінюватиметься за модулем, а в загальному випадку змінними будуть і модуль, і напрям цього відношення. Проте воно теж певною мірою характеризує рух. Це є **середня швидкість** руху протягом певного часу: $\vec{v}_{\text{сер}} = \frac{\vec{s}}{t}$. Застосовують також іншу величину — **середню шляхову швидкість** $v_{\text{сер. ш}} = \frac{l}{t}$. У наведених формулах $\vec{s}$ і l — відповідно переміщення і шлях за *весь* час t.

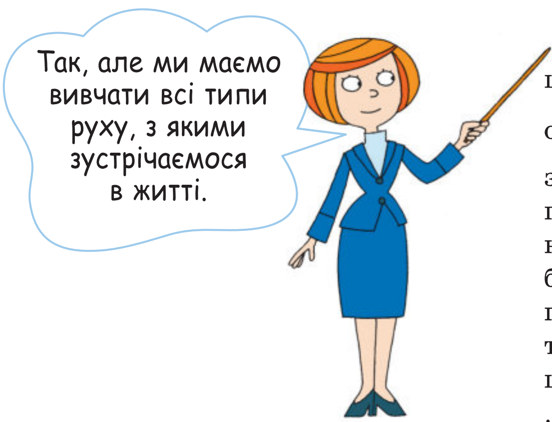
Знання будь-якої з цих середніх швидкостей не дозволяє описати *весь* рух. Якщо ми знаємо середню швидкість за 1 год руху, ми не можемо визначити шлях або переміщення тіла через 20, 30 або 40 хв після початку руху.

Нагадаємо, що $\vec{v}_{\text{сер}}$ (або модуль $v_{\text{сер}}$ цієї величини) у загальному випадку ніяк не пов'язана із середньою шляховою швидкістю.



Приклад

Якщо ви пройшли 15 м коридором, а потім повернули назад і пройшли ще 10 м, витративши на весь рух 10 с, то $v_{\text{сер}} = \frac{15\text{ м} - 10\text{ м}}{10\text{ с}} = 0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$, а $v_{\text{сер. ш}} = \frac{15\text{ м} + 10\text{ м}}{10\text{ с}} = 2{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Отже, потрібно узагальнити поняття швидкості руху, щоб можна було застосувати цю фізичну величину для опису довільного руху. Середня швидкість $\vec{v}_{\text{сер}} = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$ руху за певний проміжок часу Δt не дає уявлення про рух тіла протягом цього проміжку часу: адже рух міг змінювати напрям, ставати швидшим або повільнішим. Але якщо брати Δt все меншим і меншим, то *протягом* короткого проміжку часу рух просто «не встигатиме» пришвидшитися, сповільнитися або змінити напрям. Тому середня швидкість за інтервал часу Δt та за якусь частину цього інтервалу (наприклад, за $\frac{\Delta t}{10}$) практично однакова. Різниця буде тим меншою, чим менше Δt. Отже, середня швидкість руху за *дуже малий* проміжок часу характеризує й швидкість руху в будь-який момент цього проміжку часу.

! Середню швидкість руху за дуже малий проміжок часу називають **миттєвою швидкістю**.

Кожному моменту часу, кожній точці траєкторії відповідає певна миттєва швидкість. Для прямолінійного рівномірного руху вона збігається з відомою вам швидкістю та є незмінною.

В усіх інших випадках миттєва швидкість змінюється:

- під час криволінійного рівномірного руху — за напрямом;
- під час прямолінійного нерівномірного руху — за модулем*;
- під час криволінійного нерівномірного руху — і за напрямом, і за модулем.

Далі, коли йдеться про швидкість, ми маємо на увазі саме миттєву швидкість $\vec{v}$.

Обмежимося поки що випадком прямолінійного нерівномірного руху. Домовимося, що ми завжди будемо проводити координатну вісь Ox уздовж траєкторії руху тіла, тоді координати y, z цього тіла весь час дорівнюватимуть нулю. Швидкість тіла $\vec{v}$, як і переміщення $\vec{s}$, напрямлена вздовж осі Ox. Надалі ми часто застосовуватимемо не самі вектори, а їх проекції на осі координат: замість вектора $\vec{s}$ — його проекції s_x, s_y, s_z, а замість вектора $\vec{v}$ — його проекції v_x, v_y, v_z. У даному випадку (рис. 2.3) $s_y = s_z = 0$, $v_y = v_z = 0$. Проекція швидкості v_x може дорівнювати v (якщо напрям руху збігається з напрямом осі Ox) або $-v$ (якщо напрями руху й осі протилежні).

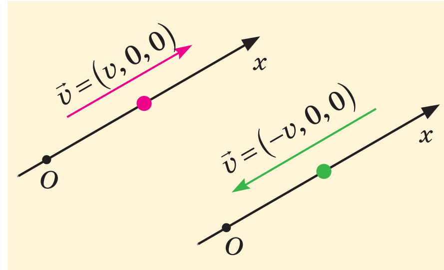


Рис. 2.3. Миттєва швидкість руху вздовж осі Ox

Якщо координата тіла змінилася від x_0 до x, то проекція переміщення цього тіла $s_x = x - x_0$. Графіки залежності від часу $x(t)$ і $s_x(t)$ дуже схожі (рис. 2.4), графік $s_x(t)$ можна отримати з графіка $x(t)$, просто перемістивши його по вертикалі, щоб початкова точка була $(0, 0)$. Зазначимо, що зміни s_x і x однакові: $\Delta s_x = \Delta x$.

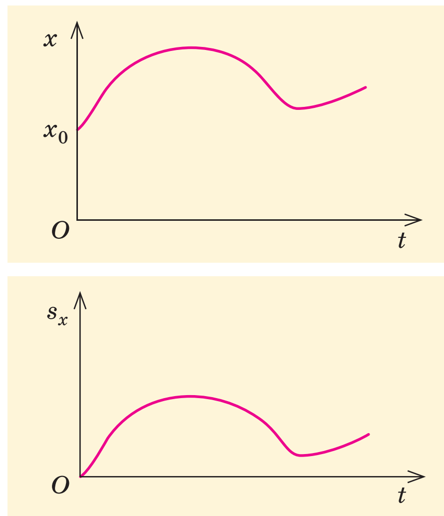


Рис. 2.4. Графіки залежності координати та проекції переміщення від часу

Проекція миттєвої швидкості руху $v_x = \dfrac{\Delta s_x}{\Delta t} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ (тут Δt уважаємо достатньо малим). Вона пов'язана з кутом α нахилу графіка $s_x(t)$ або $x(t)$ (кути нахилу цих графіків для одного моменту часу однакові): $v_x > 0$ в ті моменти часу, коли функція $s_x(t)$ зростає, v_x тим більша, чим «крутіше» іде вгору графік (рис. 2.5).

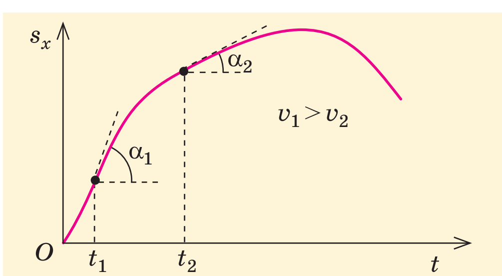


Рис. 2.5. Швидкість у момент t_1 більша, ніж у момент t_2, оскільки $\alpha_1 > \alpha_2$

У загальному випадку проекція швидкості руху на вісь є просто похідною відповідної координати по часу. Наприклад, $v_x = \dfrac{dx}{dt}$. Отже, проекції миттєвої швидкості $\vec{v}$ дорівнюють похідним відповідних проекцій радіус-вектора $\vec{r}$. Можна сказати, що миттєва швидкість є похідною по часу від радіус-вектора: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$.

* В окремі моменти напрям швидкості може змінюватися на протилежний.

Для нерівномірного руху графік $v_x(t)$ може мати різні форми. Нагадаємо, як за цим графіком можна визначити переміщення тіла в будь-який момент часу. Для цього подумки розіб'ємо весь час руху на такі малі проміжки часу, що протягом кожного з них миттєва швидкість не встигає суттєво змінитися. Тоді протягом кожного такого проміжку часу рух можна розглядати як рівномірний. Це означає, що можна замінити графік залежності $v_x(t)$ таким, що складається з окремих маленьких «сходинок» (рис. 2.6, *а*). *Кожній* «сходинці» відповідає переміщення, що чисельно дорівнює площі під нею. Отже, і загальне переміщення чисельно дорівнює площі під графіком $v_x(t)$. Якщо ж під час руху v_x змінює знак (рис. 2.6, *б*), то треба врахувати, що рух спочатку відбувався в одному напрямі, а потім — у протилежному.

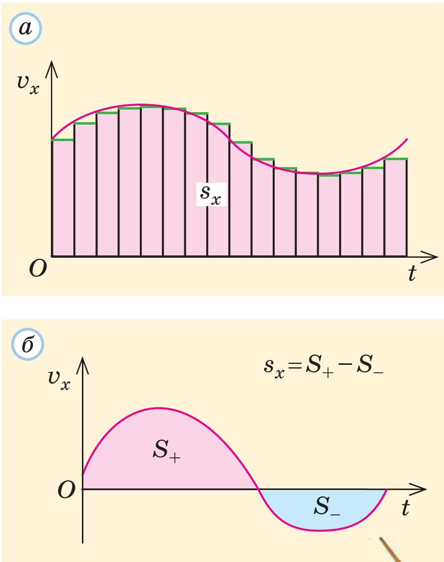
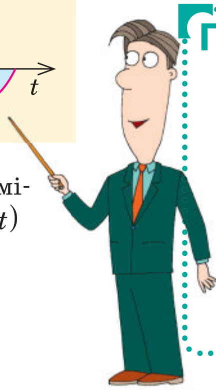


Рис. 2.6. Визначення переміщення тіла за графіком $v_x(t)$

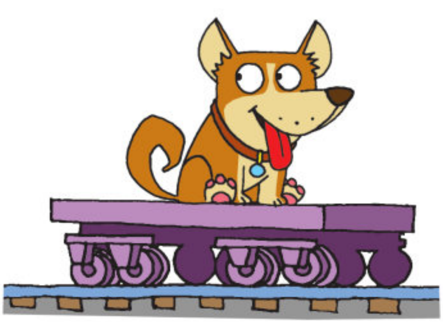


Проекцію переміщення можна знайти як інтеграл від проекції швидкості руху тіла, тобто $s_x = \int\limits_{t_{\text{поч}}}^{t_{\text{кінц}}} v_x(t)dt$ (моменти $t_{\text{поч}}$ і $t_{\text{кінц}}$ відповідають початку та закінченню руху або певного етапу руху). Аналогічні співвідношення справедливі й для s_y, s_z. Інакше кажучи, $\vec{s} = \Delta\vec{r} = \int\limits_{t_{\text{поч}}}^{t_{\text{кінц}}} \vec{v}(t)dt$.

3 Закон додавання швидкостей

Ви вже розумієте, що рух одного й того самого тіла «виглядатиме» по-різному, якщо його розглядати відносно різних систем відліку. Наприклад, равлик може ледь-ледь рухатися відносно корпусу катера, на якому він перебуває, і в той же час дуже швидко переміщатися разом з катером відносно Землі.

Щоб встановити зв'язок між швидкостями руху відносно різних систем відліку, розгляньмо дві такі системи: умовно «нерухому» K (наприклад, пов'язану із Землею) та «рухому» K' (наприклад, пов'язану з платформою, що повільно рухається прямою ділянкою залізниці). Розглядатимемо рух песика, що потрапив на платформу (те, що цей рух відбувається тільки в горизонтальній площині, не має принципового значення).



На рис. 2.7 показано положення платформи та песика M у початковий (нульовий) і кінцевий моменти часу, а також вектори переміщень обох тіл.

Рис. 2.7. Зміна положення тіла та його переміщення відносно різних систем відліку: C — точка платформи, де спочатку був песик; B — початкове положення песика відносно Землі; $\vec{s}_1 = \overrightarrow{BC}$ — переміщення системи відліку K' відносно K; $\vec{s}_2 = \overrightarrow{CM}$ — переміщення тіла (песика) відносно системи відліку K'; $\vec{s} = \overrightarrow{BM}$ — переміщення тіла (песика) відносно системи відліку K

Очевидно, виконується співвідношення $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ (його можна назвати **законом додавання переміщень**):

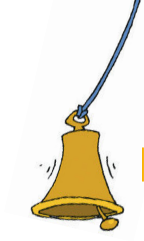
! переміщення тіла відносно «нерухомої» системи відліку дорівнює векторній сумі переміщення тіла відносно «рухомої» системи відліку та переміщення цієї системи відліку відносно «нерухомої».

Якщо тепер розділити почленно це рівняння на час Δt, протягом якого відбуваються всі ці переміщення, то кожне переміщення «перетвориться» на відповідну середню швидкість, а за малого Δt — на миттєву швидкість. Отримуємо **закон додавання швидкостей** $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$, тобто:

! швидкість тіла відносно «нерухомої» системи відліку дорівнює векторній сумі швидкостей руху тіла відносно «рухомої» системи відліку та руху цієї системи відліку відносно «нерухомої».

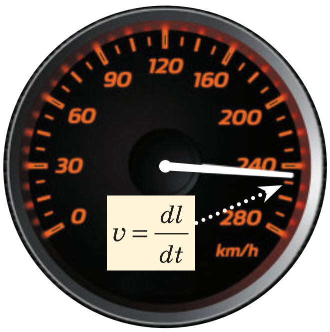
Закон додавання швидкостей здається досить очевидним: дійсно, якщо катер пливе зі швидкістю 8 км/год, а ви йдете від корми до носу катера зі швидкістю 6 км/год відносно палуби, то ваша швидкість відносно Землі буде 14 км/год. Якщо ж ви з такою самою за модулем швидкістю відносно палуби рухатиметеся від носу до корми, то ваша швидкість відносно Землі буде лише 2 км/год.

Проте звернімо увагу: ми вважали, що проміжок часу Δt є однаковим, у якій би системі відліку ми не розглядали рух. До початку XX століття незмінність плину часу ні в кого не викликала сумнівів. Але після створення Ейнштейном спеціальної теорії відносності з'ясувалося, що це не так. Тому для дуже швидких рухів закон додавання швидкостей має інший вигляд. Про все це ви дізнаєтеся докладніше з наступного розділу підручника.



Підбиваємо підсумки

Швидкість прямолінійного рівномірного руху $\vec{v}=\frac{\vec{s}}{t}$, її модуль $v=\frac{s}{t}=\frac{l}{t}$. Усі рухи можна характеризувати середньою швидкістю $\vec{v}_{\text{сер}}=\frac{\vec{s}}{t}$ та середньою шляховою швидкістю $v_{\text{сер. ш}}=\frac{l}{t}$. Проте найбільш повне уявлення про рух дає миттєва швидкість, яку можна розглядати як середню за дуже малий проміжок часу: $\vec{v}=\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$. Її можна також розглядати як похідну від радіус-вектора: $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$.



Проекцію переміщення тіла можна знайти як площу під графіком залежності від часу відповідної проекції миттєвої швидкості.

Закон додавання швидкостей встановлює зв'язок між швидкостями руху тіла відносно різних систем відліку: $\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2$, тобто швидкість тіла відносно «нерухомої» системи відліку дорівнює векторній сумі швидкостей руху тіла відносно «рухомої» системи відліку та руху цієї системи відліку відносно «нерухомої».

Контрольні запитання

1. Що таке середня швидкість руху? середня шляхова швидкість? 2. Яких змін зазнає миттєва швидкість під час прямолінійного нерівномірного руху? криволінійного руху? 3. Як пов'язані проекції переміщення тіла зі зміною його координат? 4. Сформулюйте закон додавання швидкостей.

Вправа № 2

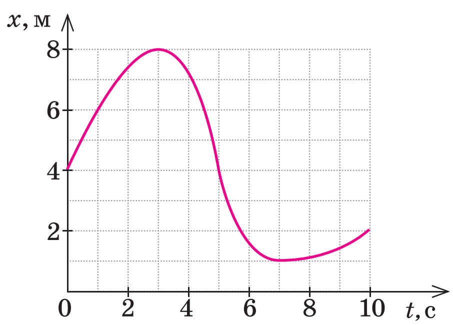
1. Автомобіль за 3 год проїхав 160 км на північ, а за наступні 2 год — 80 км на південь. Визначте модуль середньої швидкості та середню шляхову швидкість руху автомобіля за 5 год руху.

2. Електричка рухається зі швидкістю 30 км/год, а пасажир іде вагоном зі швидкістю 4 км/год відносно нього. Визначте швидкість руху пасажира відносно Землі, якщо він переходить: а) з першого вагону до п'ятого; б) з четвертого вагону до другого.

3. Чи може модуль середньої швидкості руху тіла перевищувати середню шляхову швидкість руху за той самий проміжок часу?

4.[R] Першу третину прямолінійного відрізка траєкторії електропоїзд пройшов зі швидкістю 80 км/год, а решту — зі швидкістю 40 км/год. Визначте модуль середньої швидкості на цьому відрізку траєкторії.

5. На рисунку наведено графік руху тіла вздовж осі Ox. Визначте: а) проміжок часу, коли напрям руху тіла був протилежним до напряму осі Ox; б) моменти часу, коли миттєва швидкість дорівнювала нулю; в) момент часу, коли рух тіла був найшвидшим.



6. На рисунку наведено графік руху тіла вздовж осі Ox. Визначте за графіком модуль середньої швидкості та середню шляхову швидкість руху тіла протягом 10 с.

7. Велосипедист протягом 2 год рухався на схід зі швидкістю 20 км/год, а потім протягом 3 год — на північ зі швидкістю 10 км/год. Визначте модуль середньої швидкості та середню шляхову швидкість руху велосипедиста за 5 год руху.

§ 3. ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РІВНОПРИСКОРЕНИЙ РУХ. ВІЛЬНЕ ПАДІННЯ

1 Що таке прискорення та прямолінійний рівноприскорений рух

Під час будь-якого руху, за винятком прямолінійного рівномірного, миттєва швидкість змінюється. Отже, можна ввести «швидкість зміни швидкості», що дорівнюватиме зміні швидкості руху за одиницю часу. Цю векторну фізичну величину позначають $\vec{a}$ і називають **прискоренням**: $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$. Прискорення — це похідна від швидкості руху, так само як сама швидкість є похідною від переміщення або радіус-вектора тіла.

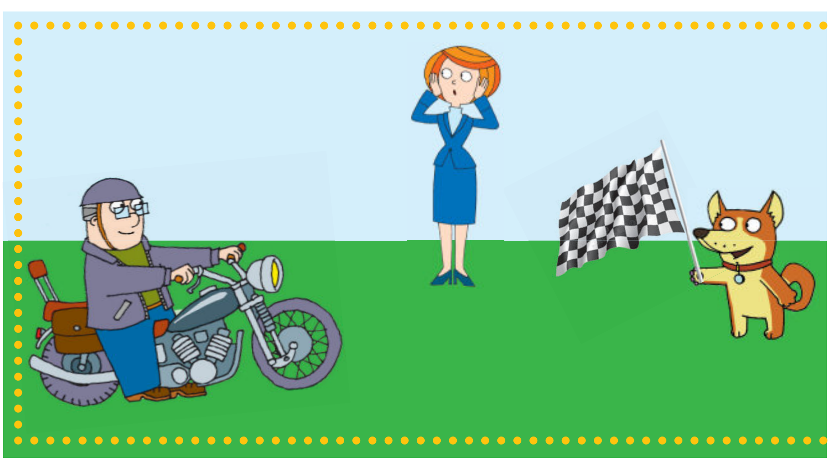
! Прискорення дорівнює відношенню зміни швидкості руху тіла до проміжку часу, за який відбулася ця зміна.

Одиниця прискорення в СІ — метр на секунду у квадраті (метр на секунду за секунду): $[a]=\dfrac{1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{1\,\text{с}}=1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Розгляньмо **прямолінійний рівноприскорений рух**, *під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково*. Для такого руху $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\text{const}$, тобто прискорення є сталою величиною. Воно показує, на скільки змінюється швидкість руху за одиницю часу. Наприклад, у прямолінійному рівноприскореному русі з прискоренням 10 м/с^2 швидкість руху тіла щосекунди змінюється на 10 м/с.

Прискорення в природі та техніці

Прискорення	Величина
руху Землі навколо Сонця	6 мм/с^2
парашутиста під час розкривання парашута	80 м/с^2
білизни під час віджимання в пральній машині	1 км/с^2
вільного падіння:	
• на астероїді Каліпсо	3 см/с^2
• на поверхні Сонця	270 м/с^2
• на поверхні нейтронної зорі	10^{12} м/с^2



Прямолінійний рівноприскорений рух є найпростішим із нерівномірних рухів. Нагадаємо, що рух транспортних засобів під час розгону або гальмування практично завжди можна вважати рівноприскореним. Це стосується поїзда та мотоцикла, літака на злітній смузі та ліфта перед зупинкою тощо.

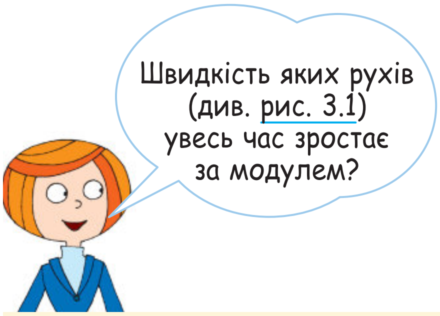
Якщо позначити $\vec{v}_0$ початкову швидкість руху тіла (у момент $t=0$), то $\vec{a}=\dfrac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$ (тут $\vec{v}$ — швидкість руху тіла в момент t). Звідси

$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t.} \qquad (1)$$

У проекції на вісь Ox ця формула набуває вигляду

$$\boxed{v_x=v_{0x}+a_x t.} \qquad (2)$$

Отже, проекція швидкості руху тіла лінійно залежить від часу (значення v_{0x} і a_x є сталими величинами). Залежно від знаків v_{0x} і a_x проекція швидкості руху може збільшуватися або зменшуватися з часом (рис. 3.1).



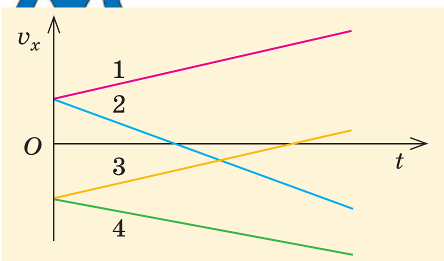


Рис. 3.1. Різні випадки прямолінійного рівноприскореного руху

2 Переміщення під час прямолінійного рівноприскореного руху

Розгляньмо приклад прямолінійного рівноприскореного руху (рис. 3.2). Ви вже знаєте: проекцію переміщення тіла за час t можна знайти як площу фігури під графіком $v_x(t)$. У даному випадку ця фігура — трапеція.

Скористаємося формулою для площі трапеції, відомою вам із курсу геометрії 8 класу:

$$\boxed{s_x=\frac{v_{0x}+v_x}{2}t.} \qquad (3)$$

Звідси легко отримати просту формулу для проекції середньої швидкості:

$$\boxed{v_{\text{сер}\,x}=\frac{s_x}{t}=\frac{v_{0x}+v_x}{2}.} \qquad (4)$$

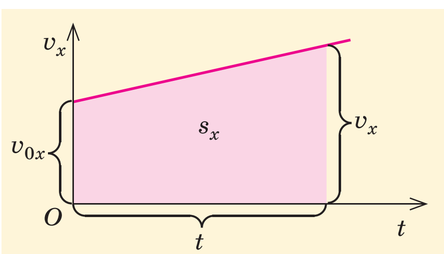


Рис. 3.2. Виводимо формулу переміщення під час прямолінійного рівноприскореного руху

Підставивши вираз $v_x=v_{0x}+a_x t$, отримаємо інший вираз для проекції переміщення:

$$\boxed{s_x=v_{0x}t+\frac{a_x t^2}{2}.} \qquad (5)$$

Отже, залежність s_x від часу є квадратичною, а графік цієї залежності — парабола. Отримані формули є справедливими і в тому випадку, коли графік $v_x(t)$ перетинає вісь Ox (тобто коли v_{0x} і a_x мають різні знаки).

У багатьох задачах зручно мати вираз s_x, що не містить безпосередньо часу (тобто вираз s_x через початкову і кінцеву швидкості та прискорення). Щоб виключити час з формули (3), знайдемо його з формули (2) та підставимо:

$$\boxed{s_x=\frac{v_{0x}+v_x}{2}\cdot\frac{v_x-v_{0x}}{a_x}=\frac{v_x^2-v_{0x}^2}{2a_x}.} \qquad (6)$$

Координату тіла в будь-який момент можна визначити за формулою $x = x_0 + s_x$. Залежність $x(t)$ координати від часу є квадратичною:

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.} \qquad (7)$$

Розгляньмо тепер важливий приклад прямолінійного рівноприскореного руху.

3 Вільне падіння

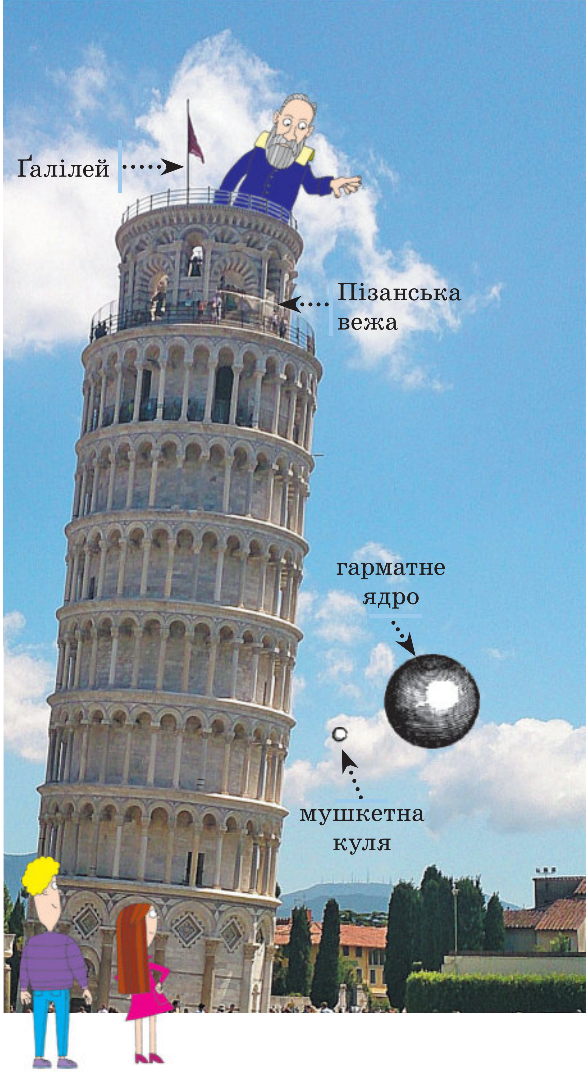
З часів давньогрецького філософа Арістотеля панувала думка, що більш важкі тіла падають швидше, ніж легші. Це твердження певною мірою відповідає нашому життєвому досвіду. Адже якщо з високого берега одночасно почнуть падати камінець і клаптик паперу, то камінець значно швидше сягне поверхні води.

Протягом двох тисячоліть ніхто навіть не висловлював сумнівів щодо твердження Арістотеля. Проте наприкінці XVI століття було доведено, що це твердження не є справедливим у загальному випадку. За легендою, не хто інший, як Ґ. Ґалілей, відпускав зі знаменитої похилої Пізанської вежі гарматне ядро масою 80 кг і мушкетну кулю масою близько 200 г. Глядачі могли переконатися, що обидва тіла падають практично одночасно (різниця в часі падіння була майже непомітною).

Ґалілей зробив висновок, що й ця невелика різниця в часі пояснюється дією повітря. Чим більша маса тіла, тим меншим є вплив на нього опору повітря. Тому час падіння є однаковим, якщо обидва тіла достатньо масивні та впливом опору повітря можна знехтувати.

Фактично Ґалілей першим розглянув випадок **вільного падіння**. Так називають *падіння у вакуумі, якому ніщо не заважає*. Учений не міг реально спостерігати падіння тіл у вакуумі: за його життя не були ще створені помпи, здатні відкачати повітря на шляху тіла, що падає. Такі помпи з'явилися дещо пізніше, що дало можливість І. Ньютону здійснити ефектний дослід (рис. 3.3): спостерігати падіння масивної монети та легкого пташиного пера в довгій скляній трубці, де практично не було повітря. Час падіння обох тіл був однаковим.

Незважаючи на всі складнощі вимірювань, Ґалілей зумів дійти правильного висновку: швидкість тіла, що вільно падає, прямо пропорційна часу руху, а переміщення тіла — квадрату часу руху. Але ж саме такими є відповідні залежності для прямолінійного рівноприскореного руху тіл — див. формули (2) і (5) за умови $v_{0x} = 0$.



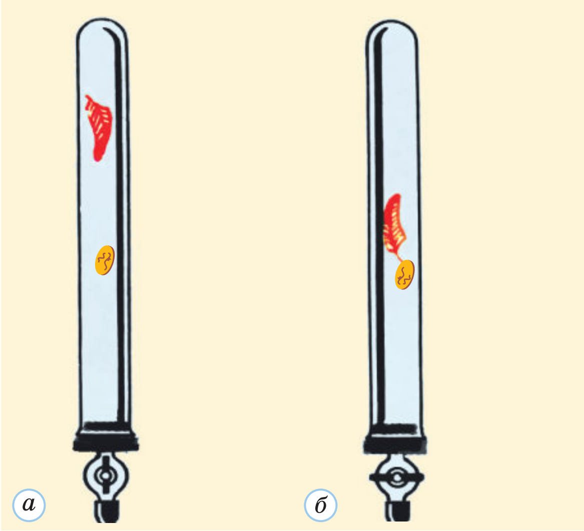
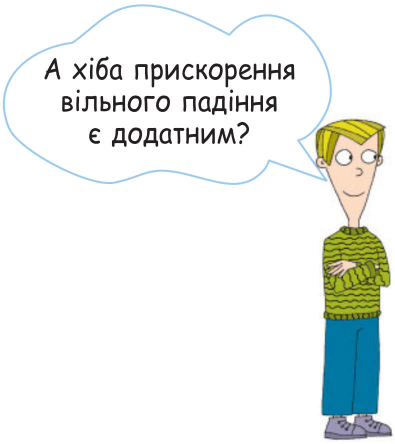
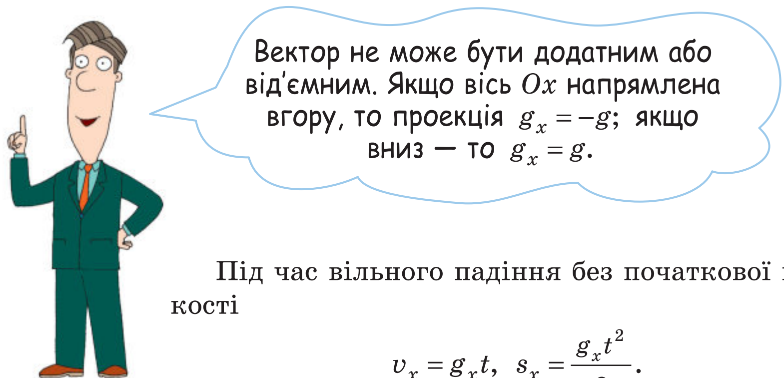


Рис. 3.3. Падіння тіл у трубці Ньютона: *а* — трубка містить повітря; *б* — повітря немає

> **!** Отже, під час вільного падіння на Землю прискорення тіла є сталим і однаковим для всіх тіл. Це прискорення, на відміну від інших, позначають $\vec{g}$, воно напрямлене вниз. Вимірювання показали, що $g \approx 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.





Під час вільного падіння без початкової швидкості

$$v_x = g_x t,\ \ s_x = \frac{g_x t^2}{2}.$$

Якщо тіло має початкову швидкість, напрямлену вниз або вгору, то за відсутності опору повітря прискорення його руху теж дорівнює $\vec{g}$. Отже, для такого тіла

$$v_x = v_{0x} + g_x t,\ \ s_x = v_{0x} t + \frac{g_x t^2}{2}.$$

Коли сила опору повітря набагато менша від сили тяжіння (тобто коли масивне тіло падає в повітрі не дуже швидко), падіння тіла можна розглядати як вільне. Прикладами можуть бути падіння яблука з гілки або початковий етап руху парашутиста після стрибка з гелікоптера А от падіння дощової краплі біля поверхні Землі ніяк не можна вважати вільним: сила опору повітря, що діє на цю краплю, зрівноважує силу тяжіння, тому рух краплі не рівноприскорений, а рівномірний.

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 125 м. Визначте модуль переміщення тіла за останні 2 с руху, вважаючи $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дано:
$H = 125$ м
$t_1 = 2$ с
$g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

s_1 — ?

Розв'язання 1

Скористаємося формулою $H = \frac{g t_0^2}{2}$, щоб знайти повний час падіння:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

До початку останнього етапу руху минає час $t_0 - t_1$, за цей час тіло набирає швидкості руху $g(t_0 - t_1)$, яку можна вважати початковою швидкістю v_0 на останньому етапі руху. Отже, $v_0 = g(t_0 - t_1)$.

Переміщення на останньому етапі руху

$$s_1 = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} = gt_1(t_0 - t_1) + \frac{gt_1^2}{2} = gt_1\left(\sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{t_1}{2}\right).$$

Перевіримо одиниці: $[s_1] = \frac{\text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2}\left(\sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}} - \text{с}\right) = \text{м}.$

Визначимо значення шуканої величини:

$$s_1 = 10 \cdot 2\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} - 1\right) = 80 \text{ (м)}.$$

Розв'язання 2. Якщо відразу визначити числові значення повного часу падіння ($t_0 = 5$ с) і часу руху до початку останнього етапу ($t_0 - t_1 = 3$ с), то можна скористатися тим, що пройдений шлях пропорційний квадрату часу від початку руху. Отже, до початку останнього етапу тіло пройшло відстань $\left(\frac{3}{5}\right)^2 H = 45$ м, а на останньому етапі — решту шляху: $s_1 = 125 - 45 = 80$ (м).

Відповідь: $s_1 = 80$ м.

Задача 2. На рис. 1 подано графік залежності $v_x(t)$ для руху тіла вздовж осі Ox. Опишіть характер руху, побудуйте графік залежності $x(t)$. Початкова координата тіла $x_0 = -12$ м.

Розв'язання. На першому етапі руху (протягом перших 3 с руху) графік прямолінійний, тобто залежність $v_x(t)$ є лінійною, а рух — прямолінійним рівноприскореним. Положення початкової точки графіка свідчить, що $v_{0x} = 0$. Щосекунди проекція швидкості збільшується на 2 м/с; отже, $a_x = 2$ м/с^2.

На другому етапі руху ($3\,\text{с} < t < 5$ с) маємо $v_x = 6$ м/с, тобто рух є прямолінійним рівномірним.

На початку третього етапу руху ($5\,\text{с} < t < 7$ с) проекція швидкості дорівнює 6 м/с, рух на цьому етапі є прямолінійним рівноприскореним, $a_x = -6$ м/с^2. На проміжку часу $5\,\text{с} < t < 6$ с проекція швидкості є додатною, тобто тіло рухається в додатному напрямі. У момент $t = 6$ с швидкість дорівнює нулю (відбувається миттєва «зупинка»), після чого тіло починає рух у зворотному напрямі.

Щоб побудувати графік залежності $x(t)$, скористаємося тим, що площа під графіком $v_x(t)$ дорівнює проекції переміщення, тобто зміні Δx координати тіла. Відповідні фігури зафарбовано на рис. 2, а значення Δx наведено червоним.

Навколо фізики

2007 року студенти Харківського національного автомобільно-дорожнього університету та співробітники Лабораторії швидкісних автомобілів були запрошені взяти участь в Екологічному марафоні «Shell Eco-marathon». Для цього 2010 року було розроблено «ХАДІ-34» — найбільш енергоефективний автомобіль України з мінімальною витратою палива на 1 км (менше від 2 г). Довжина автомобіля — 2,9 м, максимальна швидкість руху — 60 км/год. Цей автомобіль міг би подолати відстань від Києва до Івано-Франківська, витративши 1 л палива.

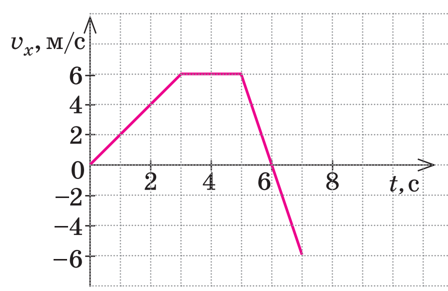


Рис. 1

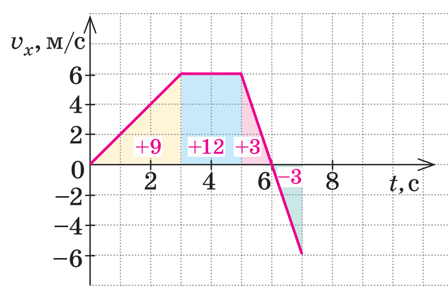


Рис. 2

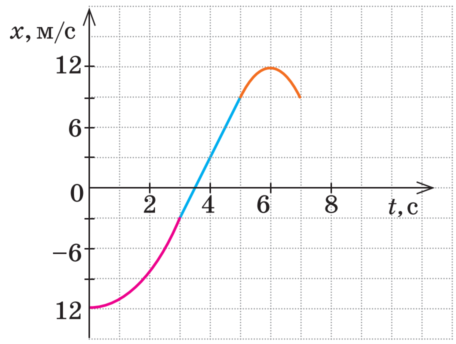


Рис. 3

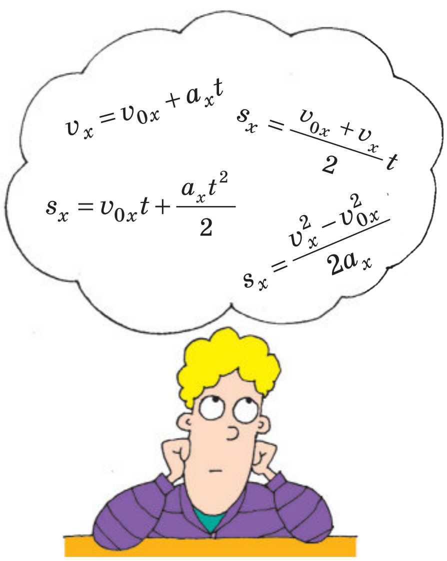
Урахуємо також, що першому та третьому етапам руху відповідають ділянки графіка $x(t)$ у формі парабол, а другому етапу — прямолінійна ділянка. Вершини парабол відповідають моментам, коли $v_x = 0$ (це $t_1 = 0$ і $t_2 = 6$ с). Повний вигляд графіка $x(t)$ наведено на рис. 3 (ділянки графіка, що відповідають різним етапам руху, виділено різними кольорами).

Звернімо увагу: сусідні ділянки графіка переходять одна в одну плавно, без зламів. Саме так і має бути, тому що злам означав би миттєву зміну швидкості.

Підбиваємо підсумки

Прискорення $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ показує швидкість зміни швидкості руху. Це векторна величина, її одиниця в СІ — 1 м/с^2. Під час прямолінійного рівноприскореного руху швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково, а прискорення є сталим.

Головні співвідношення між величинами, що описують цей рух:



$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t \qquad s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Для розв'язання задач на прямолінійний рівноприскорений рух треба навчитися аналізувати умову задачі та вибирати найзручнішу формулу (або формули) з наведених вище.

Прикладом прямолінійного рівноприскореного руху є вільне падіння тіл (падіння у вакуумі, якому ніщо не заважає). Прискорення $\vec{g}$ такого руху напрямлене вниз, його модуль поблизу поверхні Землі становить приблизно 9,8 м/с^2.

Контрольні запитання

1. Що таке прискорення? **2.** Який рух називають прямолінійним рівноприскореним? **3.** Як залежать від часу швидкість руху та переміщення тіла під час прямолінійного рівноприскореного руху? **4.** За яких умов падіння тіла можна вважати вільним?

Вправа № 3

1. Визначте прискорення руху велосипедиста, якщо протягом 4 с він збільшив швидкість руху від 3 до 11 м/с.

2. На початку крутого спуску автомобіль мав швидкість 7 м/с. Визначте швидкість руху автомобіля та пройдений ним шлях через 10 с, якщо прискорення автомобіля на спуску дорівнювало 0,5 м/с^2 (рух автомобіля пришвидшувався).

3. Скільки часу триває вільне падіння з висоти 45 м? 720 м? Уважайте, що $g = 10$ м/с^2.

4. Якої швидкості набирало б тіло внаслідок вільного падіння з висоти 320 м? Уважайте, що $g = 10$ м/с^2.

5. Після зупинки на перехресті автомобіль рушає з місця. Через 10 с він набирає швидкості руху 54 км/год. Визначте прискорення руху автомобіля.

6. Дівчинка та хлопчик, що стояли на високому мості, одночасно кинули дві кулі: першу — вгору, а другу — вниз. Початкові швидкості обох куль за модулем дорівнювали 15 м/с. Визначте інтервал часу між падіннями куль у воду. Опір повітря не враховуйте, уважайте $g = 10$ м/с^2.

7. Під час гальмування модуль прискорення поїзда дорівнював 0,2 м/с^2, а швидкість руху зменшилася від 23 до 17 м/с. Скільки часу тривало гальмування та який шлях пройшов поїзд за цей час?

8. Визначте за графіком (див. рисунок) прискорення руху тіла в момент 6 с і модуль його переміщення за 8 с.

9. У початковий момент тіло було нерухомим. Воно почало рухатися вздовж осі Ox: перші 3 с — з прискоренням $a_x = 2$ м/с^2, наступні 3 с — прямолінійно рівномірно, іще 3 с — з прискоренням $a_x = -2$ м/с^2. Накресліть графіки залежностей $v_x(t)$ і $s_x(t)$ для даного руху.

10. Для двох тіл, що рухаються вздовж осі Ox, залежності координат від часу мають вигляд $x_1(t) = 3 + 2t - t^2$ і $x_2(t) = 4 - 2t + 0{,}5t^2$ (усі величини подано в одиницях СІ). Запишіть формули залежностей $v_x(t)$ для обох тіл і побудуйте відповідні графіки.

11. Визначте за графіком (див. рисунок) модуль середньої швидкості руху тіла: а) за перші 4 с руху; б) за 8 с руху.

Експериментальне завдання

Здійсніть (наприклад, за допомогою мобільного телефону) відеозапис руху кількох автомобілів перед зупинкою на перехресті та після початку руху. Скориставшись отриманими записами, визначте прискорення руху автомобілів на різних етапах їх руху.

Фізика і техніка в Україні

Корольов Сергій Павлович (1907–1966)

Український радянський учений у галузі ракетобудування та космонавтики.

Конструктор, космічної техніки, визнаний основоположником практичної космонавтики. Очолював ракетну програму СРСР.

Під його керівництвом було запущено першу міжконтинентальну балістичну ракету та перший штучний супутник Землі, здійснено перший політ людини в космос та вихід людини у відкритий космос, створено перші космічні апарати серій «Луна», «Венера», «Марс», а також проект космічного корабля «Союз».

С. П. Корольов народився в Житомирі, здобув середню освіту в Одесі. Там же захопився планеризмом і авіацією. Після завершення вищої освіти працював у Москві над створенням і вдосконаленням ракетних двигунів. Радянські реалії тих років не оминули вченого — 1938 року він був заарештований та засуджений, відбував покарання на Колимі. Суворі допити та тяжкі умови життя вкрай підірвали його здоров'я. Тільки 1944 року Корольова достроково звільняють, а невдовзі призначають головним конструктором балістичних ракет. За життя його ім'я було глибоко засекреченим, але його досягненням захоплено аплодувало все людство.

§ 4. РУХ ТІЛА, КИНУТОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО АБО ПІД КУТОМ ДО ГОРИЗОНТУ*

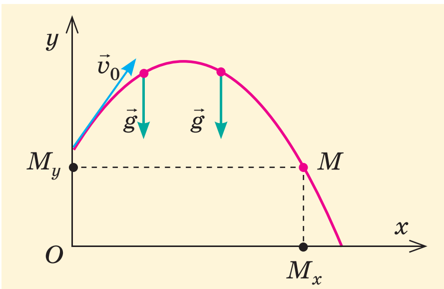
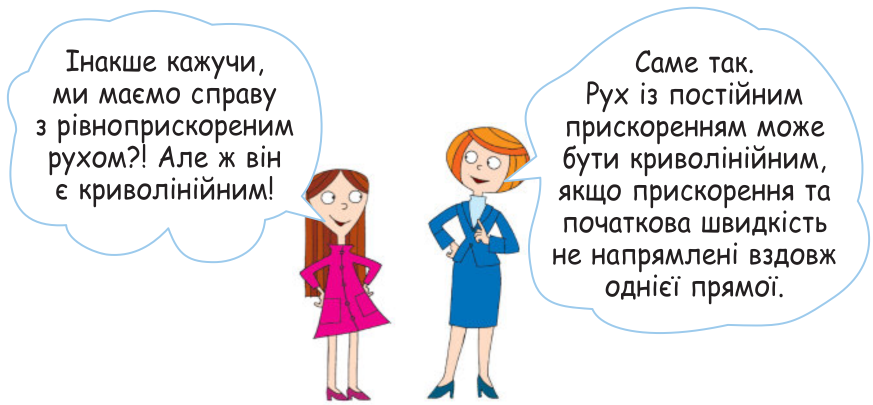


Рис. 4.1. Коли матеріальна точка M рухається під дією постійної сили тяжіння, проекція M_x цієї точки на вісь Ox рухається рівномірно, а проекція M_y на вісь Oy — рівноприскорено

1 Встановлюємо загальні закономірності руху

Розгляньмо рух тіла, якому поблизу поверхні Землі надали початкової швидкості $\vec{v}_0$ в певному напрямі, не обов'язково вертикальному. Уважатимемо, що опором повітря можна знехтувати. Тоді на тіло під час руху діє тільки сила тяжіння з боку Землі, яка надає тілу прискорення вільного падіння $\vec{g}$. Швидкість руху тіла в довільний момент $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$.



Такий рух можна розглядати як «суму» рухів по горизонталі та вертикалі, тобто вздовж осей Ox і Oy (рис. 4.1). Оскільки $g_x = 0$, рух по горизонталі є *рівномірним* (у будь-який момент $v_x = v_{0x}$), а рух по вертикалі — *рівноприскореним* (у будь-який момент $v_y = v_{0y} + g_y t = v_{0y} - gt$). Модуль повної швидкості руху тіла

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

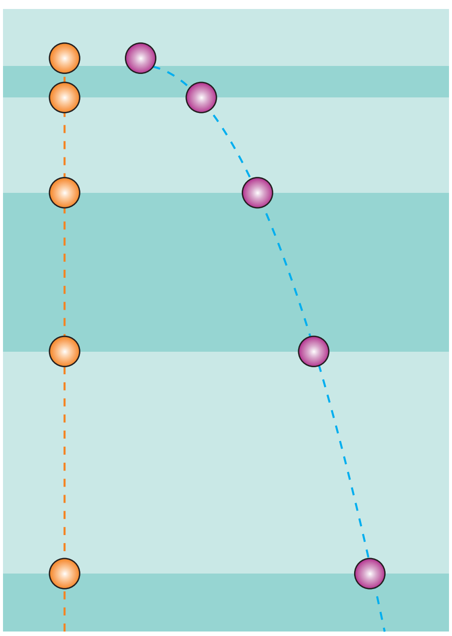


Рис. 4.2. Стробоскопічні зображення рухів двох кульок (рухи почалися одночасно): вільного падіння без початкової швидкості та руху з початковою швидкістю, напрямленою горизонтально. Обидві кульки в будь-який момент перебувають на однаковій висоті

2 Рух тіла, яке кинули горизонтально

Якщо початкова швидкість тіла напрямлена горизонтально, то $v_x = v_{0x} = v_0$, $v_y = v_{0y} - gt = -gt$. Залежність координат тіла від часу має вигляд

$$\boxed{x = v_0 t, \quad y = y_0 - \frac{gt^2}{2}.}$$

Рух по вертикалі відбувається так само, як у випадку падіння без початкової швидкості (рис. 4.2).

* Ті, хто вивчали курс фізики 9 класу на поглибленому рівні, уже знайомі з матеріалом цього параграфа.

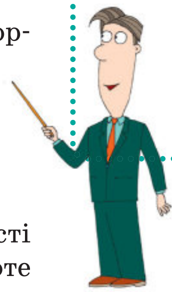
Виключивши з останніх рівнянь t, отримаємо

$$\boxed{y = y_0 - \frac{gx^2}{2v_0^2}.}$$

Це рівняння параболи. З умови $y = 0$ знаходимо координату $x = L$ точки падіння тіла на поверхню Землі:

$$\boxed{L = v_0\sqrt{\frac{2y_0}{g}}.}$$

Проекції швидкості руху тіла та модуль швидкості можна знайти з формул рівноприскореного руху, проте зручніше буває скористатися законом збереження механічної енергії (ви знайомі із застосуванням цього закону з курсу фізики 9 класу).



Як бачимо, час падіння залежить тільки від початкової висоти. Дальність L польоту тіла по горизонталі пропорційна початковій швидкості та кореню квадратному з початкової висоти.

3 Рух тіла, яке кинули під кутом до горизонту

Розгляньмо також випадок, коли тіло кидають з поверхні Землі $(y_0 = 0)$ під кутом α до горизонту (рис. 4.3).

У цьому випадку $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$. Формули залежності проекцій швидкості та координат тіла від часу мають вигляд

$$\boxed{v_x = v_0 \cos\alpha, \quad x = v_0 \cos\alpha \cdot t;}$$

$$\boxed{v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \quad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.}$$

Виразивши t через x, отримаємо квадратичну залежність $y(x)$; отже, траєкторія руху тіла є параболою. Це, зокрема, означає: частини траєкторії, що відповідають руху вгору та руху вниз, є симетричними.

З наведених формул можна отримати головні характеристики руху та траєкторії. Час t_1 руху до верхньої точки визначимо з умови $v_y(t_1) = 0$, звідки $t_1 = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

Максимальну висоту $h_{\max}$ підняття тіла можна знайти із залежності $y(t)$ або ще простіше — урахувати, що середнє значення вертикальної проекції швидкості тіла під час руху вгору $v_{y\,\text{сер}} = \dfrac{v_0 \sin\alpha + 0}{2}$. Таким чином,

$$h_{\max} = v_{y\,\text{сер}} t_1 = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Загальний час руху $t = 2t_1 = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.

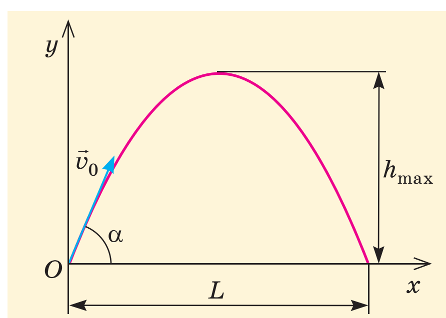


Рис. 4.3. Рух тіла, яке кинули під кутом до горизонту

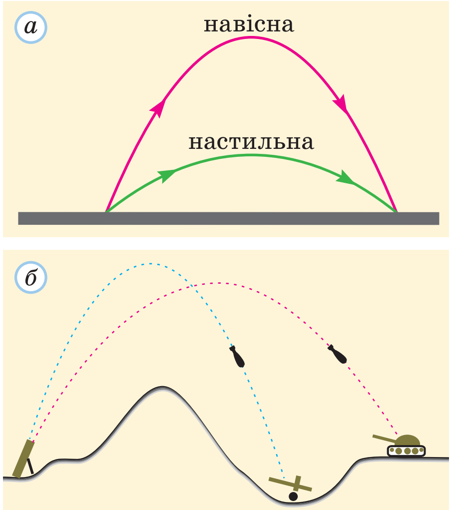


Рис. 4.4. Настильна та навісна траєкторії (*а*); навісні траєкторії руху мін (*б*)

Отже, дальність польоту

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot t = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

З останньої формули випливає, що за певної початкової швидкості v_0 максимальна дальність польоту досягається, коли $\sin 2\alpha = 1$, тобто за умови $\alpha = 45°$. Можна зробити й іще один висновок: якщо кут α замінити на $90° - \alpha$, то дальність польоту не зміниться (значення $\sin\alpha$ і $\cos\alpha$ просто «поміняються місцями»). Отже, тіло може пролетіти однакову відстань по горизонталі (та влучити в одну й ту саму точку), рухаючись однією з двох траєкторій (рис. 4.4, *а*). Вищу траєкторію називають **навісною**, а нижчу — **настильною**. Навісними траєкторіями рухаються, наприклад, випущені з міномета міни; тому вони можуть вражати цілі на закритих позиціях (зворотних схилах пагорбів тощо, рис. 4.4, *б*).

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Хлопчик викинув із вікна на висоті $h_0 = 5$ м недогризок яблука, надавши йому початкової швидкості в горизонтальному напрямі. Недогризок влучив точно в урну, модуль його переміщення $s = 13$ м. Визначте початкову швидкість руху недогризка та напрям його руху перед падінням в урну. Опір повітря не враховуйте; уважайте, що $g = 10$ м/с^2.

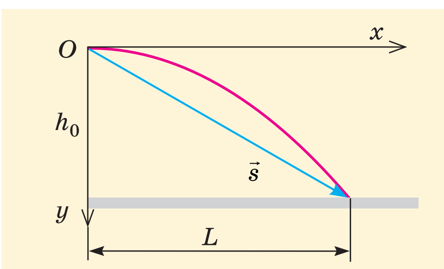


Рис. 1

Розв'язання. Перш за все визначимо горизонтальну дальність L польоту недогризка (рис. 1): $L = \sqrt{s^2 - h_0^2}$. Оскільки $L = v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$, отримуємо початкову швидкість руху $v_0 = L\sqrt{\frac{g}{2h_0}} = \sqrt{\frac{g\left(s^2 - h_0^2\right)}{2h_0}}$.

Час руху $t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$, за цей час недогризок набирає вертикальної швидкості $v_y = gt = \sqrt{2gh_0}$. Отже, швидкість $\vec{v}$ руху перед падінням (рис. 2) утворює з горизонтом такий кут α, що $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_0} = \frac{\sqrt{2gh_0}}{v_0}$.

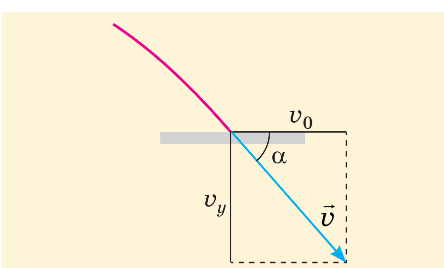


Рис. 2

Перевіримо одиниці:

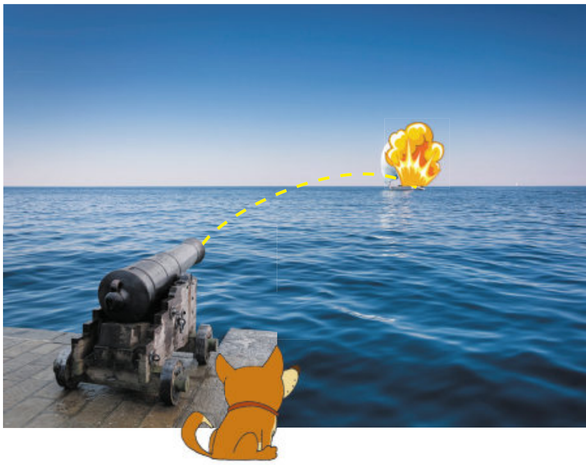
$$[v_0] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}^2}{\text{м}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad [\operatorname{tg}\alpha] = \frac{\sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = 1.$$

Визначимо значення шуканих величин:

$$v_0=\sqrt{\frac{10\cdot\left(13^2-5^2\right)}{2\cdot5}}=12\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right),\ \ \operatorname{tg}\alpha=\frac{\sqrt{2\cdot10\cdot5}}{12}=0{,}83,\ \ \alpha=40^\circ.$$

Відповідь: $v_0=12$ м/с; рух напрямлений під кутом 40° до горизонту.

Задача 2. Під час навчальної артилерійської стрільби перший снаряд влучив у мішень на відстані $L=8$ км від гармати. Перед другим пострілом кут нахилу ствола до горизонту збільшили на 60°. Визначте початкову швидкість снарядів, якщо другий снаряд влучив у ту саму мішень, що й перший. Опір повітря не враховуйте; уважайте, що $g=10$ м/с^2.



Розв'язання. Очевидно, що перший снаряд рухався настильною траєкторією, а другий — навісною, що відповідала такій самій дальності польоту. Якщо початкова швидкість першого снаряда утворювала кут α з горизонтом, то початкова швидкість другого — кут $(90^\circ-\alpha)$. З умови випливає, що $90^\circ-\alpha=60^\circ+\alpha$, звідки $\alpha=15^\circ$.

З формули дальності польоту $L=\dfrac{v_0^2\sin2\alpha}{g}$ отримуємо $v_0=\sqrt{\dfrac{gL}{\sin2\alpha}}$. Перевіримо одиниці: $[v_0]=\sqrt{\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}}=\dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

Визначимо значення шуканої величини:

$$v_0=\sqrt{\frac{10\cdot8\cdot10^3}{\sin30^\circ}}=400\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

Це значення є цілком правдоподібним.

Відповідь: $v_0=400$ м/с.

Підбиваємо підсумки

Усі тіла поблизу поверхні Землі рухаються під дією земного тяжіння з однаковим прискоренням $\vec{g}$ (якщо вважати, що опором повітря можна знехтувати).

Якщо початкова швидкість руху тіла напрямлена горизонтально або під кутом до горизонту, то цей рух можна розглядати як суму двох одночасних рухів: рівномірного руху по горизонталі та рівноприскореного з прискоренням $\vec{g}$ — по вертикалі. Траєкторія «результуючого» руху є параболою. Для тіла, яке кинули з поверхні Землі під кутом α до горизонту, час руху вгору до вершини параболи такий самий, як час руху вниз від вершини параболи до точки падіння. Дальність польоту такого тіла $L=\dfrac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}=\dfrac{v_0^2\sin2\alpha}{g}$ за певного значення початкової швидкості v_0 є однаковою для траєкторій, що відповідають значенням кута α і $90^\circ-\alpha$.

Контрольні запитання

1. Як залежать від часу проекції v_x, v_y швидкості руху тіла, що рухається під дією сили тяжіння поблизу поверхні Землі? 2. Чи залежить час руху до падіння тіла, яке кинули горизонтально, від значення початкової швидкості його руху? 3. Під яким кутом до горизонту треба кинути тіло, щоб воно пролетіло якнайдалі (за відсутності опору повітря)?

Вправа № 4

Опір повітря не враховуйте. Уважайте, що $g = 10$ м/с².

1. Футболіст під час тренування ударом надав м'ячу швидкості 10 м/с під кутом 25° до горизонту. Під час другого удару з того самого місця спортсмен надав м'ячу такої самої за модулем швидкості в іншому напрямі, а м'яч влучив у ту саму точку футбольного поля. Під яким кутом до горизонту полетів м'яч після другого удару?

2. М'яч кинули в горизонтальному напрямі зі швидкістю 6 м/с з вікна на висоті 12,8 м. Початкова швидкість руху м'яча напрямлена перпендикулярно до стіни будинку. На якій відстані від будинку м'яч упав на землю?

3. Тіло, яке кинули з вікна хмарочоса в горизонтальному напрямі з висоти 240 м, перемістилося на 40 м у горизонтальному напрямі. З якої висоти треба кинути тіло з такою самою горизонтальною швидкістю, щоб воно перемістилося по горизонталі на 20 м?

4. Два камінці кинули одночасно з поверху будівлі в одному напрямі зі швидкостями 7 і 11 м/с. Визначте відстань між тілами через 2 с руху.

5. Тіло, що кинули з висоти 20 м у горизонтальному напрямі з початковою швидкістю 7,5 м/с, впало на землю. Визначте модуль переміщення тіла.

6. Футбольний м'яч після удару перебував у повітрі 6 с. На яку максимальну висоту він піднявся?

7. Камінець кинули з рівня поверхні Землі з початковою швидкістю 15 м/с під кутом 60° до горизонту. Визначте час його польоту, максимальну висоту та дальність польоту.

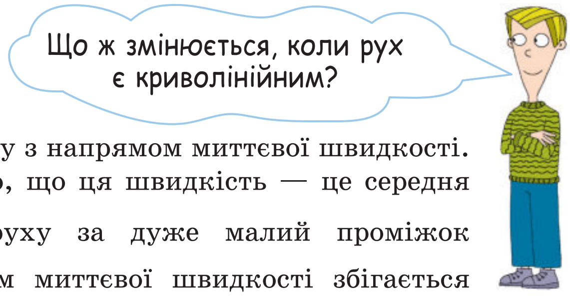
Експериментальне завдання

Дослідіть експериментально залежність дальності польоту тіла, яке кинули горизонтально, від початкової висоти. Для цього розробіть спосіб надання тілу однакової початкової швидкості в кожному з дослідів.

§ 5. КІНЕМАТИКА КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ

1 Миттєва швидкість і прискорення криволінійного руху

Ви вже знаєте, що таке миттєва швидкість та прискорення руху. Якщо в 9 класі ми застосовували ці поняття головним чином для опису прямолінійного руху, то в попередньому параграфі розглянуто й один із різновидів криволінійного руху. Під час прямолінійного нерівномірного руху як миттєва швидкість $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$, так і прискорення $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ (рис. 5.1) завжди напрямлені вздовж прямолінійної траєкторії руху. Під час же найпростішого прямолінійного руху — прямолінійного рівномірного — швидкість є незмінною, а прискорення дорівнює нулю.



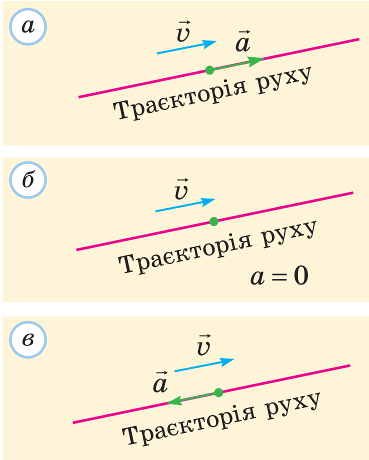


Рис. 5.1. Різні випадки прямолінійного руху: *а* — модуль швидкості збільшується; *б* — рух рівномірний; *в* — модуль швидкості зменшується

Розберемося спочатку з напрямом миттєвої швидкості. Будемо виходити з того, що ця швидкість — це середня швидкість $\vec{v}_{\text{сер}} = \dfrac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}$ руху за дуже малий проміжок часу Δt. Отже, напрям миттєвої швидкості збігається з напрямом переміщення тіла за дуже малий проміжок часу. На рис. 5.2 показано переміщення тіла протягом різних проміжків часу: спочатку протягом Δt_1, потім протягом першої половини цього проміжку $\left(\Delta t_2 = \dfrac{\Delta t_1}{2}\right)$, потім протягом проміжку часу $\Delta t_3 = \dfrac{\Delta t_2}{2}$ тощо.

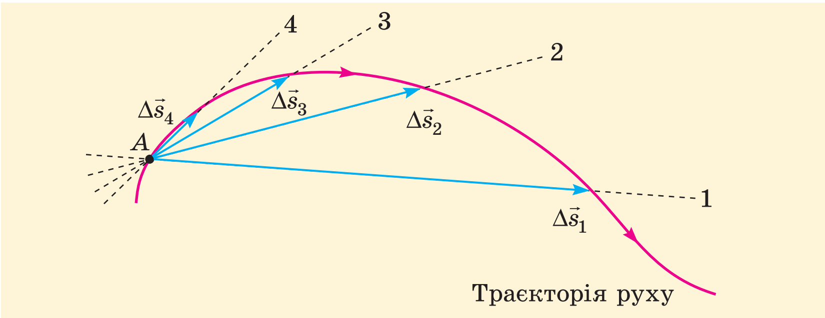


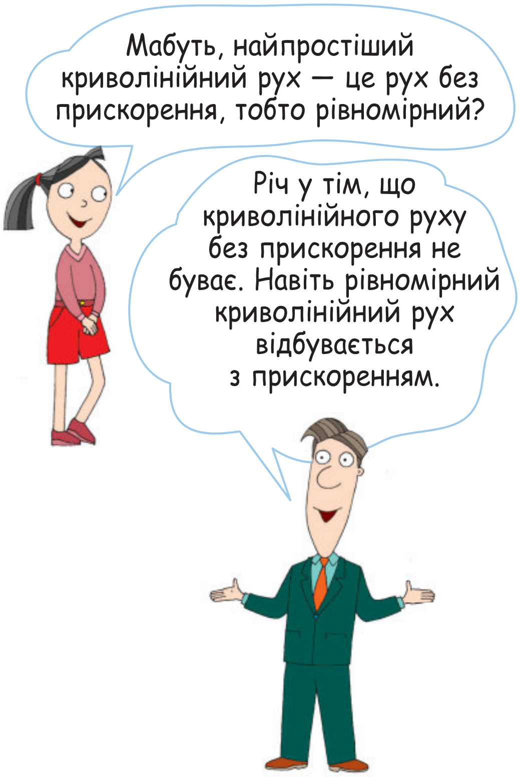
Рис. 5.2. Переміщення тіла протягом усе менших проміжків часу

Прямі 1, 2, 3, ..., на яких лежать відповідні вектори переміщень, перетинають криволінійну траєкторію руху у двох точках. Чим меншим є переміщення, тим ближчі ці точки одна до одної і тим менший кут між відповідною прямою та дотичної до траєкторії в точці A (можна вважати, що для дотичної обидві точки перетину з кривою просто зливаються). Отже, достатньо малі переміщення напрямлені вздовж дотичної до траєкторії руху. Так само напрямлена й миттєва швидкість.

! Миттєва швидкість криволінійного руху в кожній точці траєкторії напрямлена вздовж дотичної до траєкторії.

На рис. 5.3 показано напрями швидкостей руху тіла в різних точках колової траєкторії. Підтвердженням є видимий рух іскор від точильного круга (насправді це

Рис. 5.3. Напрями швидкостей частинок, що рухаються по колу



Зверніть увагу!

- Криволінійний рух завжди відбувається з прискоренням.
- Отже, щоб тіло рухалося криволінійною траєкторією, якась сила має надавати йому відповідного прискорення.

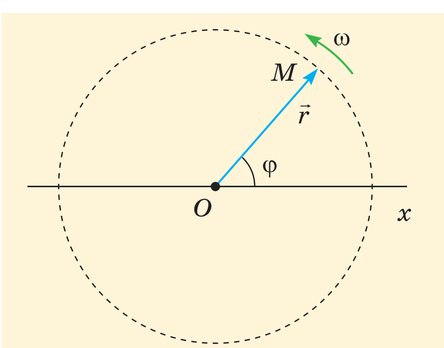


Рис. 5.4. Рух точки M по колу супроводжується зміною кута φ

розпечені крихітки речовини, що відірвалися та рухаються практично за інерцією).

Тепер ми можемо розглянути й питання про прискорення криволінійного руху.

Під час криволінійного рівномірного руху залишається незмінним тільки модуль швидкості. Що ж до напряму швидкості, то він весь час змінюється (див. рис. 5.3). Отже, змінюється й вектор швидкості. А це й означає, що прискорення криволінійного руху завжди є відмінним від нуля.

2 Рівномірний рух по колу. Лінійна та кутова швидкості

Найпростішим прикладом криволінійного руху є рівномірний рух матеріальної точки по колу. Невдовзі ми побачимо, як можна перейти від розгляду такого руху до розгляду загального випадку.

Якщо тіло рівномірно рухається по колу радіусом r, то воно здійснює кожний оберт за один і той самий час T. Цей час називають **періодом** рівномірного руху по колу. **Обертова частота** n чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу. Якщо за час t тіло здійснило N повних обертів, то $n = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$. Одиниця цієї величини в СІ — оберт за секунду (об/с, або $с^{-1}$).

Визначимо модуль швидкості руху (його також називають **лінійною швидкістю руху**):

$$v = \left|\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}\right| = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi n r.$$

Ми скористалися тим, що модуль переміщення тіла $|\Delta\vec{s}|$ за малий проміжок часу дорівнює пройденому за цей проміжок часу шляху Δl, а за час T тіло проходить шлях $2\pi r$.

Розглядаючи рух матеріальної точки M по колу, зручно вибрати початок координат O в центрі кола. Тоді радіус-вектор $\vec{r}$ рухомої точки напрямлений вздовж радіуса кола (рис. 5.4). Під час рівномірного руху цей радіус-вектор рівномірно обертається. Кут φ між радіус-вектором і віссю Ox однозначно визначає положення рухомої точки. Нагадаємо, що в СІ одиниця кута — 1 радіан (рад).

Якщо характеризувати положення рухомої точки кутом φ, то зручно застосовувати таку фізичну величину, як **кутова швидкість** ω.

Кутова швидкість чисельно дорівнює куту повороту радіус-вектора за одиницю часу: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$. Одиниця кутової швидкості в СІ — радіан за секунду (рад/с, або $с^{-1}$).

Оскільки кут повороту радіус-вектора протягом одного періоду дорівнює 2π рад, виконується співвідношення $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$. Кут повороту радіус-вектора за час t за умови рівномірного руху по колу з кутовою швидкістю* ω дорівнює ωt.

З останніх формул випливає також важливе співвідношення $v = \omega r$.

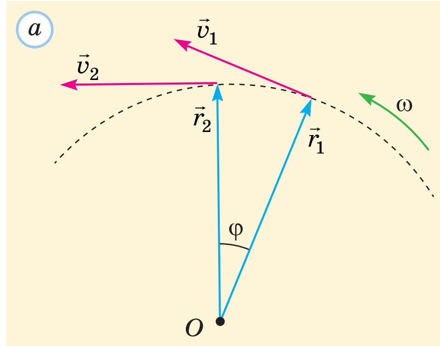
3 Доцентрове (нормальне) прискорення

Ми вже розуміємо, що криволінійного руху без прискорення не буває. Знайдемо напрям і модуль цього прискорення для найпростішого криволінійного руху — рівномірного руху по колу. Перш за все пояснимо походження прискорення в цьому випадку.

На рис. 5.5, *а* показано два положення рухомої точки, що відповідають двом близьким моментам часу, та швидкості точки в ці моменти. Прискорення руху точки $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$. Оскільки рух рівномірний, трикутник швидкостей $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\Delta \vec{v}$ (рис. 5.5, *б*) є рівнобедреним. Оскільки кут φ при вершині цього трикутника «майже нульовий», кути при основі трикутника «майже прямі» (насправді йдеться про граничні значення цих кутів). Отже, вектор зміни швидкості $\Delta \vec{v}$, а разом з ним і вектор прискорення $\vec{a}$ перпендикулярні до вектора швидкості руху.

Швидкість руху напрямлена вздовж дотичної до колової траєкторії; таким чином, прискорення напрямлене вздовж радіуса кола. Як видно з рисунка, вектор прискорення напрямлений у бік центра кола. Це прискорення називають **доцентровим**. Його називають також **нормальним** (термін «нормаль», що походить від латинського «перпендикуляр», широко вживають у фізиці та математиці). Щоб підкреслити напрям цього прискорення (перпендикулярно до швидкості), його часто позначають $\vec{a}_n$.

Трикутники на рис. 5.5, *б* є подібними, адже обидва вони рівнобедрені й мають однакові кути при вершинах. Це дозволяє нам знайти модуль доцентрового прискорення. Скористаємося пропорцією $\frac{s}{r} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{v}$ та співвідношеннями $s = v\Delta t$ і $|\Delta \vec{v}| = a\Delta t$, справедливими для малих проміжків часу Δt. Отримаємо вираз $a = \frac{v^2}{r}$, або $a_n = \frac{v^2}{r}$,



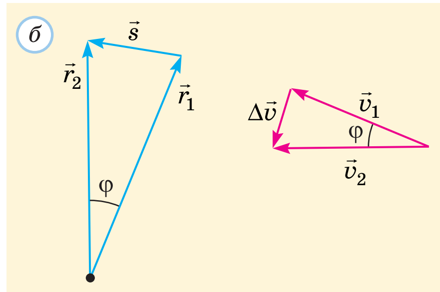


Рис. 5.5. Переміщення, швидкості, прискорення під час рівномірного руху тіла по колу (кут φ для наочності завищено)

* Ви, мабуть, уже помітили, що й кутова швидкість, і отримані для неї співвідношення дуже нагадують про таку характеристику гармонічних коливань, як циклічна частота (ви могли дізнатися про неї під час поглибленого вивчення фізики в 9 класі). Це не випадковий збіг, між рівномірним рухом по колу та гармонічними коливаннями існує тісний зв'язок.

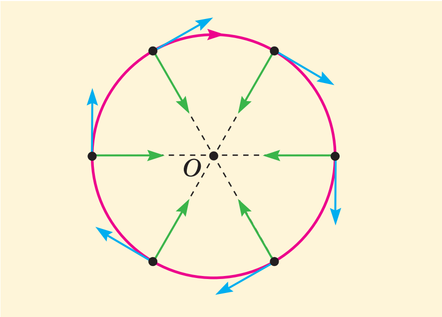


Рис. 5.6. Напрями швидкостей і прискорень частинок, що рівномірно рухаються по колу (сині стрілки — швидкості, зелені — прискорення)

для модуля доцентрового прискорення. Інколи зручно скористатися й іншими формами цього співвідношення:

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega v = \omega^2 r. \qquad (1)$$

На рис. 5.6 показано напрями швидкостей і прискорень частинок у різних точках колової траєкторії під час рівномірного руху. Модуль прискорення, як і модуль швидкості руху частинки, під час руху не змінюється.

Але такий рух не можна вважати «криволінійним рівноприскореним». Адже *вектор* прискорення змінюється за напрямом. Приклад криволінійного руху з *постійним* прискоренням нам уже відомий — за відсутності опору повітря це політ тіла, яке кинули горизонтально або під кутом до горизонту.

Розберемося глибше

Чому ми так багато уваги приділяємо саме руху по колу? Адже криволінійні траєкторії бувають набагато складнішими (рис. 5.7).

Річ у тім, що для визначення швидкості та прискорення руху будь-яку маленьку ділянку криволінійної траєкторії можна подумки замінити маленькою дугою кола. Радіус цього кола називають **радіусом кривизни** траєкторії в даній точці, а його центр — **центром кривизни**. Для колової траєкторії радіус кривизни є незмінним і збігається з радіусом кола, для інших траєкторій радіус кривизни в різних точках різний (рис. 5.8).

Радіус кривизни кривої лінії можна визначити через кут між двома дотичними, проведеними у двох близьких точках цієї лінії. Якщо цей кут дорівнює $\Delta\varphi$, а довжина ділянки кривої лінії між зазначеними точками Δl, то радіус кривизни $r = \frac{\Delta l}{\Delta\varphi}$. Для кола кут між дотичними збігається з кутом між відповідними радіусами (порівняйте з рис. 5.5).

Для визначення нормального прискорення під час руху криволінійною траєкторією завжди можна користуватися формулою (1), якщо r — радіус кривизни траєкторії. Нормальне прискорення за певної лінійної швидкості тим більше, чим менший радіус кривизни (тобто чим більш «крутим» є поворот).

Рис. 5.7. Уявімо траєкторію криволінійного руху вагончика на американських горках

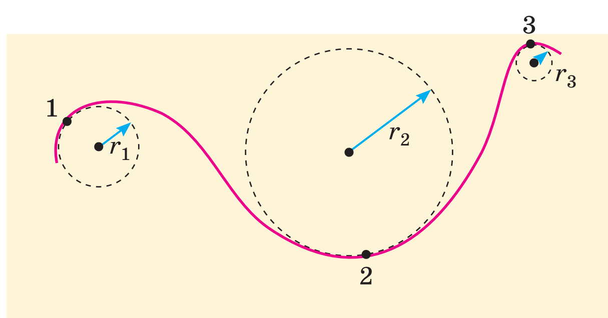


Рис. 5.8. Радіуси кривизни в різних точках криволінійної траєкторії відрізняються ($r_3 < r_1 < r_2$)

4 Нерівномірний криволінійний рух. Тангенціальне прискорення

Під час рівномірного криволінійного руху прискорення (це нормальне прискорення) напрямлене під прямим кутом до швидкості. Воно спричиняє зміну швидкості тільки за напрямом (рис. 5.9, *а*). Відомо також, що під час прямолінійного руху, коли швидкість змінюється тільки за модулем, прискорення та швидкість напрямлені вздовж однієї прямої (рис. 5.9, *б*). У загальному ж випадку криволінійного нерівномірного руху швидкість одночасно змінюється як за напрямом, так і за модулем (рис. 5.9, *в*). Виникає запитання: як напрямлене прискорення такого руху?

У загальному випадку вектор прискорення напрямлений під кутом до вектора швидкості (рис. 5.10). Дві його складові називають **тангенціальним** $(\vec{a}_\tau)$ і нормальним $(\vec{a}_n)$ прискореннями.

Тангенціальне прискорення (напрямлене по дотичній до траєкторії) «відповідає» за зміну модуля швидкості. Нормальне прискорення (напрямлене перпендикулярно до дотичної) «відповідає» за зміну напряму швидкості. Повне прискорення $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Модуль тангенціального прискорення визначає швидкість зміни модуля швидкості: $a_\tau = \left| \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \right|$.

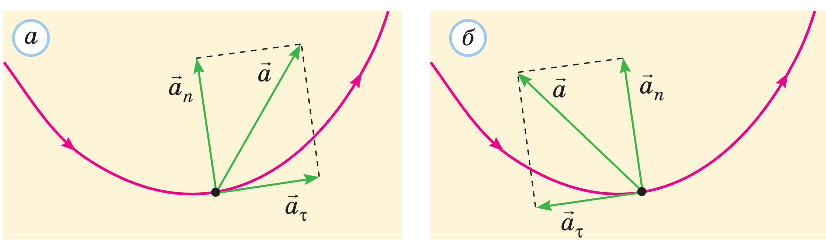


Рис. 5.10. Нерівномірний криволінійний рух: *а* — модуль швидкості збільшується; *б* — модуль швидкості зменшується

Рис. 5.9. Рівномірний криволінійний рух (*а*); нерівномірний прямолінійний рух (*б*); нерівномірний криволінійний рух (*в*)

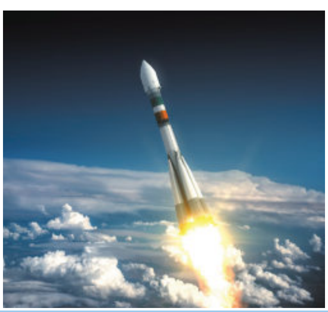
Коли розглядається рух по колу (наприклад, рух точок твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі), зручно буває замість лінійної швидкості v застосовувати кутову швидкість ω. Тоді замість тангенціального прискорення зручно застосовувати **кутове прискорення** β. Ця величина чисельно дорівнює зміні кутової швидкості за одиничний час: $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Одиниця кутового прискорення в СІ — радіан у секунду за секунду (рад/с^2).

Оскільки $v = \omega r$, тангенціальне та кутове прискорення пов'язані співвідношенням

$$a_\tau = \left|\frac{\Delta v}{\Delta t}\right| = r\left|\frac{\Delta\omega}{\Delta t}\right| = r|\beta|. \qquad (2)$$

У багатьох випадках (наприклад, під час запуску точильного круга) можна вважати, що кутове прискорення є незмінним. Тоді можна показати, що співвідношення між кутовими величинами аналогічні співвідношенням між кінематичними характеристиками прямолінійного рівноприскореного руху (див. таблицю).

Аналогії між прямолінійним рухом і рухом по колу

Прямолінійний рух		Рух по колу	
Координата	x	Кут	φ
Проекція переміщення (зміна координати)	$s_x = \Delta x$	«Кутове переміщення» (зміна кута)	$\Delta\varphi$
Проекція швидкості	v_x	Кутова швидкість	ω
Проекція прискорення	a_x	Кутове прискорення	β
	$v_x = v_{0x} + a_x t$ $s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$ $s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$ $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$		$\omega = \omega_0 + \beta t$ $\Delta\varphi = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t$ $\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$ $\Delta\varphi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\beta}$

Підбиваємо підсумки

Під час криволінійного руху миттєва швидкість $\vec{v}$ напрямлена по дотичній до траєкторії, тому вектор $\vec{v}$ постійно змінює напрям. Унаслідок цього рух відбувається з прискоренням. Якщо рух є рівномірним $(v = \text{const})$, це прискорення (нормальне прискорення $\vec{a}_n$) перпендикулярне до швидкості. У загальному випадку існує ще тангенціальне прискорення $\vec{a}_\tau$, пов'язане зі зміною модуля швидкості. Загальне прискорення $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Для рівномірного руху по колу радіуса r швидкість $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi n r$, де T і n — відповідно період і обертова частота руху. Кутова швидкість $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n = \frac{v}{r}$; нормальне прискорення $a_n = \frac{v^2}{r} = \omega v = \omega^2 r$, а тангенціальне $a_\tau = 0$.

Для нерівномірного руху по колу $a_\tau = r|\beta|$, де $\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ — кутове прискорення.

Контрольні запитання

1. Як напрямлена миттєва швидкість криволінійного руху? **2.** Поясніть, чому криволінійний рух завжди відбувається з прискоренням. **3.** Як пов'язані кутова та лінійна швидкості руху по колу? **4.** Для якого руху тангенціальне прискорення відсутнє? **5.** Поясніть фізичний зміст кутового прискорення.

Вправа № 5

1. Визначте період, обертову частоту та кутову швидкість руху кінця секундної стрілки годинника.

2. Діаметр циркової арени становить 13 м. Цирковий поні біжить навкруги арени зі швидкістю 5 м/с. Визначте період і обертову частоту його руху.

3. Діаметр циркової арени становить 13 м. Дресирований собака оббігає арену за 10 с. Визначте кутову швидкість руху та доцентрове прискорення собаки.

4. Тіло, що перебувало в спокої, починає рухатися по колу з постійним кутовим прискоренням 0,1 рад/с^2. Через який час тіло вперше повернеться в початкову точку? Яку кутову швидкість воно матиме в цей момент?

5. Тіло рівномірно рухається траєкторією, показаною на рис. 5.8. У яких точках траєкторії його прискорення найбільше за модулем? найменше?

6. Маленька кулька здійснює коливання на нитці. Як напрямлене прискорення кульки в нижній точці A траєкторії? у верхній точці B? у точці, що розташована приблизно посередині дуги AB?

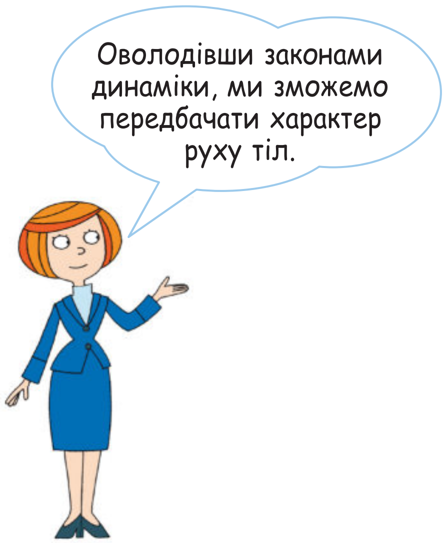
7. Велосипед рухається прямолінійно рівномірно зі швидкістю 5 м/с. Визначте модулі й напрями прискорень верхньої та нижньої точок колеса. Радіус колеса дорівнює 0,25 м.

Експериментальне завдання

Установіть велосипед так, щоб його переднє колесо не торкалося опори. Прикріпіть легку мітку до однієї зі спиць і розкрутіть колесо. Здійсніть за допомогою мобільного телефону відеозапис подальшого руху колеса. Проаналізуйте запис та визначте: а) залежність кутової швидкості руху від часу; б) залежність кутового прискорення руху від часу.

§ 6. ІНЕРЦІАЛЬНІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ. ЗАКОНИ ДИНАМІКИ НЬЮТОНА

1 Явище інерції. Перший закон динаміки. Принцип відносності Ґалілея



Опрацювавши попередні параграфи, ви навчилися *описувати* певні види механічного руху. Відповідний розділ механіки називають **кінематикою**. Надалі ж ми спробуємо ще й визначати причини та умови певного руху тіл. Це предмет іншого розділу механіки — **динаміки**.

Перша проблема — чому взагалі виникає та продовжується рух тіл? Давньогрецький філософ Арістотель близько 2500 років тому стверджував: щоб тіло рухалося, на нього потрібно діяти якимось чином, «штовхати». Якщо припинити таку дію, тіло зупиниться. Інакше кажучи, «природним» станом тіла є спокій: якщо тіло «не займати», воно переходить у стан спокою.

На перший погляд може здатися, що наш повсякденний досвід підтверджує таку точку зору: шайба, що ковзає горизонтальною поверхнею льодового майданчика, кінець кінцем зупиняється. Так само зупиняється й автомобіль на горизонтальній дорозі, якщо вимкнути двигун. Проте не можна вважати, що шайбу та автомобіль просто «перестали штовхати». Рух цих тіл припинився через тертя об поверхню, тобто під дією іншого тіла.

Саме такого висновку дійшов на межі XVI та XVII століть італійський учений Ґ. Ґалілей (рис. 6.1). Він першим здійснив «уявний експеримент» — подумки «зменшив» тертя до нуля. У такому випадку немає причини для сповільнення руху тіла та його зупинки.

Отже, за висновком Ґалілея, надана рухомому тілу швидкість буде зберігатися, якщо усунено зовнішні причини прискорення або сповільнення руху. Інакше кажучи, «природним» станом тіла може бути не тільки спокій, а й прямолінійний рівномірний рух.

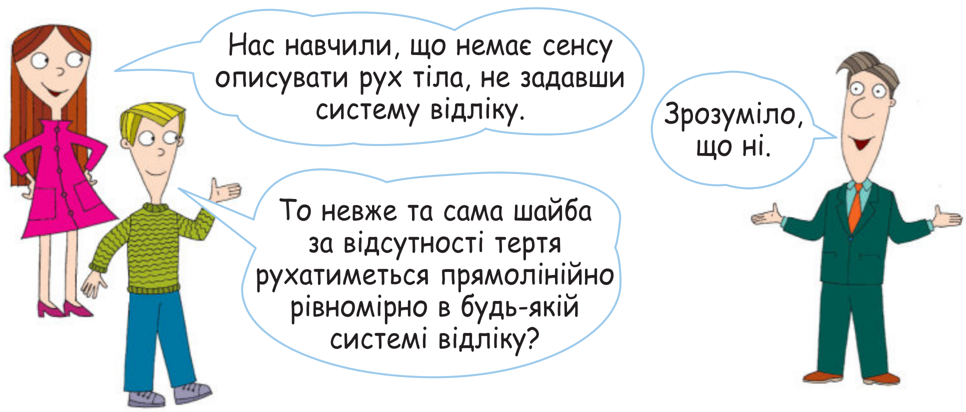
Фактично Ґалілей відкрив явище **інерції**. З курсу фізики 7 і 9 класів ви знаєте про це явище, що полягає *у властивості тіл зберігати стан спокою або прямолінійного рівномірного руху за відсутності або скомпенсованості дії на нього інших тіл.*

Рис. 6.1. Ґалілео Ґалілей (1564–1642) — італійський мислитель епохи Відродження. Засновник класичної механіки, математик, астроном. Удосконалив конструкцію телескопа, спостерігав гори та кратери на Місяці, плями на Сонці, відкрив супутники Юпітера. Свідомо та послідовно впроваджував у науку активний експеримент замість пасивного спостереження

! Можна сказати, що рух за інерцією — це рух тіла зі швидкістю, незмінною за модулем і напрямом, за відсутності або скомпенсованості дії на дане тіло інших тіл. Твердження про існування такого руху називають **законом інерції Ґалілея**.

Найкращою ілюстрацією закону інерції міг би бути рух тіла, на яке зовсім не діють інші тіла (це так зване **вільне тіло**). Таке тіло мало б рухатися саме за інерцією. Проте насправді немає у Всесвіті тіла, «ізольованого» від дії всіх інших тіл. Можна лише зменшувати таку дію, тим самим наближаючись до ідеалізованої ситуації — руху за інерцією.

Наприклад, коли шайба ковзає горизонтальним льодовим майданчиком, швидкість її руху зменшується через тертя об лід, і шайба зупиняється, подолавши певну відстань (не дуже велику, якщо поверхню льоду подряпано). Якщо ретельно відполірувати лід за допомогою спеціальної машини, тертя зменшиться і шайба проходитиме набагато більшу відстань. У деяких іграх під «шайбою» створюють повітряну подушку, що робить тертя практично непомітним. У цьому випадку можна вже наближено вважати, що шайба рухається за інерцією.



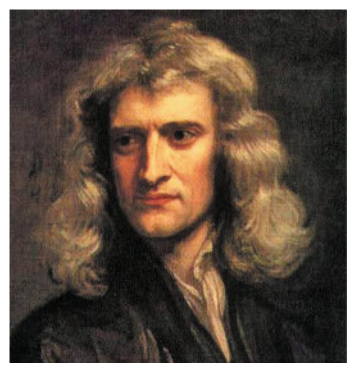


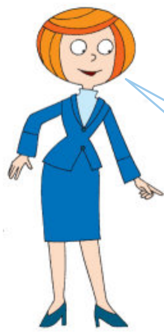
Рис. 6.2. Ісаак Ньютон (1643–1727) — англійський учений, засновник сучасного природознавства, творець класичної фізики, видатний математик. Відкрив закони руху та закон всесвітнього тяжіння, пояснив закони Кеплера, що описують рух планет і супутників. Побудував перший телескоп-рефлектор, розвинув теорію кольору та числення нескінченно малих. Узагальнив біном Ньютона, запропонував метод розв'язування нелінійних рівнянь

Якщо поряд із льодовим майданчиком розганяється або гальмує автомобіль, то в його системі відліку шайба рухатиметься якось інакше. Отже, явище інерції спостерігається не в усіх системах відліку. Закон інерції Ґалілея став основою системи законів механіки, створеної великим англійським ученим І. Ньютоном (рис. 6.2). Сам Ньютон назвав цей закон першим законом руху. Нині його найчастіше називають **першим законом динаміки**. Наведемо одне з його поширених формулювань.

! Існують такі системи відліку, відносно яких тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, якщо на нього не діють інші тіла або якщо їх дії скомпенсовані.

Системи відліку, про які йдеться в законі (тобто такі, в яких спостерігається явище інерції), називають **інерціальними системами відліку**.

Системи відліку, пов'язані з реальними тілами, можна вважати інерціальними лише приблизно. Проте дуже важливо, що таких систем *безліч*: якщо вже існує одна інерціальна система відліку та тіла, що рухаються відносно неї прямолінійно рівномірно, то з *кожним* таким тілом теж можна пов'язати інерціальну систему відліку. Зокрема, пов'язана з вільним тілом система відліку була б інерціальною. Якщо ж тіло рухається відносно інерціальної системи відліку з прискоренням, то пов'язана з цим тілом система відліку є **неінерціальною** (у ній не виконується закон інерції).



У більшості випадків можна, проте коли йдеться про дуже точні дослідження руху — то ні (адже поверхня Землі сама рухається з прискоренням відносно центра Землі або Сонця, зокрема через добове та річне обертання Землі). Якщо ми вважаємо СВ-1 інерціальною, то такою буде й система відліку, пов'язана з вагоном поїзда під час прямолінійного рівномірного руху (рис. 6.3). Якщо ж поїзд рухається з прискоренням (наприклад, під час гальмування), пов'язана з ним система відліку є неінерціальною. Усі предмети без видимої причини набувають руху відносно поїзда, тобто не зберігають стану спокою. Наприклад, різке гальмування поїзда може спричинити падіння валізи з полки.

Рис. 6.3. Якщо систему відліку СВ-1, пов'язану із Землею, можна вважати інерціальною, то такою ж можна вважати СВ-2 (поїзд рухається прямолінійно рівномірно). Система ж відліку СВ-3 є неінерціальною (поїзд гальмує перед зупинкою)

Якщо тіло, що рухається за інерцією, не є матеріальною точкою, то воно під час руху може ще й рівномірно обертатися навколо певної власної осі (якщо б навіть взаємодія Землі із Сонцем раптово зникла, то добове обертання Землі залишилося б).

Закони динаміки Ньютона сформульовані саме для руху відносно інерціальної системи відліку. Природно, виникає запитання: відносно якої саме з безлічі таких систем відліку? Відповідь дає **принцип відносності Ґалілея**.

! Механічні процеси протікають однаково в усіх інерціальних системах відліку.

Треба правильно розуміти цей принцип. Він аж ніяк не означає, що траєкторія або швидкість руху тіла однакові в різних інерціальних системах відліку. Якщо, наприклад, у СВ-2 (рис. 6.3) крапля води падає без початкової швидкості, то траєкторія її руху — відрізок вертикальної прямої. Рух тієї самої краплі відносно Землі (СВ-1) відбувається по параболічній траєкторії. Що ж є однаковим з точки зору різних інерціальних систем відліку?

Перш за все, закони, які описують рух. В обох системах відліку крапля рухається під дією однієї і тієї самої сили тяжіння, яка визначає прискорення руху. Якщо в різних інерціальних системах відліку забезпечити однакові початкові умови руху тіла, то й рух буде однаковим.

Сам Ґалілей пропонував читачеві своєї книжки провести численні досліди «у просторому приміщенні під палубою корабля» та переконатися: за результатами жодного досліду неможливо визначити, рухається корабель чи ні (якщо йдеться про прямолінійний рівномірний рух без хитавиці). Результати всіх дослідів, здійснених за однакових умов, будуть однаковими! Отже, серед інерціальних систем відліку немає якоїсь однієї «головної», пов'язаної чи то з Землею, чи то з Сонцем, чи ще з якимось тілом.

Зверніть увагу!

Фізичні величини можна розділити на **відносні** та **інваріантні** щодо переходу до іншої інерціальної системи відліку. Відносні величини змінюються внаслідок такого переходу, а інваріантні — ні. До відносних величин належать швидкість руху, переміщення, шлях тощо, до інваріантних — наприклад, прискорення руху тіла (див. вправу 6.7).

! Усі інерціальні системи відліку є рівноправними.

Вибір певної інерціальної системи відліку не може бути «неправильним», він може бути більш чи менш зручним.

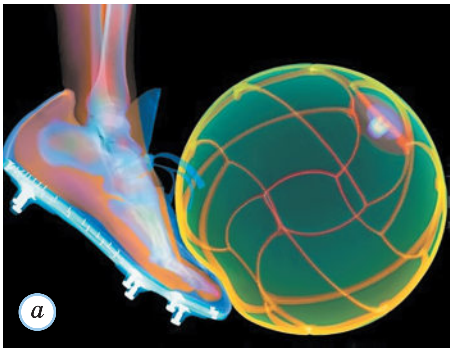
2 Маса та сила. Другий закон динаміки

Ви вже знаєте, за яких умов тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, тобто за яких умов прискорення тіла дорівнює нулю. Очевидно, що тіло змінює швидкість (тобто набуває прискорення) тільки під дією інших тіл, тобто в процесі **взаємодії** з ними. Тепер потрібно розібратися, від яких чинників залежить прискорення тіла. Для цього нагадаємо про дві фізичні величини (**масу** та **силу**), з якими ви вже не раз мали справу під час вивчення фізики.

! **Сила** $(\vec{F})$ — це векторна фізична величина, що характеризує взаємодію тіл.

Якщо ви зараз сидите в кріслі, то на вас діють **сила тяжіння** з боку Землі, **сили пружності** з боку сидіння та спинки крісла і підлоги, а також **сили тертя** з боку підлоги та сидіння. Саме ці типи сил є головними в механіці*. Сили пружності та тертя є різновидами **електромагнітних сил**.

* У наведеному переліку нібито відсутні сили тиску рідини та газу, а також сила Архімеда. Усі ці сили зумовлені міжмолекулярними взаємодіями. Вони так само, як і сила пружності, є різновидами електромагнітних сил.



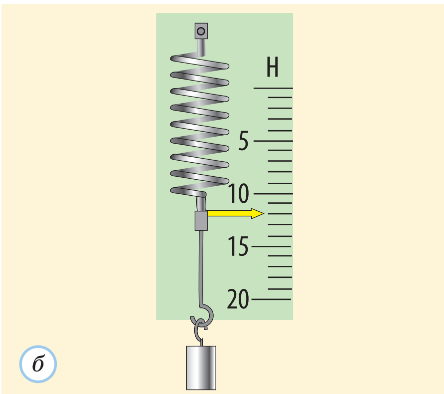


Рис. 6.4. Деформація тіл: *а* — м'яча внаслідок взаємодії з ногою; *б* — пружини динамометра внаслідок взаємодії з підвішеним вантажем

Результат дії сили на тіло залежить від модуля F цієї сили, її напряму та місця прикладання (якщо тіло не можна вважати матеріальною точкою). Наприклад, якщо футболіст діє ногою на м'яч, що котиться футбольним полем, то залежно від напряму сили він може зупинити м'яч, прискорити його рух або змінити напрям цього руху. Змінивши точку удару, футболіст може надати м'ячу певного обертання («закрутити» його).

Наслідком дії сили може бути не тільки зміна швидкості руху тіла, а й **деформація** — зміна форми та (або) розмірів тіла (рис. 6.4, *а*). Це застосовують для вимірювання сил за допомогою пружинного **динамометра** (рис. 6.4, *б*). Відповідно до закону Гука, який ви вивчали в 7 класі, між видовженням x пружини динамометра та значенням вимірюваної сили F існує простий зв'язок, а саме $F = kx$, де k — коефіцієнт жорсткості пружини.

Очевидно, прискорення тіла залежить від сили, яка надає тілу цього прискорення. Але це прискорення залежить і від властивостей самого тіла. Розгляньмо експеримент (рис. 6.5): поставимо перед сталевим візком вимкнений електромагніт. У момент його вмикання почнемо фотографувати візок при *стробоскопічному освітленні* (це освітлення короткими спалахами світла через однакові інтервали часу). Знаючи інтервали часу між спалахами джерела світла та відстані між послідовними положеннями візка, можна визначити його прискорення на початку руху. Після цього можна повторити експеримент, поклавши на візок немагнітний вантаж. Виявляється, прискорення візка зменшується порівняно з першим експериментом.

Під час обох експериментів на візок діяла однакова сила з боку електромагніту. Що ж змінилося? Змінилася маса тіла: у візка з вантажем вона більша, ніж у пустого візка. Нагадаємо, що *маса є мірою* **інертності** *тіла*. Інертність — це властивість тіла, яка полягає в тому, що для зміни швидкості руху тіла потрібен деякий час. Чим більша інертність, тим більший цей час, тобто тим менше прискорення тіла.

Одиниця маси в СІ — кілограм (кг). Існує міжнародний прототип кілограма, що зберігається у Франції, у передмісті Парижа. Виміряти масу тіла означає порівняти

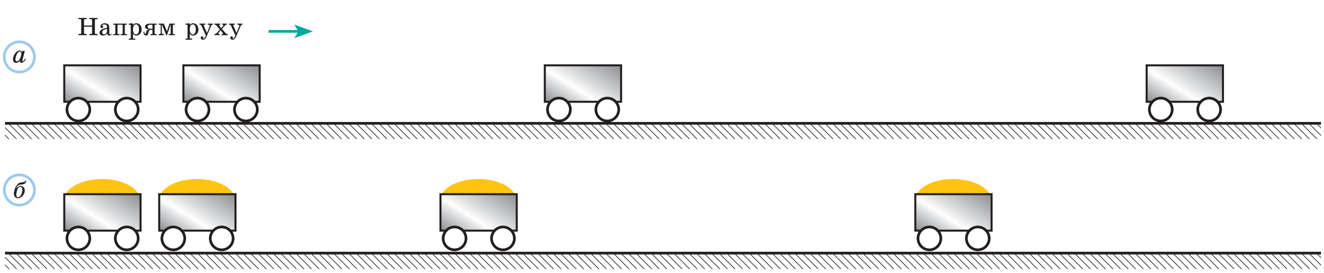


Рис. 6.5. Визначення прискорення візка під дією сили

її з масою цього прототипу. Зрозуміло, що існує багато копій прототипу, виготовлених з певною точністю, які застосовують під час зважування тіл.

Маса є незмінною характеристикою певного тіла, що не залежить від вибору системи відліку або від швидкості руху тіла. У класичній фізиці (тобто коли не йдеться про перетворення атомних ядер або елементарних частинок, про еволюцію зір) можна вважати, що маса будь-якої системи є сумою мас її складових частин (таку властивість маси називають **адитивністю**). У класичній фізиці можна також уважати, що загальна маса системи тіл не змінюється внаслідок будь-яких процесів у цій системі.

Порівняти маси m_1 і m_2 двох тіл можна, вимірявши модулі a_1 і a_2 прискорень цих тіл під дією однакових сил:

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}.}$$

Прискорення тіла залежить від сили, що діє на нього, та маси тіла. Ми вже встановили, що прискорення обернено пропорційне масі тіла: $a \sim \frac{1}{m}$. Очевидно, прискорення має збільшуватися, коли збільшується сила. Сила ж збільшується пропорційно силі струму в обмотці електромагніту (рис. 6.5), а в інших дослідах сила пружності збільшується пропорційно видовженню пружини. Численні експерименти показали, що прискорення тіла під дією сили прямо пропорційне модулю цієї сили: $a \sim F$. Отже, прискорення тіла пропорційне відношенню сили до маси тіла: $a \sim \frac{F}{m}$.

Одиницю сили вибирають так, щоб коефіцієнт пропорційності у формулі для прискорення дорівнював одиниці. Ураховуючи, що напрями сили та прискорення збігаються, можемо записати формулу **другого закону динаміки**:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.}$$

Цю формулу можна записати і для модулів векторів $\left(a = \frac{F}{m}\right)$, і для їх проекцій ($a_x = \frac{F_x}{m}$ тощо). Можна також записати співвідношення $\vec{F} = m\vec{a}$.

! Одиниця сили в СІ — **ньютон** (Н): $1\,\text{Н} = 1\,\text{кг} \cdot 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Один ньютон — це сила, що надає тілу масою 1 кг прискорення 1 м/с^2.

Рис. 6.6. Приклади тіл, на які діють кілька сил

Іноді кажуть, що у формулі другого закону динаміки міститься й перший закон (адже за умови $F=0$ отримуємо $a=0$, тобто $\vec{v}=\text{const}$). З другого закону динаміки випливає, що рівноприскорений рух відбувається під дією *постійної* сили. Зокрема, під час вільного падіння на тіло діє постійна сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}=m\vec{g}$.

Зазвичай на тіло одночасно діють кілька різних сил (рис. 6.6). Якщо це тіло можна розглядати як матеріальну точку, всі ці сили можна замінити однією — *рівнодійною*.

! Силу, яка здійснює на тіло таку саму дію, як кілька сил, що діють одночасно, називають **рівнодійною** цих сил.

У такому випадку у формулу другого закону динаміки входить саме рівнодійна $\vec{F}$ усіх прикладених до тіла сил. Вона дорівнює векторній сумі цих сил:

$$\boxed{\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots+\vec{F}_n.}$$

Розберемося глибше

«Таку саму дію» в означенні рівнодійної слід розуміти тільки як «такий самий вплив на рух тіла як цілого». *Якщо ж цікавитися деформацією тіла або можливістю його руйнування, то систему сил не можна заміняти на їх рівнодійну*. Якщо, наприклад, тягнути нитку за кінці з однаковими за модулем силами в протилежних напрямах, то рівнодійна двох прикладених сил дорівнюватиме нулю. Дійсно, під дією цих сил нерухома нитка не почне рухатися. Проте очевидно, що ці сили спричиняють подовження нитки, а достатньо великі сили — її розрив.

Під час подальшого вивчення фізики ви навчитеся застосовувати другий закон динаміки в більш складних ситуаціях (зокрема, коли кілька сил взагалі не можна замінити на одну — рівнодійну).

3 Третій закон динаміки

Якщо ви аплодуєте артисту або оратору, *обидві* долоні відчувають удари; якщо натиснути одним шматком пластиліну на інший, деформуються обидва шматки; якщо вдарити одним курячим яйцем по іншому, то не можна передбачити, яке саме з них розіб'ється. Усі ці приклади свідчать: якщо тіло 1 діє на тіло 2 з силою $\vec{F}_{2-1}$, то обов'язково є й «зворотна» дія тіла 2 на тіло 1 із силою $\vec{F}_{1-2}$, тобто сили завжди виникають *парами*. Це підкреслюється загальноприйнятим терміном «*взаємодія*». Ньютон назвав сили $\vec{F}_{1-2}$ і $\vec{F}_{2-1}$ «дією» та «протидією». Яку саме з них уважати «дією», а яку — «протидією», не має значення. Обидві сили (рис. 6.7), що виникають під час взаємодії, мають однакову природу (наприклад, якщо «дія» — це сила пружності, то «протидія» не може бути силою тяжіння).

Отже, якщо взаємодіють два тіла, то обидва вони набувають під час взаємодії прискорення $\vec{a}_1$ і $\vec{a}_2$. Численні досліди показують, що напрями цих прискорень завжди є протилежними. Модулі ж прискорень двох тіл можуть змінюватися під час взаємодії, але їх відношення залишається сталим:

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.}$$

Останню формулу можна записати у вигляді $m_1 a_1 = m_2 a_2$. Оскільки напрями прискорень протилежні, маємо $m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$. Згідно з другим законом динаміки $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_{1-2}$, $m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_{2-1}$. Отже, $\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$.

Сили $\vec{F}_{1-2}$ і $\vec{F}_{2-1}$, що виникають під час взаємодії двох матеріальних точок, обов'язково напрямлені вздовж однієї прямої, яка проходить через ці точки (рис. 6.8).

Ньютон формулював **третій закон механіки** дуже коротко: «дії завжди відповідає рівна та протилежна протидія». Сучасне формулювання дещо докладніше.

! Тіла взаємодіють із силами, що мають одну природу, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямами: $\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$.

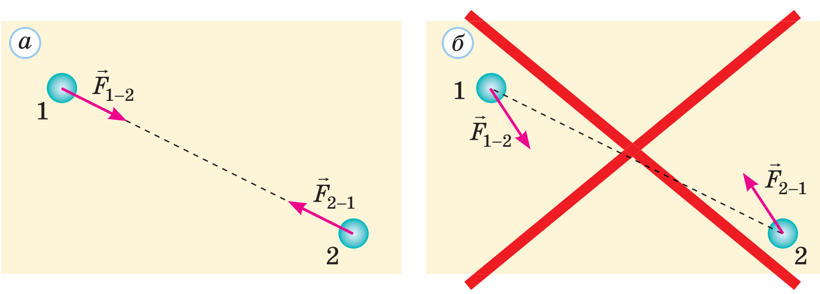


Рис. 6.8. Взаємодія матеріальних точок: *а* — можливі напрями сил; *б* — неможливі напрями сил (сили не напрямлені вздовж однієї прямої)

Рис. 6.7. Пари сил, що виникають під час взаємодії: *а* — дві сили тяжіння (діють на Місяць і Землю); *б* — дві сили пружності (діють на м'яч і голову); *в* — дві сили тертя (діють на санки та сніговий схил)

З прикладами дії третього закону динаміки ми зустрічаємося постійно. Човен, від якого відштовхується людина, стрибаючи на берег, відходить далі від берега. Куля під час пострілу вилітає вперед, «відштовхуючись» від рушниці за допомогою порохових газів, а сама рушниця набуває руху назад (явище віддачі). Щоб послабити віддачу, стрілець має притиснути приклад рушниці до плеча (тим самим «додаючи» масу свого тіла до маси рушниці та зменшуючи швидкість віддачі). А от автомобіль, що рушає з місця, «відштовхується» від Землі. Унаслідок цієї взаємодії Земля набуває прискорення в напрямі, зворотному до прискорення автомобіля. Проте через величезну масу Землі помітити «віддачу» в цьому випадку неможливо.

4 Межі застосування законів динаміки Ньютона

Закони динаміки Ньютона є важливою частиною класичної механіки. Колись здавалося, що на їх основі можна пояснити взагалі мало не всі природні явища. Проте згодом виявилося, що це не так.

! Закони класичної механіки правильно описують рух макроскопічних тіл зі швидкостями, набагато меншими від швидкості світла у вакуумі.

Якщо швидкість руху є порівнянною зі швидкістю світла у вакуумі, то на зміну законам механіки Ньютона приходять закони спеціальної теорії відносності Ейнштейна (їм присвячений наступний розділ підручника). Проте створення теорії відносності ні в якому разі не «відмінило» закони класичної механіки. Адже за малих швидкостей руху всі висновки цих двох теорій збігаються. Можна сказати, що граничним випадком спеціальної теорії відносності для повільних рухів є саме класична механіка. А ми зазвичай маємо справу саме з такими «повільними» рухами: навіть швидкість руху Землі навколо Сонця в 10 тисяч разів менша від швидкості світла у вакуумі!

Так само не «відмінило» класичну механіку й створення квантової механіки, яка суттєво розширила наші уявлення про закони природи. Проте в граничному випадку, коли переходимо від мікроскопічних до макроскопічних об'єктів, з рівнянь квантової механіки випливають такі самі висновки, як і з рівнянь класичної механіки. Отже, класичну механіку можна розглядати ще й як граничний випадок квантової.

Закони класичної механіки неможливо «відмінити» або «перекреслити». Адже отримані з цих законів висновки підтверджені безліччю експериментів. Просто тепер ми знаємо, що класична механіка не є «всемогутньою та всеосяжною». Вона дозволяє правильно описувати лише певне коло явищ. Це аж ніяк не зменшує важливості класичної механіки, вона є невід'ємною частиною сучасної науки.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. На тіло масою $m = 2$ кг одночасно діють три сили (рис. 1). Визначте модуль і напрям прискорення цього тіла, якщо $F_1 = F_2 = 15$ Н, $F_3 = 7$ Н.

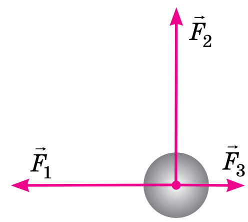


Рис. 1

Розв'язання. Відповідно до другого закону динаміки модуль прискорення $a = \frac{F}{m}$, де F — модуль рівнодійної трьох сил $\left(\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right)$. Щоб знайти рівнодійну, зручно спочатку знайти суму двох горизонтальних сил $\left(\vec{F}_{1,3} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3\right)$, а потім додати третю силу: $\vec{F} = \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_2$ (рис. 2). Очевидно, $F_{1,3} = F_1 - F_3 = 8$ Н. З теореми Піфагора отримуємо $F = \sqrt{F_{1,3}^2 + F_2^2} = 17$ Н. Отже, $a = 8{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

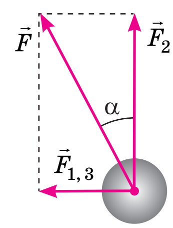


Рис. 2

Прискорення напрямлене так само, як рівнодійна $\vec{F}$, тобто під кутом $\alpha = \operatorname{arctg}\frac{F_{1,3}}{F_2} = 28°$ до сили $\vec{F}_2$.

Відповідь: $a = 8{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 2. На тонкому легкому дроті можна підвісити вантаж масою до 25 кг. Чи витримає дріт, якщо двоє хлопців «перетягуватимуть» його, діючи з силами по 200 Н?

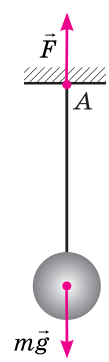


Рис. 3

Розв'язання. На систему «дріт + вантаж» діють дві *зовнішні* сили: напрямлена вниз сила тяжіння $m\vec{g}$ і напрямлена вгору сила пружності $\vec{F}$ з боку підвісу, до якого кріпиться верхній кінець A нитки (рис. 3). Оскільки система перебуває в рівновазі, $m\vec{g} + \vec{F} = 0$. Отже, обидві сили однакові за модулем: $mg = F \approx 250$ Н. Таким чином, коли підвішено максимальний вантаж, дріт фактично розтягають дві протилежні сили по 250 Н кожна. Якщо дріт витримує таке навантаження, то він витримає й дію двох менших сил (по 200 Н). Зазначимо, що дріт «тягне» і вантаж, і підвіс (рис. 3) із силами, що за модулем дорівнюють mg (тобто сила T натягу дроту дорівнює mg).

Відповідь: дріт витримає навантаження.

Підбиваємо підсумки

Динаміка — розділ механіки, що вивчає причини та умови того чи іншого руху тіл. Динаміка ґрунтується на трьох законах Ньютона.

1. Існують такі системи відліку (інерціальні), відносно яких тіло зберігає стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, якщо на нього не діють інші тіла або якщо їх дії скомпенсовані.

2. Прискорення, якого набуває тіло під дією сили, прямо пропорційне цій силі та обернено пропорційне масі тіла: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

3. Тіла взаємодіють із силами, що мають одну природу, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямами: $\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$.

Систему відліку, пов'язану із Землею, у більшості задач можна приблизно розглядати як інерціальну. Маса є мірою інертності тіла, сила — векторна фізична величина, що характеризує взаємодію тіл. У механіці розглядають три головні типи сил: сили тяжіння, пружності та тертя. Якщо на матеріальну точку одночасно діють кілька сил, їх можна замінити однією (рівнодійною): $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n$.

Контрольні запитання

1. Який рух називають рухом за інерцією? 2. Чи обов'язково для підтримання руху необхідна сила? 3. У яких системах відліку виконується перший закон динаміки? 4. Що характеризує маса тіла? 5. Що таке сила? 6. Сформулюйте та запишіть другий закон динаміки. 7. Як знайти рівнодійну кількох сил, що одночасно діють на тіло? 8. Поясніть твердження «сили виникають парами». 9. Сформулюйте та запишіть третій закон динаміки.

Вправа № 6

1. Яку силу тяги має розвивати в далекому космосі ракета масою 500 кг, щоб рухатися з прискоренням 2 см/с^2?

2. Тіло масою 5 кг тягнуть угору, прикладаючи силу 60 Н. Визначте прискорення тіла, вважаючи $g = 10$ м/с^2.

3. На тіло масою 4 кг діють дві сили, модулі яких дорівнюють 13 і 7 Н. Чи можуть ці сили надати тілу прискорення: а) 1 м/с^2; б) 4 м/с^2; в) 7 м/с^2?

4. Визначте модуль прискорення тіла масою 6 кг під дією двох взаємно перпендикулярних сил, модулі яких дорівнюють 15 і 36 Н.

5. Тіло масою 2 кг рухається вздовж осі Ox. Визначте модуль рівнодійної прикладених до цього тіла сил, якщо рух описується формулою: а) $v_x = -2 + t$; б) $x = 5 + 7t - 1{,}5t^2$. Усі величини у формулах подано в одиницях СІ.

6. Під час відділення транспортного корабля масою 6 т від космічної станції корабель рухається з прискоренням 0,2 м/с^2, а станція — з прискоренням 2,5 см/с^2. Визначте масу космічної станції.

7. Доведіть, що прискорення руху тіла є інваріантним щодо переходу з однієї інерціальної системи відліку до іншої.

8. Знайдіть в Інтернеті інформацію про наукові відкриття Ґалілея, підготуйте коротке повідомлення для своїх однокласників і однокласниць.

§ 7. ГРАВІТАЦІЙНА ВЗАЄМОДІЯ ТА ВАГА. КОСМІЧНІ ШВИДКОСТІ

1 Закон всесвітнього тяжіння

Ви вже знаєте про всесвітнє тяжіння (**гравітацію**) — сили тяжіння, що існують між будь-якими двома тілами у Всесвіті. І. Ньютон установив **закон всесвітнього тяжіння**.

! Будь-які дві матеріальні точки притягають одна одну з силою, прямо пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані між ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Тут коефіцієнт G — **гравітаційна стала**, однакова для всіх тіл у Всесвіті.

Оскільки $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$, отримуємо $[G] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Якщо чисельні значення мас тіл і відстані між ними дорівнюють відповідним одиницям, то сила тяжіння чисельно дорівнює G.

! Таким чином, гравітаційна стала чисельно дорівнює силі гравітаційної взаємодії між матеріальними точками масою по 1 кг за відстані між ними 1 м.

Кожний закон природи має певні межі застосування. У законі всесвітнього тяжіння йдеться про взаємодію матеріальних точок. Проте І. Ньютон довів, що закон справедливий і для тіл кулястої форми з однорідним або сферично симетричним розподілом речовини. У такому випадку відстань r беруть між центрами куль (рис. 7.1, *а*). Закон також справедливий для взаємодії великої кулі та маленького тіла довільної форми, навіть якщо це тіло розташоване біля поверхні кулі (рис. 7.1, *б*).

За сучасними даними $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Отже, навіть кулі масою по 1 т на відстані 1 м одна від одної притягаються з силою лише 66,7 мкН! От чому ми зазвичай не помічаємо гравітаційної взаємодії з навколишніми тілами, за винятком Землі.

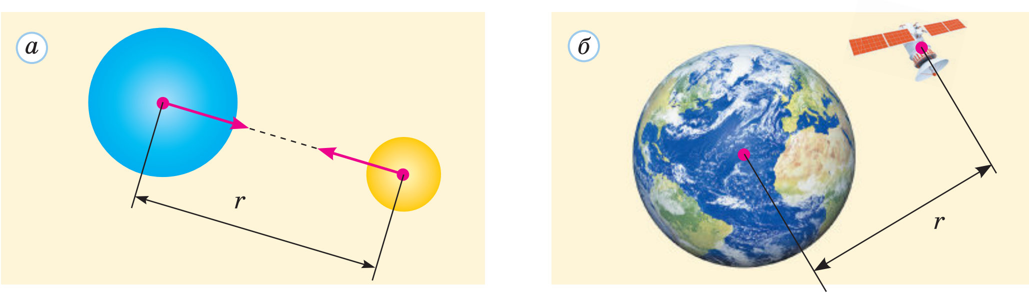


Рис. 7.1. Випадки, коли можна застосовувати закон всесвітнього тяжіння

Якщо ж тіла мають більш складну форму, то підрахувати силу тяжіння можна лише чисельними методами. Треба подумки розбити тіла на такі маленькі частини, які можна вважати матеріальними точками, знайти сили, що діють на кожну з таких матеріальних точок, та визначити їх суму (ви вже розумієте, що йдеться про застосування інтегрального числення).

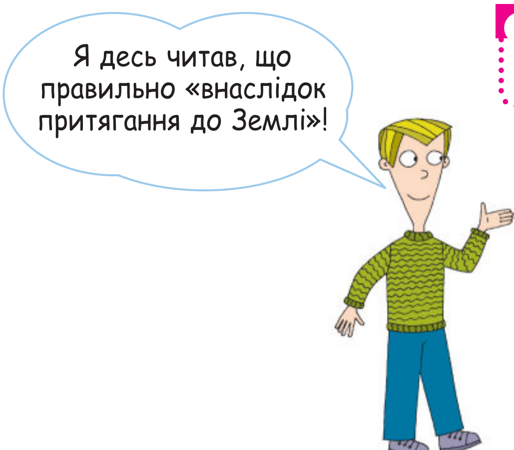
Свого часу саме закон всесвітнього тяжіння дозволив пояснити та передбачити рух небесних тіл, визначити масу M Землі за виміряними значеннями її радіуса R та прискорення вільного падіння g біля її поверхні. Для цього достатньо скористатися співвідношенням $mg = G\frac{mM}{R^2}$, звідки отримуємо $M = \frac{gR^2}{G}$. Вдалося виміряти й маси багатьох зір у подвійних системах.

Закон всесвітнього тяжіння пояснює зменшення сили $F_{тяж}$ земного тяжіння з висотою: $F_{тяж} = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$. Аналіз відносно невеликих **аномалій сили тяжіння** дозволяє визначити відхилення густини земної кори від середнього значення та відповідно прогнозувати наявність покладів корисних копалин.

З точки зору класичної фізики закон всесвітнього тяжіння є головним законом, що описує гравітаційне поле, через яке й передається гравітаційна взаємодія. Уже у XX столітті виявилося, що ньютонівська теорія гравітації описує лише відносно слабкі гравітаційні поля. У загальному ж випадку на зміну закону всесвітнього тяжіння приходить теорія гравітації, розроблена А. Ейнштейном (її ще називають **загальною теорією відносності**).

2 Вага та невагомість

Нагадаємо ще про одну фізичну величину, відому вам з курсу фізики 7 класу. Це *вага тіла*, яка тісно пов'язана з силою тяжіння.



! **Вага** $\vec{P}$ **тіла** — це сила, з якою воно внаслідок гравітаційних сил діє на опору або підвіс.

Зрозуміло, що вага тіла поблизу поверхні Місяця переважно зумовлена саме притяганням до Місяця, а не до Землі.

Щоб уникнути непорозумінь, ми не будемо застосовувати поняття ваги у випадках, коли тіло має кілька опор або підвісів (усі задачі механіки можна розв'язати й без такого застосування). Наприклад, якщо підвішене до динамометра тіло частково або повністю занурити в рідину (рис. 7.2), то тіло має «додаткову» опору — рідину (з її боку на тіло діє сила Архімеда $\vec{F}_A$, що є аналогом сили нормальної реакції опори).

Отже, ми обмежимося більш простими ситуаціями (рис. 7.3, *а, б*).

Принципова відмінність між силою тяжіння $\vec{F}_{тяж}$ та вагою $\vec{P}$ випливає вже з означення ваги: якщо сила тяжіння діє на саме тіло, то вага — на опору або підвіс, на яких «тримається» тіло. Ці сили відрізняються й за природою: якщо $\vec{F}_{тяж}$ має гравітаційну природу, то $\vec{P}$ — електромагнітну. Нагадаємо, що саме таку природу мають усі міжмолекулярні взаємодії, а тому й сили пружності, тертя, тиску та сила Архімеда (рис. 7.3). Якщо тіло нерухоме або принаймні рухається без прискорення, вектори $\vec{P}$ і $\vec{F}_{тяж}$ не відрізняються один від одного.

Ситуація принципово змінюється, якщо тіло рухається з прискоренням. Розгляньмо, наприклад, валізу, що стоїть у ліфті на підлозі. Якщо ліфт рухається з прискоренням $\vec{a}$, то з таким самим прискоренням рухається й валіза. Розгляньмо спочатку випадок, коли прискорення напрямлене вниз (рис. 7.4).

Застосуємо другий закон Ньютона: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$. У проекціях на вісь Oy це рівняння набуває вигляду $ma = mg - N$, звідки знаходимо модуль сили реакції опори $N = m(g - a)$. Відповідно до третього закону динаміки валіза діє на підлогу з такою самою за модулем силою, тобто вага валізи дорівнює силі реакції опори. Отже, $P = m(g - a)$, вага менша від $F_{тяж} = mg$. Ви можете самостійно переконатися: якщо прискорення ліфта напрямлене вгору, то $P = m(g + a)$. У такому випадку $P > mg$.

Іноді стверджують, що коли прискорення напрямлене горизонтально, то вага просто дорівнює mg. Це неправильно — адже усіх людей в автомобілі, що різко рушає з місця, притискає до спинок сидінь. Це й є «додаткова вага».

Загальна формула для ваги тіла під час прискореного руху має вигляд

$$\boxed{\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}).} \qquad (1)$$

Особливо цікавим і важливим є випадок $\vec{a} = \vec{g}$. За такої умови отримуємо $P = 0$, тобто тіло не має ваги — воно не діє на опору або підвіс. Такий стан називають **невагомістю**.

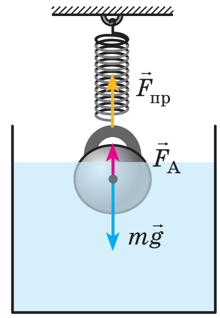


Рис. 7.2. Сили, що діють на підвішене тіло, занурене частково в рідину

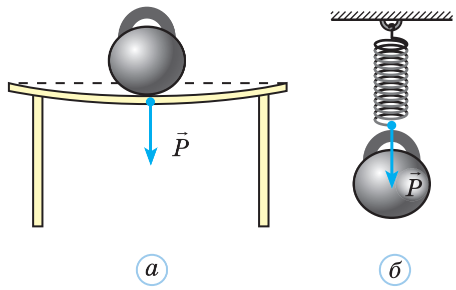


Рис. 7.3. Вага тіл, що мають опору або підвіс

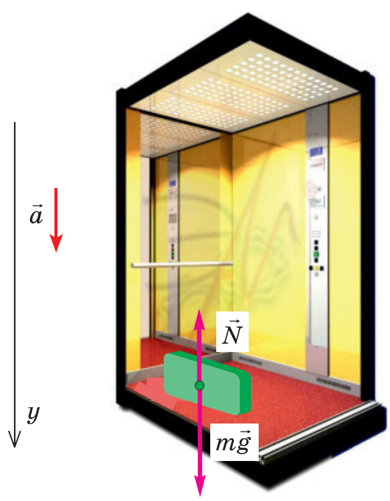


Рис. 7.4. Визначаємо вагу тіла під час прискореного руху

Зверніть увагу!

Не слід плутати відсутність ваги з відсутністю гравітації. Наприклад, Міжнародна космічна станція (МКС) облітає Землю на такій висоті, що сила земного тяжіння там послаблена лише на 10 % порівняно з поверхнею Землі. А от вага тіл зменшується практично на 100 %, тому що рух МКС можна розглядати як різновид вільного падіння.

Зазвичай тіло рухається з прискоренням $\vec{g}$ під час вільного падіння, коли опори просто немає. Зрозуміло, чому це тіло не діє на опору: якщо наш уявний ліфт почне вільно падати, то сила тяжіння надаватиме самому ліфту та валізі однакових прискорень, ці тіла не взаємодіятимуть.

! Тіло перебуває в стані невагомості, коли рухається тільки під дією гравітаційних сил, тобто під час вільного падіння.

Усі ви зазнаєте короткочасного стану невагомості, коли підстрибуєте або стрибаєте з вишки у воду. Коли космічний корабель рухається в просторі з вимкненими двигунами (а він саме так рухається майже весь час польоту), то рух відбувається тільки під дією гравітаційних сил і всередині корабля спостерігається невагомість. А от під час старту люди в кораблі зазнають значних **перевантажень**, тобто збільшення ваги порівняно зі «звичним» значенням mg. Надалі ми називатимемо перевантаженням відношення $\frac{P}{mg}$.

3 Припливні ефекти

Здавалося б, усередині тіла, що рухається в космічній порожнечі під дією тільки гравітаційних сил, не можуть виникати деформації та відповідно так звані механічні напруги — адже таке тіло має перебувати в невагомості! Але це не так. 1993 року американські

Навколо фізики

Багато які фізичні процеси відбуваються на борту орбітальної станції незвичним для нас чином саме через невагомість. Порівняємо хоча б горіння свічки на Землі та в умовах невагомості. Річ у тім, що в невагомості відсутня сила Архімеда, а через це й природна конвекція. Тому змінюється форма полум'я (воно стає майже сферичним) та значно утруднюється надходження необхідного для горіння кисню. Полум'я в невагомості слабке, а згодом просто загасає.

Відсутність природної конвекції утруднює не тільки горіння, а й дихання. Щоб забезпечити необхідне для нормального дихання безперервне перемішування повітря, доводиться застосовувати вентилятори. У разі ж виникнення на борту пожежі вентилятори негайно вимикають, щоб запобігти інтенсивному горінню та поширенню полум'я.

Відсутність ваги негативно впливає на здоров'я та самопочуття людей: порушується робота вестибулярного апарата, фактично «вимикаються» та починають швидко атрофуватися м'язи, порушується обмін речовин. Медики розробили комплекси тренувальних вправ, які допомагають ще на Землі підготуватися до випробування невагомістю, а потім на орбіті — підтримувати належну фізичну форму.

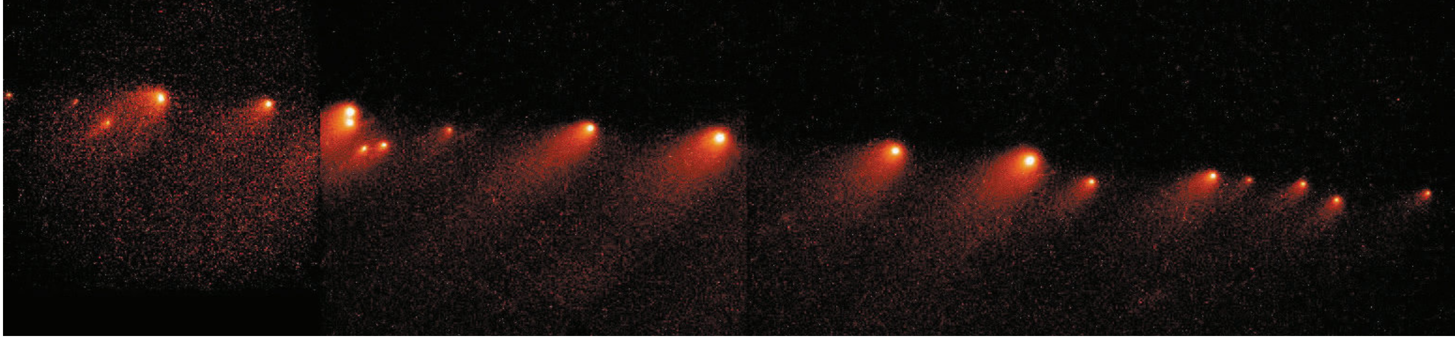


Рис. 7.5. «Кометний поїзд», на який перетворилася комета Шумейкерів — Леві

астрономи відкрили комету, якій судилося існувати ще трохи більше року. Як виявилося, ця комета «мала необережність» пройти занадто близько (лише в 15 000 км) від хмарного покрову планети-гіганта Юпітера. Юпітер своїм тяжінням буквально розірвав ядро комети на 21 окремий фрагмент розмірами до 2 км та «вишикував» ці фрагменти ланцюжком завдовжки 200 000 км (рис. 7.5). Усі осколки згодом зіткнулися з Юпітером.

То звідки ж узялися сили, що розірвали ядро комети? Виявляється, ці сили є наслідком неоднорідності гравітаційного поля та стають помітними для тіл великих розмірів. Відповідні ефекти назвали **припливними** (саме вони викликають припливи та відпливи у земних океанах).

Щоб пояснити природу припливних ефектів, наведемо простий приклад. Нехай у космосі поблизу Землі розташовані дві однакові маленькі кулі масою m, зв'язані легкою вертикальною нерозтяжною ниткою завдовжки l (рис. 7.6). Позначимо відстань від нижчої кулі A до центра Землі O через r. Якщо відпустимо кулі, то вони падатимуть на Землю. Чи буде при цьому натягнута нитка?

На перший погляд — ні, адже обидві кулі падають з прискоренням вільного падіння, тобто навіть не «намагаються» віддалитися одна від одної. Так воно й було б в *однорідному* гравітаційному полі. Проте в нашому випадку на верхню кулю B діє сила земного тяжіння $\vec{F}_B$, трохи менша від сили $\vec{F}_A$, що діє на нижню кулю. Сили ж, з якими нитка діє на кулі (рис. 7.6), однакові за модулем: $T_A = T_B = T$. Кулі рухатимуться з однаковим прискоренням $\vec{a}$ в напрямі осі y. Напишемо рівняння другого закону динаміки в проекціях на цю вісь: $ma = F_A - T$, $ma = F_B + T$. З них отримуємо $T = \frac{F_A - F_B}{2}$. Отже, саме різниця між силами тяжіння $\vec{F}_A$ і $\vec{F}_B$ зумовлює натяг нитки. Можна довести (див. вправу 7.9), що за умови $l \ll r$ сила натягу нитки $T \approx F_A \frac{l}{r}$. Ця сила набагато менша від сили тяжіння, під час віддалення від Землі вона швидко зменшується (пропорційно $\frac{1}{r^3}$).

Проте, як ми вже бачили, припливні ефекти можуть бути й досить суттєвими. На Землі ці ефекти зумовлені

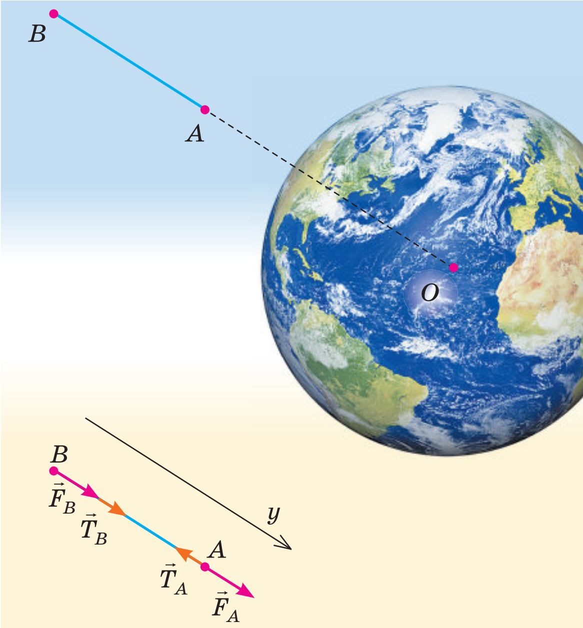


Рис. 7.6. Приклад проявлення припливних ефектів: через неоднорідність гравітаційного поля нитка, що зв'язує кульки, натягується

неоднорідними полями тяжіння Місяця та Сонця. Хоч маса Сонця у 27 млн разів перебільшує масу Місяця, припливні ефекти від Місяця більші, бо він розташований значно ближче до нас. Так само, як у розглянутому вище прикладі поле тяжіння Землі розтягувало нитку, поле тяжіння Місяця намагається «розтягнути» водну оболонку Землі. Утворюються два «припливні горби» — приблизно під Місяцем і на протилежному боці Землі. Через добове обертання Землі ці горби біжать поверхнею океану, спричиняючи протягом доби приблизно два піднімання та два опускання поверхні води (рис. 7.7). «Припливні хвилі», хоча й менш помітні для нас, виникають і в атмосфері, і в земній корі.

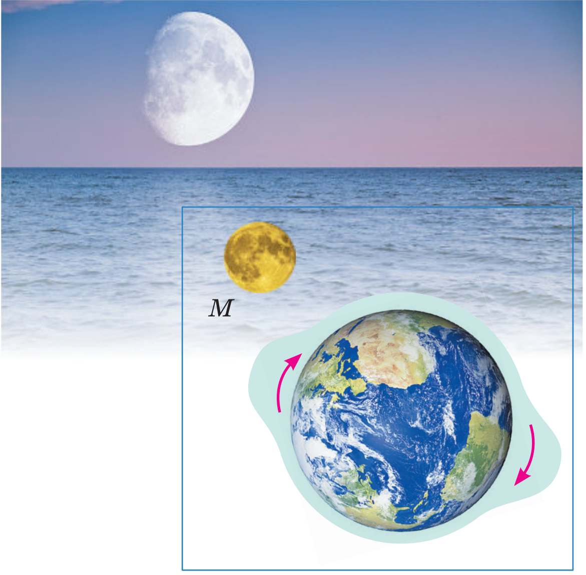


Рис. 7.7. Схематичне зображення «припливних хвиль» на поверхні океану (M — Місяць). Показаний стрілками напрям руху цих хвиль протилежний до напряму добового обертання Землі, через інертність водяних мас хвилі дещо відстають від руху Місяця відносно Землі

4 Космічні швидкості

Ви народилися в час, коли космічні польоти сприймаються майже як буденна справа. Проте ваші бабусі та дідусі, безумовно, пам'ятають, яке захоплення викликали в усьому світі перші космічні польоти. Адже тисячоліттями «небо» над нами здавалося абсолютно недосяжним.

Про можливість подолання земного тяжіння писав ще І. Ньютон. Він розглядав рух снаряда, який випускають у горизонтальному напрямі (рис. 7.8). Що більша швидкість снаряда, то більша дальність його польоту та помітнішою є кривизна поверхні Землі. За достатньо великої швидкості та відсутності опору повітря снаряд рухатиметься над поверхнею Землі, не наближаючись до неї. Таке «падіння» на Землю (тобто рух коловою траєкторією) триватиме необмежений час. Отже, снаряд стане супутником Землі.

Визначимо значення швидкості v, необхідної для руху супутника коловою траєкторією на висоті h над поверхнею Землі. Урахуємо, що на супутник діє тільки сила земного тяжіння, напрямлена до центра Землі (рис. 7.9). Модуль цієї сили $F = G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$. Вона має надавати супутнику доцентрового прискорення $a = \dfrac{v^2}{R+h}$.

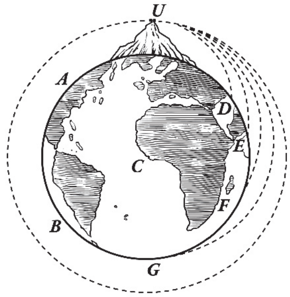


Рис. 7.8. Рисунок з праці І. Ньютона

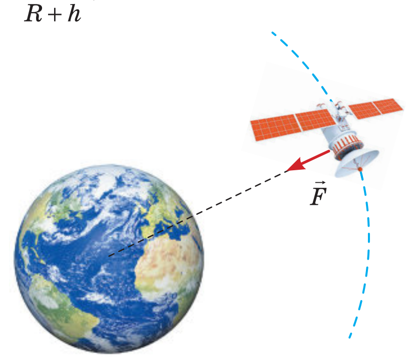


Рис. 7.9. Рух супутника Землі

Навколо фізики

Якби Земля була гладенькою кулею, вкритою океаном, то припливи були б не дуже помітні. Їх висота ніде не перевищувала б 1 м. Проте коли припливна хвиля потрапляє на мілководдя або входить у вузьку протоку або залив, її висота значно збільшується. Найвищі на Землі припливи спостерігаються в заливі Фанді на східному узбережжі Канади. Там висота припливу сягає іноді 18 м! Двічі на добу в залив вливається, а потім уходить з нього величезна кількість води — більше, ніж загальний потік від усіх річок Землі. Найвищі ж припливи в Європі сягають «лише» 13,5 м. Вони спостерігаються біля міста Сен-Мало в Бретані (на французькому узбережжі протоки Ла-Манш).

Написавши тепер другий закон динаміки $F = ma$, отримаємо з нього $v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}$. Зрозуміло, що ця швидкість (її називають коловою або **першою космічною швидкістю** та позначають v_{I}) не залежить від маси супутника (усі тіла рухаються однаково під дією гравітаційного поля). Колова швидкість зменшується зі збільшенням висоти орбіти. На малих висотах космічні апарати рухаються навколо Землі зі швидкостями близько 7,7 км/с, а природний супутник Землі — Місяць — рухається орбітою значно більшого радіуса зі швидкістю «лише» 1 км/с.

Зазвичай наводять значення першої космічної швидкості за малої висоти орбіти, коли можна знехтувати h порівняно з R. Тоді отримуємо $v_{\mathrm{I}} = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{gR} = 7{,}9$ км/с.

Якщо надати супутнику біля поверхні Землі більшої швидкості, то він рухатиметься вже по еліптичній орбіті. Чим більша його швидкість біля поверхні Землі, тим більш «витягується» ця орбіта. Якщо ж швидкість сягає так званої **другої космічної швидкості** $v_{\mathrm{II}} = v_{\mathrm{I}}\sqrt{2} = \sqrt{2gR} = 11{,}2$ км/с, то траєкторія перестає бути замкненою (еліпс переходить у параболу, а за ще більших швидкостей — у гіперболу, як показано на рис. 7.10). Тепер тіло перестає бути супутником Землі та полишає навколоземний простір. Щоб запустити космічний апарат для дослідження планет Сонячної системи, йому треба надати біля поверхні Землі швидкості не меншої, ніж v_{II}. Далі (див. § 13) ми доведемо наведену формулу для v_{II}.

Усі подані результати можна застосувати й для розгляду руху планет навколо Сонця (зрозуміло, що тоді M позначатиме масу Сонця, відповідно зміниться й зміст радіуса орбіти).

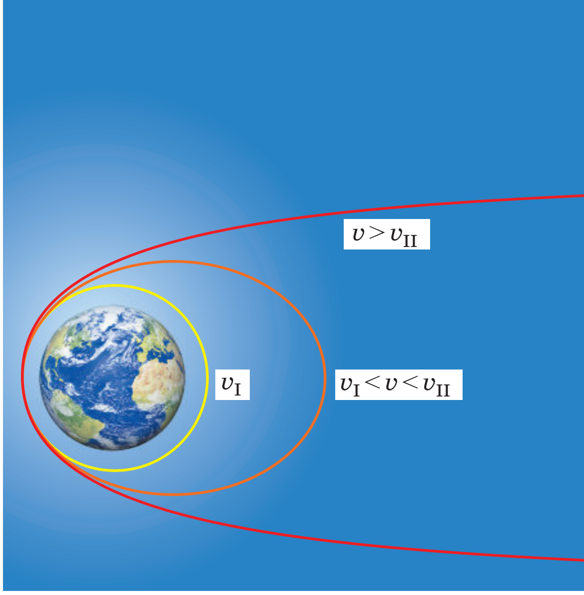
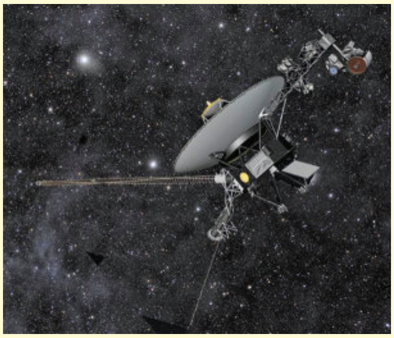


Рис. 7.10. Перша та друга космічні швидкості

Навколо фізики

Якщо тілу поблизу поверхні Землі надати другої космічної швидкості, то воно може подолати земне тяжіння та покинути навколоземний простір. Проте це ще не означає, що таке тіло може віддалитися від Землі на будь-яку відстань. Для цього потрібно подолати ще й тяжіння Сонця та вийти за межі Сонячної системи, що потребує більшої початкової швидкості. Відповідну початкову швидкість називають третьою космічною та позначають v_{III}. Розрахунки показали, що $v_{\mathrm{III}} = 16{,}7$ км/с. Першим апаратом, якому вдалося покинути межі Сонячної системи, став



американський «Вояджер-1», запущений ще 1977 року. Навіть цей апарат на початку своєї космічної подорожі мав швидкість, меншу від третьої космічної. Проектувальники вдалися до хитрощів: досліджуючи планети-гіганти Юпітер і Сатурн, «Вояджер-1» здійснив так звані гравітаційні маневри та застосував тяжіння цих планет для збільшення швидкості свого руху. Нині апарат летить на величезній відстані від Сонця, продовжуючи періодично передавати наукову інформацію. Про всяк випадок «Вояджер-1» несе послання позаземним цивілізаціям.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Визначте прискорення вільного падіння поблизу поверхні Марса. Уважайте, що радіуси Землі та Марса дорівнюють відповідно 6370 і 3390 км, а маса Марса становить 10,7 % від маси Землі.

Дано:
$R_З = 6370$ км
$R_М = 3390$ км
$M_М = 0{,}107 M_З$
$g_З = 9{,}8$ м/с^2

$g_М$ — ?

Розв'язання

Із закону всесвітнього тяжіння випливає

$$g_З = G\frac{M_З}{R_З^2},\quad g_М = G\frac{M_М}{R_М^2}.$$

Розділивши другу формулу на першу, отримаємо

$$\frac{g_М}{g_З} = \frac{M_М}{M_З}\cdot\frac{R_З^2}{R_М^2},\ \text{звідки}\ g_М = g_З\frac{M_М}{M_З}\cdot\frac{R_З^2}{R_М^2}.$$

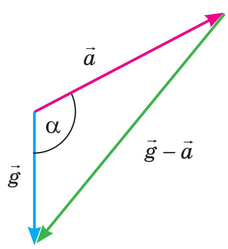
Перевіримо одиниці: $[g_М] = \frac{м}{с^2}\cdot 1\cdot\frac{км^2}{км^2} = \frac{м}{с^2}$.

Визначимо значення шуканої величини:

$$g_М = 9{,}8\cdot 0{,}107\cdot\frac{6370^2}{3390^2} = 3{,}7\left(\frac{м}{с^2}\right).$$

Відповідь: $g_М = 3{,}7$ м/с^2.

Задача 2. Ракета стартує під кутом 30° до горизонту, рухаючись із прискоренням $a = 2g$. Якого перевантаження зазнають тіла всередині ракети?



Розв'язання. Вага тіла масою m усередині ракети $\vec{P} = m(\vec{g}-\vec{a})$. Щоб знайти модуль різниці $\vec{g}-\vec{a}$, розглянемо відповідний трикутник прискорень (див. рисунок), у якому $\alpha = 120°$.

Скористаємося теоремою косинусів:

$$|\vec{g}-\vec{a}| = \sqrt{g^2 + a^2 - 2ga\cos\alpha} = \sqrt{7}g.$$

Отже, отримуємо перевантаження всередині ракети $\frac{P}{mg} = \frac{|\vec{g}-\vec{a}|}{g} = \sqrt{7} \approx 2{,}6$.

Відповідь: перевантаження становить 2,6.

Підбиваємо підсумки

Головним законом, що описує гравітаційну взаємодію в рамках механіки Ньютона, є закон всесвітнього тяжіння: будь-які дві матеріальні точки притягають одна одну з силою, прямо пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані між ними: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (коефіцієнт G — гравітаційна стала).

Вага $\vec{P}$ тіла (сила, з якою воно внаслідок гравітаційних сил діє на опору або підвіс) змінюється, коли тіло рухається з прискоренням. Якщо прискорення напрямлене вгору, тіло зазнає перевантаження, а якщо вниз — вага зменшується. Під час вільного падіння вага зменшується до нуля. У загальному випадку $\vec{P} = m(\vec{g}-\vec{a})$.

Неоднорідне гравітаційне поле «намагається» деформувати тіло, спричиняючи тим самим виникнення сил пружності. Такі ефекти називають припливними.

Тіло може рухатися, наприклад, навколо Землі коловою орбітою на висоті h, якщо йому надати першої космічної швидкості $v_I = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}$ (на малих висотах $v_I = \sqrt{gR}$). Якщо надати тілу біля поверхні Землі другої космічної швидкості $v_{II} = v_I\sqrt{2}$, воно подолає земне тяжіння та покине навколоземний простір.

Контрольні запитання

1. Як залежить сила тяжіння між двома матеріальними точками від відстані між ними? 2. Яку природу може мати вага тіл? 3. За яких умов спостерігається невагомість? 4. Чим пояснюються припливні ефекти? 5. Яку швидкість називають першою космічною? 6. За якої початкової швидкості тіло може покинути навколоземний простір?

Вправа № 7

1. Оцініть силу тяжіння між двома космічними апаратами масами 9 і 10 т за відстані між ними 30 м.

2. Маса приладу на космічному кораблі дорівнює 5 кг. Визначте вагу цього приладу під час вертикального старту з прискоренням 40 м/с^2.

3. Супутник Землі перевели з однієї колової орбіти на іншу, радіус якої втричі більший. Як змінилася швидкість руху супутника?

4. Визначте масу Землі, скориставшись значенням прискорення вільного падіння біля її поверхні та вважаючи, що радіус Землі дорівнює 6400 км.

5. Після старту з поверхні Землі супутник вийшов на колову орбіту на висоті, що дорівнює 6 радіусам Землі. У скільки разів змінилася сила тяжіння, що діє на бортовий комп’ютер?

6. Супутник Землі рухається по еліптичній траєкторії, періодично проходячи на невеликій висоті над поверхнею Землі. Чи може швидкість його руху в цей момент дорівнювати: а) 3 км/с; б) 6 км/с; в) 9 км/с; г) 12 км/с?

7. Визначте першу космічну швидкість для планети, радіус якої в 1,5 разу більший за радіус Землі, а маса становить 54 % від маси Землі.

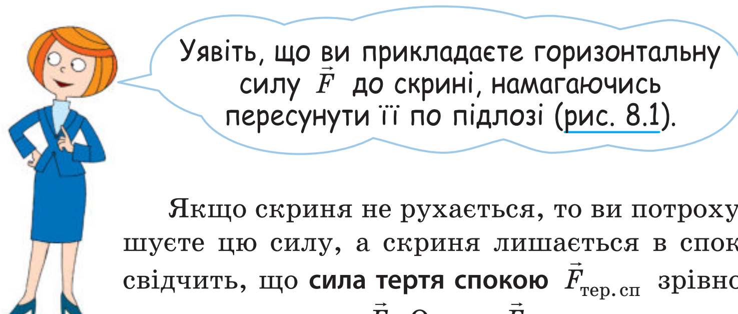
8. З яким прискоренням має рушати з місця автомобіль на горизонтальній дорозі, щоб вага водія збільшилася в 1,2 разу? Уважайте, що $g = 10$ м/с^2.

9. Дві однакові кульки A і B, з’єднані легкою ниткою завдовжки l, перебувають на відстані r від центра Землі та падають під дією її тяжіння (рис. 7.6). Доведіть, що за умови $l \ll r$ сила натягу нитки $T \approx F_A \frac{l}{r}$, де F_A — сила тяжіння, що діє на кульку A.

§ 8. СИЛИ ТЕРТЯ ТА ОПОРУ СЕРЕДОВИЩА. РУХ ТІЛА У В'ЯЗКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1 Що ми вже знаємо про сили тертя спокою та ковзання

З курсу фізики 7 класу ви вже знаєте про існування сил тертя. Сили сухого тертя виникають під час контакту двох твердих тіл і заважають їх відносному рухові. Існують кілька різновидів цих сил: сили тертя спокою, ковзання, кочення.



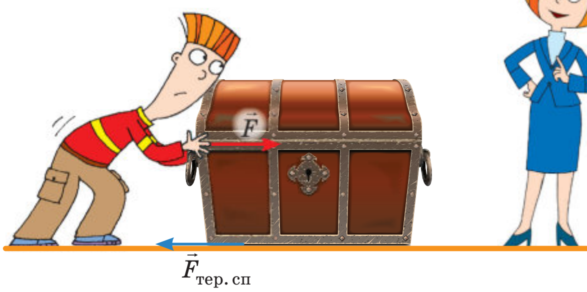


Рис. 8.1. Тіло не рушає з місця, оскільки $\vec{F}_{\text{тер. сп}} = -\vec{F}$

Якщо скриня не рухається, то ви потроху збільшуєте цю силу, а скриня лишається в спокої. Це свідчить, що **сила тертя спокою** $\vec{F}_{\text{тер. сп}}$ зрівноважує прикладену силу $\vec{F}$. Отже, $\vec{F}_{\text{тер. сп}}$ напрямлена протилежно $\vec{F}$, а модуль сили тертя «автоматично» зростає разом із модулем прикладеної сили: $\vec{F}_{\text{тер. сп}} = -\vec{F}$.

Проте зростання $F_{\text{тер. сп}}$ колись має припинитися, інакше зрушити скриню з місця було б неможливо! Максимально можливе значення сили тертя спокою пропорційне силі нормальної реакції опори $\vec{N}$ (або, що те ж саме, силі, яка притискає тіло до поверхні):

$$F_{\text{тер. сп max}} = \mu N.$$

Тут **коефіцієнт тертя** μ залежить від матеріалів обох поверхонь і якості їх обробки.

Після того як прикладена сила перевищить $F_{\text{тер. сп max}}$, скриня рушить з місця. Тепер ми матимемо справу вже з **силою тертя ковзання** $\vec{F}_{\text{тер. ковз}}$. Приблизно можна вважати, що її модуль не залежить ані від швидкості руху скрині, ані від площі дотику тіл:

$$F_{\text{тер. ковз}} = \mu N.$$

Ця сила напрямлена протилежно до швидкості $\vec{v}$ руху скрині по підлозі.

На рис. 8.2 наведено спрощений графік залежності $F_{\text{тер}}(F)$.

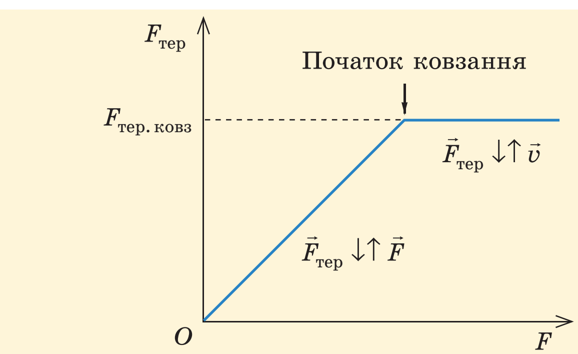


Рис. 8.2. Спрощений графік залежності модуля сили тертя від модуля зовнішньої сили $\left(F_{\text{тер. сп max}} = F_{\text{тер. ковз}}\right)$

Розберемося глибше

Насправді співвідношення між силами тертя спокою та ковзання не таке просте. Наш життєвий досвід показує, що зрушити тіло з місця важче, ніж потім підтримувати рух. Це означає, що зазвичай $F_{\text{тер. сп max}} > F_{\text{тер. ковз}}$ (можна сказати, що коефіцієнт тертя спокою дещо більший, ніж коефіцієнт тертя ковзання). Різниця невелика, проте для деяких явищ вона є важливою. На рис. 8.3 наведено дещо уточнений графік залежності $F_{\text{тер}}(F)$.

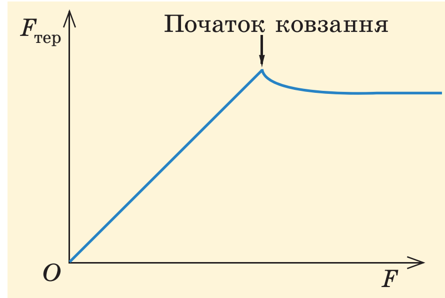


Рис. 8.3. Графік залежності модуля сили тертя від модуля зовнішньої сили (з урахуванням співвідношення $F_{\text{тер. сп max}} > F_{\text{тер. ковз}}$)

Під час розв'язування задач ми не враховуватимемо різницю між максимальною силою тертя спокою та силою тертя ковзання (тобто вважатимемо коефіцієнти тертя спокою та ковзання однаковими).

Чому виникають сили тертя? Це не таке просте питання. Можна впевнено сказати, що тертя зумовлене взаємодією між атомами та молекулами двох тіл, що дотикаються одне одного. Отже, сили тертя (як і сили пружності) мають електромагнітну природу.

Одне з наочних пояснень природи сил тертя спирається на те, що обидві поверхні мають певні нерівності, і під час руху ці нерівності «чіпляються» одна за одну, заважаючи рухові (рис. 8.4). Підтвердженням такого пояснення є те, що коефіцієнт тертя між шорсткими поверхнями зменшується після обробки цих поверхонь (наприклад, після обстругування дощок або після обробки їх наждачним папером).

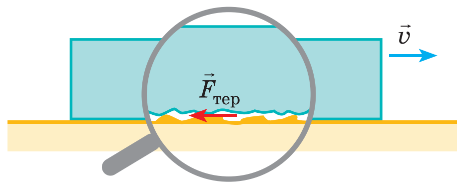
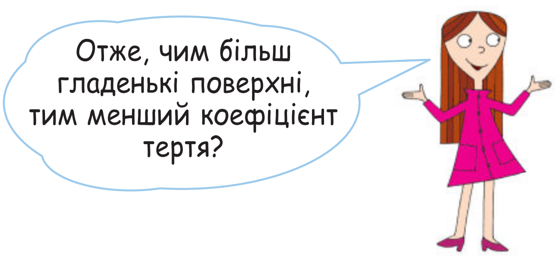
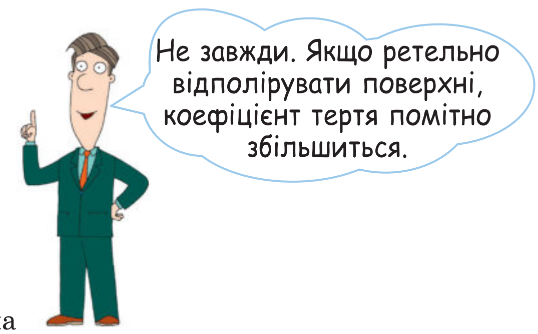


Рис. 8.4. Роль нерівностей поверхонь у виникненні сил тертя





Дуже гладенькі поверхні починають «липнути» одна до одної, сила тертя збільшується. Це свідчить про існування ще якоїсь причини виникнення сили тертя. Така причина — утворення зв'язків між атомами (молекулами) обох тіл. Ці зв'язки стають помітними саме для гладеньких поверхонь, «зазори» між якими є порівнянними з відстанями, на яких діють міжмолекулярні сили (рис. 8.5). Під час руху одного тіла вздовж поверхні іншого міжмолекулярні зв'язки рвуться. Такі розриви потребують певної енергії. Отже, необхідно діяти на тіло з певною силою в напрямі руху, виконуючи додатну роботу. Це й означає, що виникає сила тертя. Замість розірваних зв'язків виникають нові, які теж треба розривати в наступний момент.

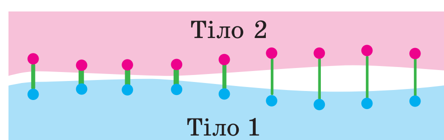


Рис. 8.5. Роль міжмолекулярних зв'язків у виникненні сил тертя: синіми та рожевими кружечками позначено молекули різних тіл, зеленими лініями — зв'язки між цими молекулами (товщина ліній відповідає міцності зв'язків)

Таблиця 8.1

Коефіцієнти тертя

Матеріали	Коефіцієнт тертя
Сталь по сталі	0,15
Сталь по деревині	0,60
Деревина по деревині	0,30
Шкіра по чавуну	0,56
Резина по бетону	0,75

Кілька типових значень коефіцієнта тертя наведено в табл. 8.1. Ці значення слід розглядати тільки як орієнтовні, тому що вони сильно залежать від якості обробки поверхонь.

2 Сила тертя кочення

Ви напевно знаєте, наскільки легше переміщати по підлозі крісло або тумбу, якщо вони мають коліщата. З давніх часів для переміщення важких предметів під них підкладали котки (наприклад, круглі стовбури дерев, рис. 8.6). В усіх цих прикладах ідеться про заміну сили тертя ковзання на значно меншу **силу тертя кочення.**

Не випадково ж одним із перших великих винаходів уважають створення колеса!

Цей винахід чудово працює і в сучасній техніці. Це не тільки колеса автомобілів і поїздів. Чи не в кожному сучасному механізмі застосовують підшипники кочення (рис. 8.7). Завдяки ним значно зменшуються втрати енергії на подолання тертя під час обертання різних частин механізмів.

Не слід уважати, що тертя кочення завжди менше від тертя ковзання. Зазвичай це правильно тільки для досить твердих поверхонь. Якщо ж хоча б одна з двох поверхонь м'яка та помітно деформується під навантаженням, то застосовувати кочення вже недоцільно. Не випадково ж для переміщення по снігу (навіть утоптаному) замість воза застосовують сани (тобто заміняють кочення на ковзання).

Рис. 8.6. Застосування кочення значно полегшувало транспортування кам'яних брил під час будівництва пірамід

3 Де ми маємо справу з силами тертя та як змінюємо їх

Уявіть, що сили тертя в межах вашої кімнати зникли (що насправді неможливо) або зменшилися в десятки разів (рис. 8.8). Чи помітите ви це відразу?

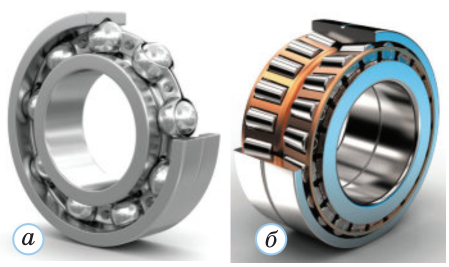


Рис. 8.7. Підшипники кочення: *а* — кулькові; *б* — роликові

Рис. 8.8. Світ без тертя

Мабуть, наведених прикладів уже досить. Проте сили тертя «нагадують» нам про себе на кожному кроці — у буквальному розумінні цих слів (рис. 8.9, *а*). Адже саме завдяки тертю ми «відштовхуємося» від опори, коли ходимо або бігаємо. Так само й автомобіль, що рушає з місця, набуває прискорення, «відштовхуючись» від дороги (рис. 8.9, *б*) завдяки дії сили тертя (зазвичай це тертя спокою).

Отже, сила тяги, що діє на автомобіль або поїзд, — це теж сила тертя. Виходить, сили тертя і розганяють, і гальмують автомобіль. Це *різні* сили тертя. Сила тяги зумовлена тертям між ведучими колесами і дорогою, а сили опору — це тертя кочення, сила опору повітря тощо. Що ж до двигуна, то його роль дуже важлива: через систему передачі двигун намагається викликати обертання ведучих коліс. Без цього б не виникала сила тяги. Проте якщо поставити найкращий автомобіль на горизонтальну «абсолютно слизьку» дорогу, то колеса обертатимуться, а автомобіль не зрушить із місця.

Залежно від ситуації буває потрібно зменшити або збільшити сили тертя. Для зменшення тертя застосовують, наприклад, підшипники або змащування поверхонь (тоді на зміну «сухому» тертю приходить «рідке», яке набагато менше). Для збільшення ж тертя (наприклад, між шинами та дорогою) застосовують відповідні матеріали та роблять поверхні шорсткими.


а


б

Рис. 8.9. Сила тертя є рушійною як для людини (*а*), так і для автомобіля (*б*)

4 Сили опору в рідині та газі. В'язкість

Під час руху твердого тіла в рідині або газі на тіло діють сили, що «гальмують» його рух відносно середовища. Іноді ці сили (**сили опору рухові**) називають силами «рідкого» тертя. Цікава особливість таких сил — повна відсутність тертя спокою. Щоб зрушити з місця повітряну кулю або судно, достатньо будь-якої малої сили (щоправда, за малої сили прискорення руху теж буде малим). Навіть мала дитина може відштовхнути від берега човен з людьми, а от перемістити навіть пустий човен на березі вже набагато важче.

! Модуль сили опору $\vec{F}_{оп}$ залежить від:
- розмірів і форми тіла;
- швидкості v руху тіла відносно середовища;
- властивостей середовища та стану поверхні тіла.

Якоїсь загальної формули, що описує всі ці залежності, просто не існує. Є наближені формули, що описують певні окремі випадки.

Навколо фізики

У сучасній техніці існує великий попит на антифрикційні матеріали, тобто такі, що забезпечують мале тертя. Ці матеріали застосовують, наприклад, у підшипниках ковзання. Прикладами досить давно відомих антифрикційних матеріалів є бронза, графіт, латунь, бабіти, деякі тверді породи деревини. У середині XX століття створено полімери із вмістом фтору — фторопласти. Коефіцієнт тертя фторопластів по сталі становить близько 0,04. Ці полімери мають ще й інші корисні якості: вони є термостійкими та хімічно стійкими, здатні забезпечити надійну електричну ізоляцію.

Зверніть увагу!

За малих швидкостей руху можна вважати, що сила опору прямо пропорційна швидкості руху, а за великих — уже квадрату швидкості руху. Точний підрахунок відповідних коефіцієнтів зазвичай є занадто складною задачею, їх визначають у більшості випадків експериментально.

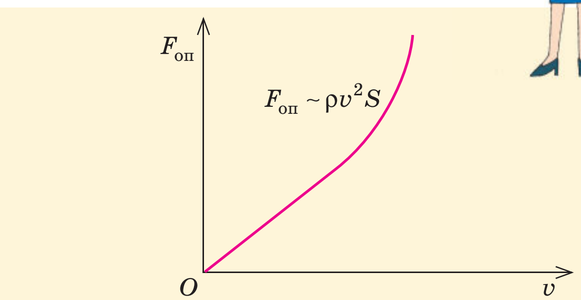


Рис. 8.10. Приблизна залежність сили опору від швидкості руху тіла

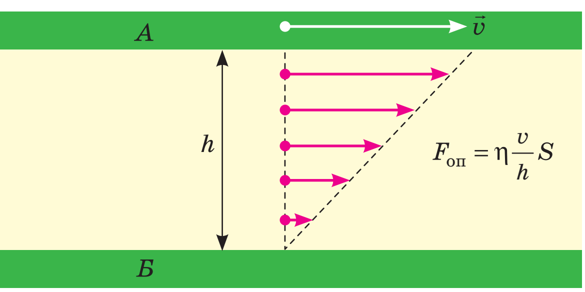


Рис. 8.11. Швидкості руху різних шарів мастила відрізняються, тому між сусідніми шарами виникає внутрішнє тертя

Ми маємо справу з в'язкістю, не тільки коли застосовуємо змащення. Саме в'язкий опір гальмує рух дрібних порошинок і крапель туману в повітрі, течію крові в тонких кровоносних судинах нашого тіла.

Перш за все опишемо характер залежності сили опору від швидкості v (нагадаємо, що для сухого тертя такої залежності практично немає). Приблизний графік цієї залежності наведено на рис. 8.10.

Сила опору за малих швидкостей переважно зумовлена **в'язкістю** середовища. Розгляньмо, наприклад, рух пластини A по плоскій поверхні $Б$ (рис. 8.11), коли між ними є рідкий прошарок — наприклад, шар мастила. За таких умов безпосередній контакт між твердими тілами відсутній. Виявляється, рідину можна подумки розділити на окремі тоненькі шари, які рухаються з різними швидкостями. Верхній шар ніби «прилипає» до пластини A, рухаючись з її швидкістю; що далі від цього шару, то менша швидкість руху рідини, а найнижчий шар нерухомий, як і поверхня $Б$, з якою він у контакті.

Отже, тертя відбувається між сусідніми шарами *рідини*, його ще називають **внутрішнім тертям**. У ситуації, показаній на рис. 8.11, сила опору рухові прямо пропорційна швидкості v руху пластини A та її площі S; сила обернено пропорційна товщині h шару рідини. Ця сила залежить також від характеристики рідини, яку називають **динамічною в'язкістю**. Цю величину позначають η; її одиниця — $Па \cdot с$.

В'язкість зумовлена хаотичним рухом частинок і тим, що частинки сусідніх шарів постійно перемішуються. Це спричиняє зменшення різниці швидкостей руху сусідніх шарів рідини, інакше кажучи — силу тертя між шарами.

За великих швидкостей руху тіла в рідині або газі сила опору головним чином зумовлена зіткненнями частинок середовища з цим тілом. Ця сила (сила лобового опору) пропорційна квадрату швидкості руху тіла. Вона також прямо пропорційна густині ρ середовища та площі S поперечного перерізу тіла площиною, перпендикулярною до напряму руху.

За певних значень ρ, v, S сила опору суттєво залежить від форми тіла. На рис. 8.12 наведено орієнтовні відносні значення сили лобового опору для тіл різної форми.

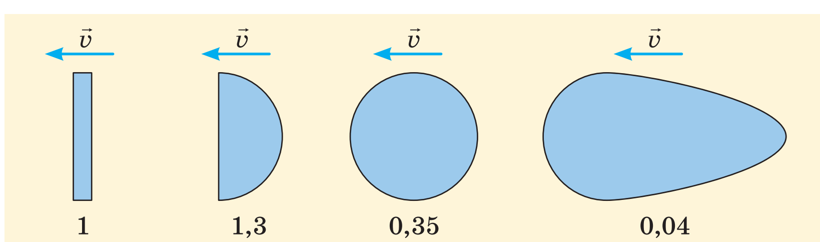


Рис. 8.12. Відносні значення сили лобового опору для тіл різної форми (за одиницю взято значення сили опору для руху диска)

Навколо фізики

Гелій має цілу низку унікальних властивостей. Зокрема, за атмосферного тиску він лишається рідким, навіть коли температура наближається до абсолютного нуля. У 1938 році радянський фізик П. Л. Капиця виявив, що коли температура Гелію-4 знижується приблизно до 2 К, він набуває такої дивовижної властивості, як надплинність. В'язкість надплинного гелію дорівнює нулю. Це означає, що така рідина протікає через тонкі отвори, не зазнаючи опору. Надплинний гелій вкриває тонкою плівкою будь-яку поверхню, переповзаючи по стінці посудини вгору; його неможливо втримати у відкритій посудині. Гелій у такому стані дуже добре проводить тепло.

Щоб забезпечити найбільше значення сили опору, треба надати тілу форми, що приблизно відповідає півсфері, увігнутій попереду (саме такої форми надають парашутам).

Сила опору рухові тіла тим менша, чим більш гладенькою є його поверхня. Тому найкращі природні плавці (наприклад, дельфіни) вкривають свою шкіру слизом, а корпуси літаків і підводних човнів вкривають спеціальною фарбою.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. Кінець невагомої нитки, перекинутої через блок (рис. 1), прикріпили до бруска *1* масою 2 кг, що лежить на столі. Масу вантажу *2*, підвішеного до іншого кінця нитки, потроху збільшують. Коли ця маса сягає 600 г, вантаж починає повільно опускатися з постійною швидкістю. Визначте коефіцієнт тертя між бруском і столом. Тертя в осі блока не враховуйте.

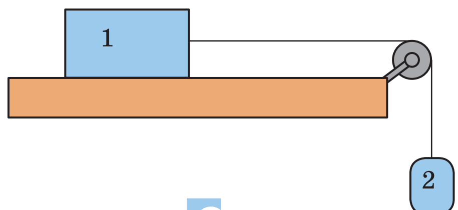


Рис. 1

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 600$ г $= 0,6$ кг

μ — ?

Розв'язання

Сила натягу T нитки в даному випадку є однаковою в усіх перерізах цієї нитки. Очевидно, сила натягу нитки під час прямолінійного рівномірного руху зрівноважує силу тяжіння підвішеного вантажу, тому $T = m_2 g$.

Зобразимо всі сили, що діють на брусок (для наочності на рис. 2 ми перенесли точку прикладення реакції опори в центр бруска, що в даному випадку несуттєво).

Оскільки брусок рухається без прискорення, всі сили попарно зрівноважують одна одну. Отже, $N = m_1 g$, $F_{тер} = T$. Урахувавши наведену вище формулу для T і співвідношення $F_{тер} = \mu N$, отримаємо $\mu = \dfrac{m_2}{m_1}$.

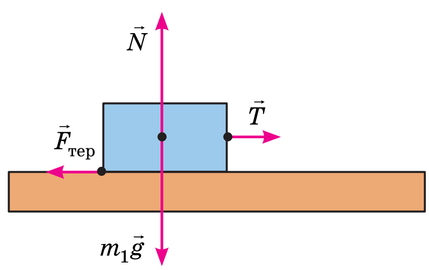


Рис. 2

Перевіримо одиниці: $[\mu] = \dfrac{кг}{кг} = 1$. Визначимо числове значення: $\mu = \dfrac{0,6}{2} = 0,3$.

Відповідь: $\mu = 0,3$.

Підбиваємо підсумки

Сили сухого тертя			Сили опору («рідкого» тертя)
Тертя спокою	Тертя ковзання	Тертя кочення	В'язкість і лобовий опір
$\uparrow\downarrow \vec{F}$	$\downarrow\uparrow \vec{v}$	$\downarrow\uparrow \vec{v}$	$\downarrow\uparrow \vec{v}$, тертя спокою відсутнє
$F_{\text{тер}} \leqslant \mu N$	$F_{\text{тер. ковз}} = \mu N$	Зазвичай нехтуємо	Залежать від форми та розмірів тіла, характеристик середовища
Практично не залежать від v			$F_{\text{оп}} \sim v$ (малі v), $F_{\text{оп}} \sim v^2$ (великі v)

Контрольні запитання

1. Яка природа сил тертя? 2. Які різновиди сил тертя вам відомі? 3. Від чого залежить максимальне значення сили тертя спокою? 4. Що таке коефіцієнт тертя ковзання? 5. Як залежить сила опору рідини або газу від швидкості руху тіла? 6. Як можна зменшити силу опору повітря? збільшити?

Вправа № 8

1. Чи діє сила тертя на стілець, що стоїть на горизонтальній підлозі?

2. Брусок масою 4 кг лежить на столі. Коефіцієнт тертя між бруском і столом дорівнює 0,3. Яка сила тертя діятиме на брусок, якщо прикласти до нього горизонтальну силу: а) 5 Н; б) 10 Н; в) 15 Н; г) 20 Н?

3. Брусок після поштовху рухається по підлозі. Визначте прискорення руху бруска, якщо коефіцієнт тертя між ним і підлогою дорівнює 0,25.

4. Автомобіль проходить поворот на горизонтальній дорозі, рухаючись з постійною за модулем швидкістю. Зробіть рисунок і покажіть на ньому приблизний напрям усіх різновидів сил тертя, що діють на автомобіль.

5. У скільки разів зміниться сила опору, що діє на пластину *A* (див. рис. 8.11), якщо збільшити товщину шару мастила вдвічі, а швидкість руху пластини — втричі?

6. На столі лежить стопка з семи однакових підручників. Учень може зрушити з місця верхні шість підручників, притримуючи нижній, а може витягти тільки п'ятий зверху підручник, притримуючи решту. У якому випадку йому потрібно прикласти більшу силу? У скільки разів більшу?

7. Автомобіль, усі колеса якого є ведучими, має перемістити горизонтальною дорогою плиту масою 4 т. За якої маси автомобіля це можливо? Коефіцієнт тертя між шинами автомобіля та дорогою дорівнює 0,7, а між плитою та дорогою — 0,35.

8. З якою найбільшою швидкістю може безпечно рухатись автомобіль під час туману, коли видимість становить лише 20 м? Коефіцієнт тертя між шинами та дорогою під час гальмування дорівнює 0,5.

Експериментальні завдання

1. Дослідіть кочення кульки по твердій поверхні стола та по м'якому гумовому килимку (наприклад, для комп'ютерної миші). Порівняйте отримані результати, зробіть висновки.

2. Розробіть план експерименту, який дозволить визначити різницю між максимальною силою тертя спокою та силою тертя ковзання за тих самих умов.

§ 9. РУХ ТІЛА ПІД ДІЄЮ КІЛЬКОХ СИЛ

1 Рух по похилій площині

Нагадаємо, як найкраще застосовувати закони механіки, щоб розібратися в русі тіл під дією кількох сил (така ситуація є найбільш поширеною). Розв'язування задач — творчий процес, іноді потрібні нестандартні підходи. Проте можна дати рекомендації, які допоможуть у більшості випадків.

Отже, розгляньмо брусок масою m на похилій площині з кутом α нахилу до горизонту (рис. 9.1). Коефіцієнт тертя між бруском і площиною дорівнює μ. Знайдемо прискорення руху бруска.

Прискорення бруска залежить від рівнодійної прикладених до нього сил. Цих сил три: сила тяжіння $m\vec{g}$ з боку Землі, сила $\vec{N}$ реакції опори (тобто сила пружності з боку площини, що напрямлена перпендикулярно до площини) та сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$ з боку площини, що напрямлена вздовж площини вгору. На рисунку показано, що всі сили прикладено до центра бруска (у даному випадку таке спрощення є припустимим).

Щоб знайти прискорення, напишемо другий закон динаміки у векторному вигляді:

$$\boxed{m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}}.}$$

Рис. 9.1. Рух тіла по похилій площині (показано напрями сил і можливого прискорення тіла)

Оскільки виконувати дії над векторами, напрямленими по-різному, досить складно, перейдемо від векторів до їх проекцій на осі координат. На цьому етапі не поспішатимемо: адже якщо вибрати звичні (горизонтальну та вертикальну) осі, то три з чотирьох векторних величин на рис. 9.1 матимуть «незручні» напрями — під кутом до осей. Якщо ж вибрати напрями осей вздовж похилої площини та перпендикулярно до цієї площини (рис. 9.2), то вигляд рівнянь спроститься, бо три з чотирьох векторів будуть паралельні осям.

З рисунка видно, що $mg_x = mg\sin\alpha$, $mg_y = -mg\cos\alpha$. Отже, в проекціях на осі координат другий закон динаміки має вигляд

$$\boxed{\begin{cases} ma = mg\sin\alpha - F_{\text{тер}}, \\ 0 = -mg\cos\alpha + N. \end{cases}}$$

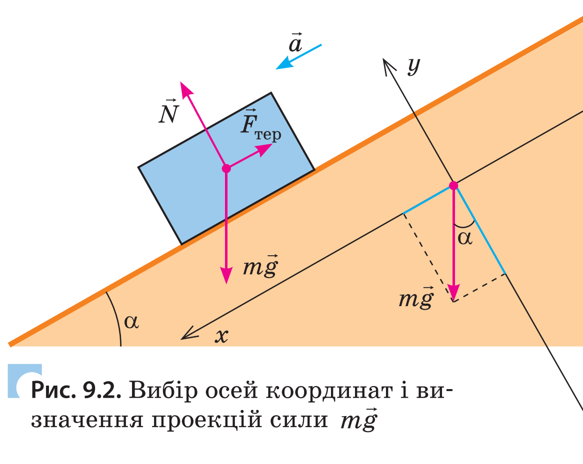
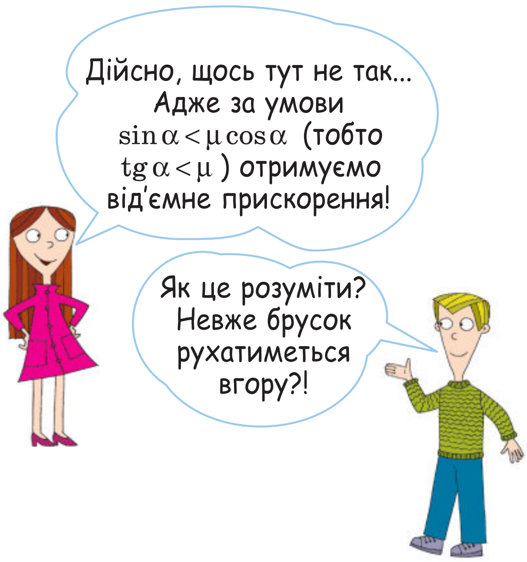


Рис. 9.2. Вибір осей координат і визначення проекцій сили $m\vec{g}$

Щоб повністю використати всі надані умови, додаємо до цих рівнянь формулу для модуля сили тертя ковзання

$$\boxed{F_{\text{тер}} = \mu N.}$$



Зверніть увагу!

- Для сили тертя *спокою* виконується лише співвідношення $F_{\text{тер}} \leqslant \mu N$ (а не $F_{\text{тер}} = \mu N$). Знайти модуль сили тертя спокою можна з умови $a_x = 0$.
- Рівномірний рух тіла похилою площиною за умови $\operatorname{tg}\alpha = \mu$ дає зручний спосіб вимірювання коефіцієнта тертя.

Щоб розв'язати отриману систему з трьох рівнянь, виразимо з другого рівняння N і підставимо в перше рівняння вираз $F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Отримаємо відповідь

$$\boxed{a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).}$$

Проаналізуємо отриману відповідь. Легко переконатися, що з одиницями величин усе гаразд. Проте це ще не все...

Фактично ми шукали проекцію прискорення на вісь Ox. Отже, відповідь краще записати у вигляді

$$\boxed{a_x = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).}$$

За умови $\operatorname{tg}\alpha > \mu$ все зрозуміло — брусок рухається вниз, збільшуючи швидкість. Якщо $\operatorname{tg}\alpha = \mu$, отримуємо $a_x = 0$ — брусок рухається вниз рівномірно або перебуває у спокої. А от коли нахил похилої площини малий і $\operatorname{tg}\alpha < \mu$, отримуємо $a_x < 0$. Проте згадаємо, що сила тертя ковзання напрямлена протилежно швидкості руху тіла. Отже, вибравши напрям цієї сили (див. рис. 9.1) і застосувавши формулу для сили тертя *ковзання*, ми обмежилися випадком, коли брусок ковзає похилою площиною вниз. Тоді умова $a_x < 0$ просто означає, що рух бруска сповільнюється, а це цілком природно.

Якщо ж брусок просто *поставити* на похилу площину (не надавши початкової швидкості), то за умови $\operatorname{tg}\alpha < \mu$ він перебуватиме в спокої.

2 Алгоритм розв'язування задач динаміки

Ураховуючи розглянутий вище приклад і багато інших, можна сформулювати досить чіткий алгоритм, який полегшить розв'язання більшості задач динаміки.

1. Прочитати та записати умову задачі, виразити чисельні значення в СІ.
2. Зробити схематичний рисунок, показавши на ньому всі діючі на тіло сили і напрям прискорення.
3. Записати другий закон динаміки у векторній формі.
4. Вибрати зручні осі координат, записати другий закон динаміки в проекціях на ці осі.
5. Записати додаткові рівняння (наприклад, формули для сил або рівняння кінематики).
6. Розв'язати отриману систему рівнянь у загальному вигляді.
7. Проаналізувати отриманий результат (перевірити одиниці величин, розглянути окремі або граничні випадки).
8. Провести числові розрахунки, оцінити правдоподібність результатів.
9. Записати відповідь.

Якщо розглядається рух системи тіл, пункти 3 і 4 слід виконати для кожного з тіл, а в пункті 5 слід врахувати кінематичні зв'язки.

3 Рух системи тіл

Застосуємо наведений вище алгоритм для розв'язання ще однієї задачі.

Задача. Два тягарці масами $m_1 = 100$ г і $m_2 = 300$ г прив'язані до кінців нерозтяжної нитки, перекинутої через нерухомий блок. Масами нитки та блока, а також тертям в осі блока можна знехтувати. Визначте прискорення тягарців і силу натягу нитки.

Розв'язання

Покажемо схематично (див. рисунок) сили, що діють на кожний із тягарців, а також напрями прискорень і вибраний напрям осі координат Oy.

Напишемо другий закон динаміки для кожного з тягарців у векторному вигляді:

$$\begin{cases} m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}, \\ m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}. \end{cases}$$

У проекції на вісь Oy отримуємо:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = -m_1 g + T, \\ -m_2 a_2 = -m_2 g + T. \end{cases}$$

У цих двох рівняннях три невідомі величини (a_1, a_2, T). Отже, потрібне ще одне рівняння. Це «додаткове» рівняння — умова *кінематичного зв'язку*, що випливає з нерозтяжності нитки: за будь-який інтервал часу права ділянка нитки подовжується саме на стільки, на скільки скорочується ліва. Таким чином, переміщення обох тягарців весь час однакові за модулем. Звідси випливає, що в тягарців однакові й модулі швидкостей, і модулі прискорень; можна записати співвідношення $a_1 = a_2 = a$.

Віднявши від рівняння $m_1 a = -m_1 g + T$ рівняння $-m_2 a = -m_2 g + T$, отримаємо $m_1 a + m_2 a = m_2 g - m_1 g$, звідки $a = g\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}$. Підставивши цей вираз у будь-яке з вихідних рівнянь, отримаємо $T = \dfrac{2m_1 m_2 g}{m_2 + m_1}$.

Перевіримо одиниці:

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad [T] = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг}}{\text{кг} + \text{кг}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

Перевіримо також очевидний окремий випадок: якщо $m_1 = m_2 = m$, отримуємо $a = 0$, $T = mg$, як і має бути. У граничному випадку $m_1 \to 0$ отримуємо $a \to g$, $T \to 0$ (більший тягарець вільно падає та перебуває в стані невагомості, не діючи на нитку).

Визначимо значення шуканих величин:

$$a = 9{,}8\frac{0{,}3 - 0{,}1}{0{,}3 + 0{,}1} = 4{,}9\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right), \quad T = \frac{2 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}3 \cdot 9{,}8}{0{,}3 + 0{,}1} \approx 1{,}5 \text{ (Н)}.$$

Відповідь: $a_1 = a_2 = 4{,}9$ м/с^2, $T \approx 1{,}5$ Н.

Підказ :)

Якщо масами нитки та блока, а також тертям в осі блока можна знехтувати, то сила натягу нитки в усіх її перерізах однакова. Отже, нитка діє на обидва тягарці з однаковою силою $\vec{T}$, напрямленою вгору.

Дано:

$m_1 = 100\text{ г} = 0{,}1$ кг

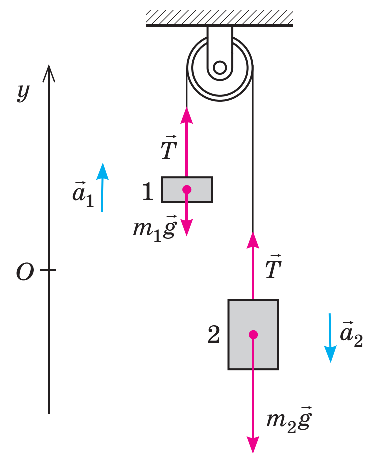
$m_2 = 300\text{ г} = 0{,}3$ кг

$g = 9{,}8\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}$

a_1 — ?

a_2 — ?

T — ?



Підбиваємо підсумки

Щоб розглянути рух тіла під дією кількох сил, у більшості випадків найкраще діяти за алгоритмом:

- зробити схематичний рисунок, на якому показати напрями всіх сил, прискорень і вибраних осей координат;
- записати другий закон динаміки у векторній формі, а потім у проекціях;
- застосувати всі наявні додаткові умови (рівняння сил, кінематичні зв'язки тощо);
- розв'язати отриману систему рівнянь у загальному вигляді, проаналізувати результат усіма доступними способами, провести числові розрахунки та оцінити правдоподібність результатів.

Контрольні запитання

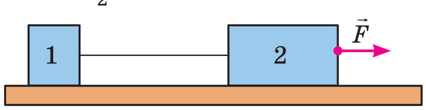
1. Як напрямлена сила реакції опори, що діє на тіло? 2. Яким може бути напрям прискорення тіла на похилій площині? 3. Яке співвідношення випливає з умови нерозтяжності нитки, що зв'язує тіла? 4. Чи слід ураховувати внутрішні сили, записуючи рівняння другого закону динаміки для кожного тіла в системі тіл?

Вправа № 9

Уважайте, що $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. На вертикальному канаті масою 4 кг піднімають вантаж масою 16 кг, прикладаючи до верхнього кінця канату силу 240 Н. Визначте прискорення вантажу та сили натягу канату поблизу його верхнього та нижнього кінців.

2. Два зв'язані легкою ниткою бруски тягнуть гладенькою горизонтальною поверхнею, прикладаючи до переднього бруска горизонтальну силу $F = 8$ Н (див. рисунок). Визначте силу натягу нитки, якщо маси брусків $m_1 = 2$ кг і $m_2 = 6$ кг.



3. Два тягарці масами m і $4m$ прив'язані до кінців нерозтяжної нитки, перекинутої через нерухомий блок. Масами нитки та блока, а також тертям в осі блока можна знехтувати. Визначте відношення ваги другого тягарця до ваги першого.

4. Два однакових тягарці масами по 49 г прив'язані до кінців нерозтяжної нитки, перекинутої через нерухомий блок. Масами нитки та блока, а також тертям в осі блока можна знехтувати. Коли на один із тягарців поклали додатковий вантаж, система почала рухатися з прискоренням 0,2 м/с^2. Визначте масу додаткового вантажу.

5. Ящик масою 26 кг треба втягти по похилій площині завдовжки 6,5 м і заввишки 2,5 м. Яку силу потрібно для цього прикладати в напрямі руху, якщо коефіцієнт тертя між ящиком і площиною дорівнює 0,5?

6. Хлопчик везе по горизонтальній дорозі санчата, на яких сидить його молодша сестра, за допомогою мотузки, що утворює кут 27° з горизонтом. Визначте силу натягу мотузки, якщо маса навантажених санчат дорівнює 30 кг, а коефіцієнт тертя між їх полозами та дорогою становить 0,1.

§ 10. РІВНОВАГА ТІЛ. ЦЕНТР ВАГИ ТІЛА. СТІЙКІСТЬ РІВНОВАГИ

1 Дві умови рівноваги

Закони динаміки дозволяють пов'язати прискорення руху тіла з силами, що діють на це тіло. Проте архітектору або конструктору моста важливо, щоб у хмарочоса та моста *не було* прискорення, тобто щоб ці конструкції десятки або навіть сотні років зберігали стан спокою відносно Землі. Відносно ж інших інерціальних систем відліку ці тіла можуть рухатися прямолінійно рівномірно. Такий стан тіл називають **рівновагою**.

Розгляньмо спочатку матеріальну точку, на яку діють сили $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, ..., $\vec{F}_n$. З другого закону динаміки випливає, що її прискорення дорівнює нулю за умови

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0, \qquad (1)$$

тобто коли рівнодійна всіх сил дорівнює нулю. Це — **перша умова рівноваги.**

Розгляньмо тепер іншу ситуацію: нехай кілька сил діють на тіло, закріплене на нерухомій осі (рис. 10.1). Таке тіло може тільки обертатися навколо осі. Очевидно, сила $\vec{F}_1$ намагається обертати тіло проти ходу годинникової стрілки, сила $\vec{F}_2$ — за ходом годинникової стрілки, а сила $\vec{F}_3$ взагалі не впливає на обертальний рух тіла.

З курсу фізики 7 класу ви вже знаєте, що в даному випадку дію сили визначає її **момент** M, модуль якого дорівнює добутку модуля цієї сили на її **плече:** $|M| = Fl$. Одиницею цієї величини є $Н \cdot м$ (цю одиницю не треба записувати як Дж).

> **!** **Плечем** l **сили** називають відстань від осі обертання до лінії дії сили (рис. 10.1).

> **!** Моменти сил, що обертають тіло проти ходу годинникової стрілки, вважають **додатними**, якщо ж сила обертає тіло за ходом годинникової стрілки, то її момент уважають **від'ємним.**

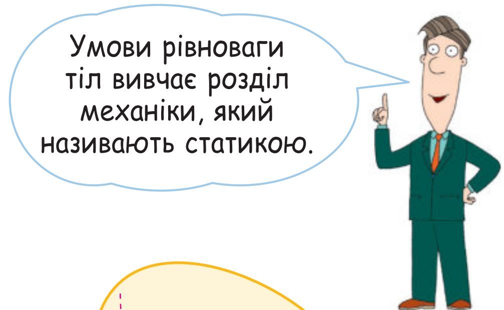
Очевидно, у випадку рівноваги дії сил, що обертають тіло в цих протилежних напрямах, мають компенсувати одна одну. Отже,

$$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0, \qquad (2)$$

тобто алгебраїчна сума моментів усіх сил має дорівнювати нулю. Це — **друга умова рівноваги.**

Зверніть увагу!

У загальному випадку рівновага допускає також рівномірне обертання відносно осі, що зберігає свій напрям у просторі (так рухалася б наша Земля, якщо б зникло тяжіння інших небесних тіл).



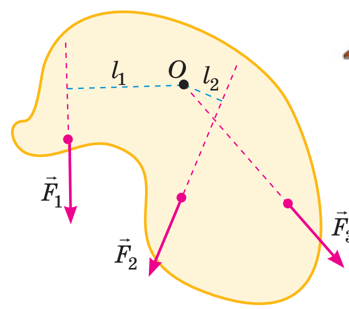


Рис. 10.1. Плечі сил, що діють на закріплене на осі O тіло

Розберемося глибше

Розберемося трохи докладніше зі змістом обох умов рівноваги. Для цього напишемо формулу моменту сили в іншому вигляді. А саме — проведемо від осі обертання радіус-вектор $\vec{r}$ до точки прикладання сили та представимо силу як суму двох складових (рис. 10.2): $\vec{F} = \vec{F}_r + \vec{F}_\perp$.

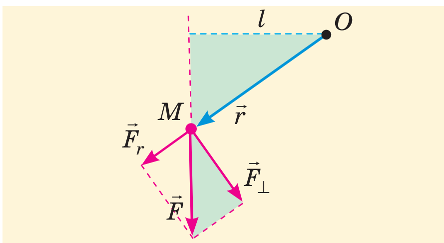
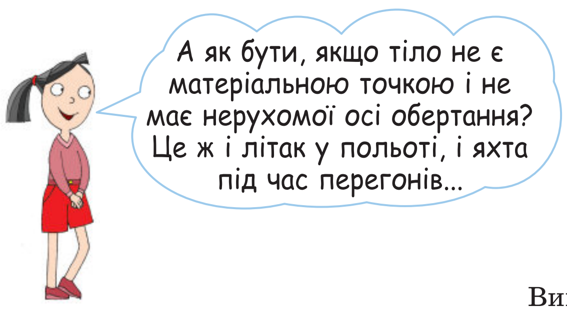
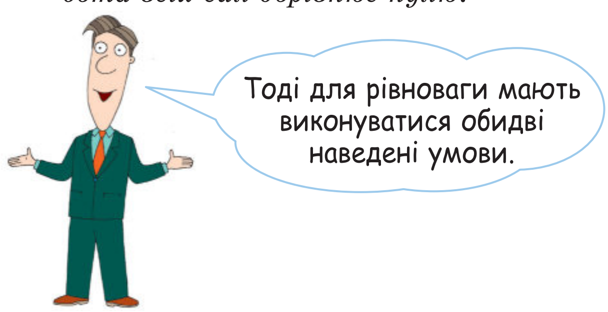


Рис. 10.2. Як можна інакше записати момент сили

Очевидно, зафарбовані на рисунку зеленим прямокутні трикутники є подібними. Тому $\frac{F_\perp}{F} = \frac{l}{r}$, звідки $Fl = F_\perp r$. Отже, $|M| = Fl = F_\perp r$.

Уявімо, що тіло повернулося на малий кут φ навколо осі O. Нагадаємо: кут повороту вважають додатним, якщо поворот відбувається проти ходу годинникової стрілки. Під час такого повороту точка M переміщається на $s = \varphi r$ перпендикулярно до радіус-вектора $\vec{r}$ (ми вважаємо, що кут вимірюється в радіанах). При цьому складова сили $\vec{F}_r$ не виконує роботи, а складова $\vec{F}_\perp$ виконує роботу $A = F_\perp s = F_\perp \varphi r = M\varphi$ (ця робота додатна, якщо знаки M і φ збігаються). Отже, якщо на тіло діють кілька сил, то при малому *повороті* виконується робота $A = (M_1 + M_2 + \ldots + M_n)\varphi$. Якщо ж виконується друга умова рівноваги, то $A = 0$. Так само робота не виконується при малому *поступальному* переміщенні тіла, якщо виконується перша умова рівноваги. Інакше кажучи, *обидві умови рівноваги зводяться до того, що під час малої зміни положення тіла загальна робота всіх сил дорівнює нулю*.





Виникає запитання: як визначати моменти сил, якщо немає якоїсь закріпленої осі? Відповідь виявляється простою: у випадку рівноваги алгебраїчна сума моментів сил відносно *довільної* уявної осі обертання дорівнює нулю. Отже, можна подумки провести яку завгодно вісь обертання (можна вибрати її найбільш зручним чином).

Якщо не виконується перша умова рівноваги, то виникає прискорений поступальний рух тіла, якщо ж не виконується друга — з'являється обертання з кутовим прискоренням. У обох випадках рівновага порушується.

2 Центр ваги тіла

Ви знаєте, що дія сили залежить не тільки від її модуля та напряму, а й від точки прикладання цієї сили. Де ж прикладено до тіла таку важливу зазвичай силу, як сила тяжіння? Насправді ми розуміємо: ця сила — просто рівнодійна безлічі крихітних сил тяжіння, що діють на кожну з частинок, «розкиданих» по тілу. Зрозуміло, що ми обмежимося випадком однорідного поля тяжіння. Тоді всі сили тяжіння напрямлені однаково і сума їх модулів дорівнює загальній силі тяжіння, що діє на тіло.

! Рівнодійну всіх сил тяжіння слід уважати прикладеною в такій точці, щоб момент цієї сили завжди дорівнював сумі моментів усіх «маленьких» сил тяжіння. Таку точку називають **центром ваги** тіла*.

Очевидно, центр ваги симетричного тіла (однорідних кулі, циліндра, прямокутного паралелепіпеда) збігається з центром симетрії тіла. У загальному ж випадку для експериментального визначення центра ваги можна підвісити невелике тіло на нитці (рис. 10.3).

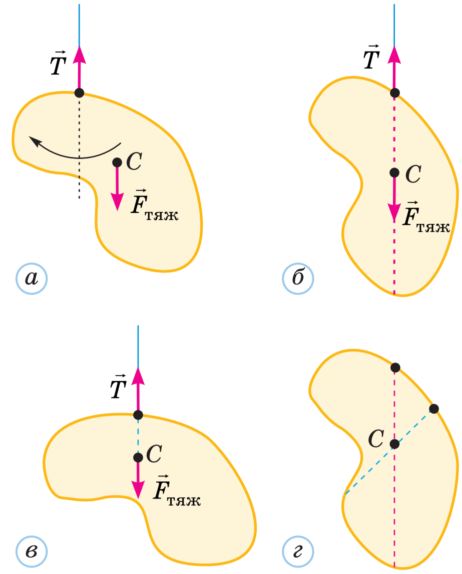


Рис. 10.3. Як можна визначити центр ваги C плоскої пластини: *а* — початкове нерівноважне положення; *б–в* — стани рівноваги; *г* — визначення центра ваги як точки перетину двох відрізків

У стані рівноваги центр ваги обов'язково розташується на продовженні нитки, бо тільки в цьому випадку сили тяжіння $\vec{F}_{тяж}$ та пружності $\vec{T}$ нитки компенсують одна одну і не створюють обертального моменту. Прикріпивши тіло до нитки іншою точкою, отримаємо додаткову інформацію про розташування центра ваги (цей метод особливо зручний для дослідження плоских пластин).

Виведемо також важливу формулу, на якій ґрунтується теоретичне визначення положення центра ваги. Розглянемо спочатку «гантель» з двох матеріальних точок масами m_1 і m_2, з'єднаних невагомим жорстким стрижнем (рис. 10.4).

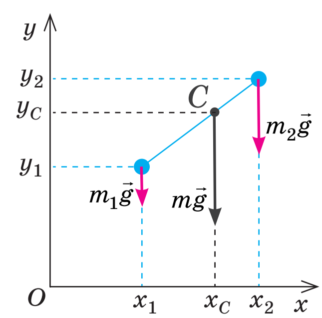


Рис. 10.4. Визначення центра ваги C системи матеріальних точок

Будемо визначати моменти сил відносно осі, що проходить через початок координат перпендикулярно до площини рисунка. Тоді загальний момент сил тяжіння матеріальних точок $M = -m_1 g x_1 - m_2 g x_2$ (ми врахували, що обидві сили «намагаються» обертати систему за ходом годинникової стрілки). Якщо замінити ці сили загальною силою тяжіння $m\vec{g} = (m_1 + m_2)\vec{g}$, прикладеною в центрі ваги, то отримаємо момент сили тяжіння $M = -(m_1 + m_2) g x_C$.

Прирівнявши праві частини двох останніх формул, дістанемо $x_C = \dfrac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$. Якщо тепер розглянути «конструкцію» з N матеріальних точок, то

$$x_C = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_N x_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}.$$

Аналогічні формули можна отримати й для інших координат центра ваги. Для цього досить «повернути» силу тяжіння, або, що те ж саме, повернути всю систему разом з осями координат на 90°. Отримані формули можна

* Центр ваги тіла в однорідному полі тяжіння є також центром мас цього тіла (див. наступний параграф).

Зверніть увагу!

Будь-яке тіло можна розглядати як систему матеріальних точок (такими матеріальними точками можна вважати, наприклад, атоми).

об'єднати, написавши вираз для радіус-вектора центра ваги системи:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N}. \qquad (3)$$

? Радимо самостійно довести, що центр ваги двох матеріальних точок лежить на відрізку, що їх з'єднує, та ділить цей відрізок у відношенні, оберненому відношенню мас цих точок.

3 Стійкість рівноваги

Для того щоб тіло перебувало в рівновазі, необхідно, щоб виконувалися дві умови рівноваги. Чи *достатньо* цього, щоб рівновага дійсно мала місце? Розгляньмо простий приклад: маленьку монетку на вершині гладенької гірки (рис. 10.5, *а*).

Чи перебуватиме монетка в рівновазі? На перший погляд — так, бо сили тяжіння $m\vec{g}$ та реакції опори $\vec{N}$ зрівноважують одна одну. Проте в реальному житті неможливо уникнути хоча б маленьких відхилень від вершини гірки. А тоді рівнодійна обох сил «штовхатиме» монетку ще далі від вершини, монетка з'їде з гірки. Таку рівновагу називають **нестійкою**. Реально тіло не може перебувати в такому стані тривалий час, якщо йому якось не «допомагати».

Якщо ж монетку розмістити в гладенькому заглибленні (рис. 10.5, *б*), то рівнодійна сил $m\vec{g}$ і $\vec{N}$ «повертатиме» її до положення рівноваги. Отже, невеликі відхилення не спричиняють помітного віддалення від положення рівноваги. Таку рівновагу називають **стійкою**. Саме в такій рівновазі тіло може перебувати необмежений час.

Є ще один випадок (рис. 10.5, *в*), коли рівнодійна сил $m\vec{g}$ і $\vec{N}$ залишається рівною нулю й після відхилення від *початкового* положення рівноваги. Таку рівновагу називають **байдужою**, сусідні з нею положення тіла теж відповідають стану байдужої рівноваги.

Усі три види рівноваги можна спостерігати й для тіла, що має нерухому вісь обертання (рис. 10.6).

Наведені приклади ілюструють важливу закономірність: стійка рівновага відповідає стану з найменшою потенціальною енергією, а нестійка — стану з найбільшою потенціальною

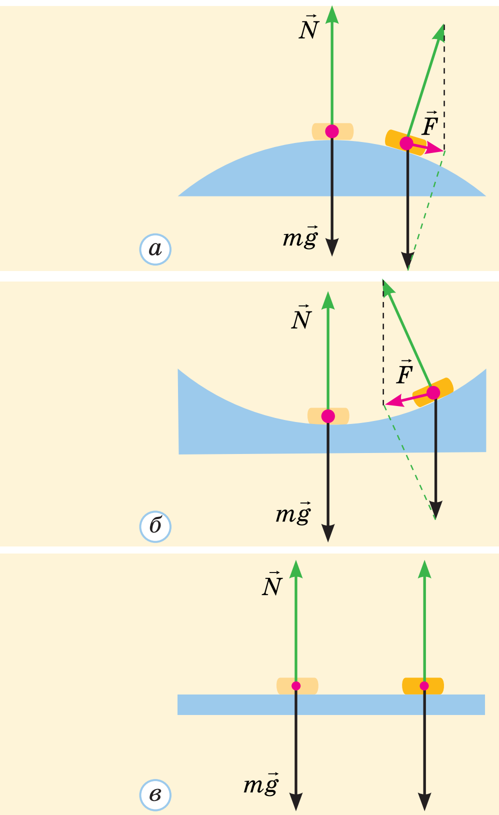


Рис. 10.5. Різні види рівноваги: *а* — нестійка; *б* — стійка; *в* — байдужа

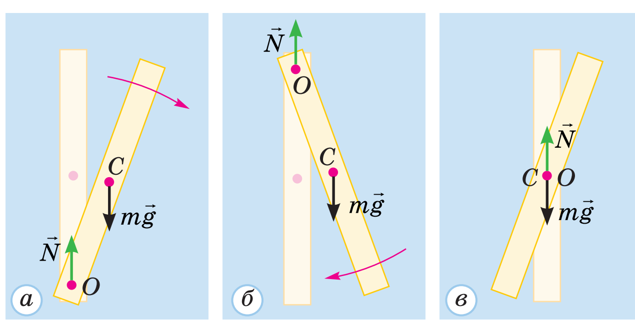


Рис. 10.6. Різні види рівноваги тіла, що може обертатися навколо нерухомої осі O: *а* — нестійка; *б* — стійка; *в* — байдужа

енергією. У наших прикладах потенціальна енергія залежала від висоти центра ваги *C* тіла, тому стійка рівновага відповідала найнижчому положенню центра ваги.

Отже, можна зробити висновок.

! Рівновага є стійкою, якщо при малому відхиленні від положення рівноваги виникає сила (або момент сили), що повертає тіло в положення рівноваги. У цьому положенні потенціальна енергія системи є мінімальною.

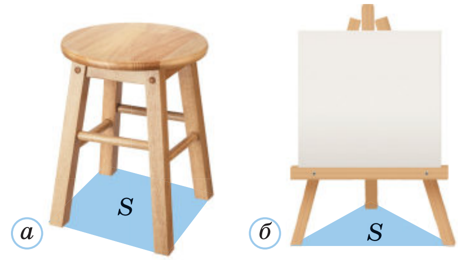


Рис. 10.7. Площа опори *S*: *а* — табурета; *б* — мольберта

Розгляньмо ще один важливий випадок: рівновагу тіла, що має певну площу опори. Це не обов'язково площа безпосереднього контакту тіла з площиною опори. Наприклад, для табурета на тонких ніжках площею опори є прямокутник з вершинами в точках опори ніжок на підлогу (рис. 10.7).

Нас цікавитиме стійкість тіла щодо перекидання. Перекидання — це обертання тіла навколо осі *O*, що проходить через лінію, яка обмежує площу опори. Після невеликого нахилу єдина сила, що має обертальний момент відносно цієї осі, — це сила тяжіння $m\vec{g}$, прикладена в центрі ваги. Щоб рівновага була стійкою, момент цієї сили має повертати нахилене тіло до положення рівноваги. Ця умова автоматично виконується, якщо центр ваги тіла розташований *над площею опори* (рис. 10.8).

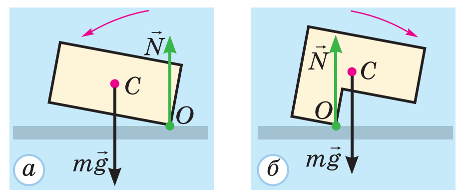
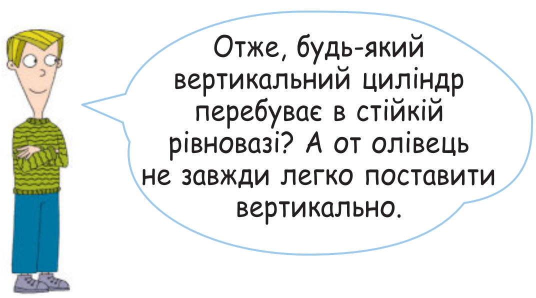


Рис. 10.8. Стійка (*а*) та нестійка (*б*) рівновага тіла, що має площу опори



Стійкою вважають рівновагу, яка поновлюється після малого відхилення від неї. Проте іноді відхилення можуть бути й не дуже малими. Чим більшим може бути кут, після якого тіло повертається до рівноваги, тим більш стійкою є ця рівновага. А граничним є таке відхилення, при якому центр ваги опиняється точно над межею площі опори. Зрозуміло, що для збільшення стійкості треба збільшувати площу опори та «переміщати» вниз центр ваги (рис. 10.9). Саме таким шляхом і йдуть конструктори автомобілів, суден, будівельних механізмів тощо.

Зазначимо, що людина може досить довго підтримувати стан нестійкої рівноваги (згадаємо, наприклад, про канатохідців).

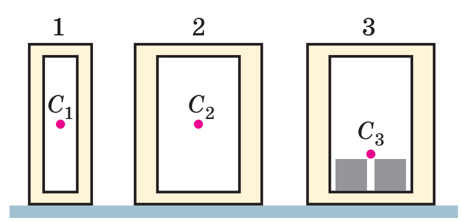


Рис. 10.9. Як забезпечити більшу стійкість тіла, що має площу опори: тіло *2* має більшу площу опори порівняно з тілом *1*, а у тіла *3* ще й нижче розташований центр ваги через додаткові вантажі в нижній частині тіла

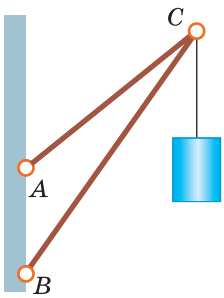


Рис. 1

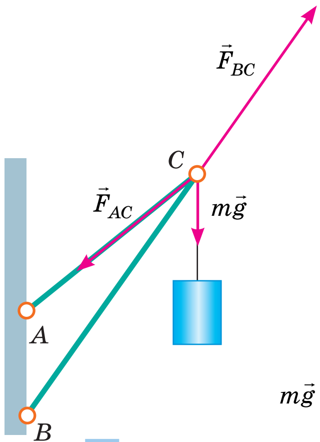


Рис. 2

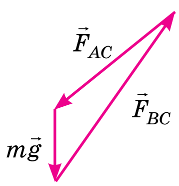


Рис. 3

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Знайдіть сили пружності в шарнірно закріплених невагомих стрижнях AC і BC, якщо $AB = 0,45$ м, $AC = 0,9$ м, $BC = 1,2$ м (рис. 1), а маса вантажу $m = 50$ кг. Який із стрижнів можна замінити міцною нерозтяжною ниткою? Уважайте, що g = 10 м/с^2.

Розв'язання. У шарнірно закріплених невагомих стрижнях виникають тільки сили пружності, напрямлені вздовж осей стрижнів. Очевидно, що внаслідок підвішування вантажу стрижень AC розтягується (тому саме його можна замінити нерозтяжною ниткою), а стрижень BC стискається. Напрями сил пружності, які діють з боку цих стрижнів на шарнір C, показано на рис. 2. Вертикальна нитка діє на цей шарнір із силою $m\vec{g}$. Умова рівноваги шарніра: $m\vec{g} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{AC} = 0$.

Щоб знайти з цієї умови сили пружності, найкраще зобразити трикутник сил (рис. 3) і врахувати, що він подібний до трикутника ABC. Отже, виконуються пропорції $\frac{F_{AC}}{mg} = \frac{AC}{AB}$, $\frac{F_{BC}}{mg} = \frac{BC}{AB}$. Звідси знаходимо $F_{AC} = \frac{AC}{AB} mg$ і $F_{BC} = \frac{BC}{AB} mg$. Перевіривши одиниці величин і підставивши числові значення, отримаємо $F_{AC} = 1,0$ кН і $F_{BC} = 1,3$ кН.

Відповідь: $F_{AC} = 1,0$ кН, $F_{BC} = 1,3$ кН; замінити ниткою можна стрижень AC.

Задача 2. Доведіть, що центр ваги C однорідної трикутної пластини ABD розташований у точці перетину медіан трикутника ABD.

Розв'язання. Треба подумки розбити пластину на такі частини, центри ваги яких легко знайти. Найкраще спочатку розділити трикутник на дуже вузькі смужки, паралельні стороні AB. Центр ваги кожної такої смужки розташований посередині смужки (на рис. 4 це зелені точки).

Тепер можна кожну смужку подумки замінити на матеріальну точку відповідної маси, розташовану в центрі ваги смужки. Залишається знайти центр ваги такої системи матеріальних точок. Це не так просто зробити, враховуючи різні маси точок. Проте цього можна й не робити. Достатньо помітити, що всі отримані матеріальні точки лежать на медіані трикутника, проведеній із вершини D. Отже, центр ваги C пластини теж має лежати на цій медіані.

Розбиваючи трикутник на інші паралельні смужки, можна довести: точка C належить і двом іншим медіанам трикутника. Отже, центр ваги дійсно розташований у точці перетину медіан трикутника. «Попутно» ми довели й математичну теорему про те, що медіани трикутника перетинаються в одній точці.

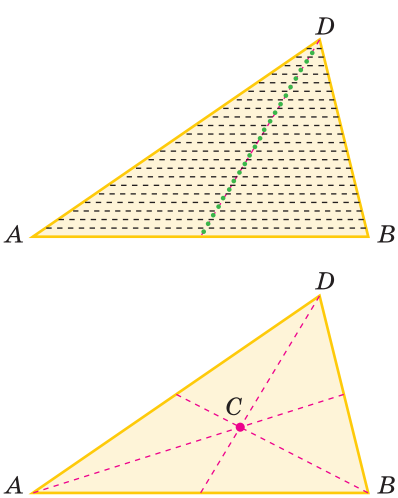


Рис. 4

Задача 3. Драбина спирається на гладеньку вертикальну стінку. Центр ваги розташований посередині драбини, коефіцієнт тертя між ніжками драбини та підлогою дорівнює 0,5. Визначте найбільший можливий кут між драбиною та стінкою.

Дано:
$\mu = 0{,}5$

α_{max} — ?

Розв'язання

Зобразимо всі сили, що діють на драбину (рис. 5), та виберемо систему координат.

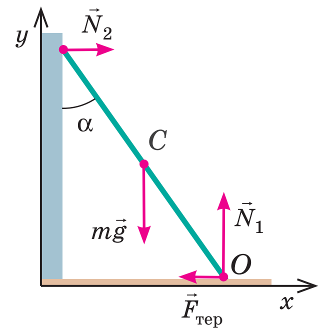


Рис. 5

Перша умова рівноваги має вигляд $m\vec{g}+\vec{N}_1+\vec{N}_2+\vec{F}_{тер}=0$. Напишемо це рівняння в проекціях на осі координат:

$$\begin{cases} N_2 - F_{тер} = 0, \\ -mg + N_1 = 0. \end{cases}$$

Нам знадобиться й друга умова рівноваги (правило моментів). Найзручніше брати моменти сил відносно осі O, що проходить перпендикулярно до площини рисунка через нижню точку драбини.

Тоді ненульові моменти мають тільки дві сили. Отримуємо

$$mg\frac{l\sin\alpha}{2} - N_2 l\cos\alpha = 0$$

(тут l — довжина драбини). Із записаних рівнянь випливає, що $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2F_{тер}}{mg}$. Очевидно, максимальне значення кута α відповідає максимальному з можливих значень сили тертю спокою $\left(F_{тер} = \mu N_1 = \mu mg\right)$. Отже, $\operatorname{tg}\alpha_{max} = 2\mu$ і $\alpha_{max} = \operatorname{arctg}(2\mu) = 45°$.

Відповідь: $\alpha_{max} = 45°$.

Підбиваємо підсумки

Дві необхідні умови рівноваги полягають у тому, що векторна сума всіх діючих на тверде тіло сил і алгебраїчна сума моментів цих сил мають дорівнювати нулю.

Точкою прикладання сили тяжіння слід уважати центр ваги тіла. Для симетричних тіл він збігається з центром симетрії, у загальному ж випадку його положення залежить від форми та розмірів тіла, а також від розподілу мас усередині цього тіла.

Виконання двох умов рівноваги ще не гарантує, що рівновага реально матиме місце. Тривала рівновага має бути стійкою: при малому відхиленні від положення рівноваги має виникати сила (або момент сили), що повертає тіло в положення рівноваги. У цьому положенні потенціальна енергія системи є мінімальною.

Контрольні запитання

1. У чому полягає перша умова рівноваги? друга умова? 2. Як рухається тіло, якщо не виконано другу умову рівноваги? 3. Як можна визначити положення центра ваги тіла експериментально? теоретично? 4. Як можна підвищити стійкість рівноваги транспортного засобу?

Вправа № 10

1. Брусок масою 4 кг нерухомо лежить на похилій площині, що утворює кут 30° з горизонтом. Визначте модулі сил реакції опори та тертя, що діють на брусок.

2. На легкому горизонтальному важелі підвішені три тягарці. Два однакових тягарці масами по 200 г підвішені на правому плечі важеля на відстанях 10 і 20 см від точки опори. На якій відстані від точки опори підвішений на лівому плечі важеля тягарець масою 100 г, якщо важіль перебуває в рівновазі?

3. Які особливості конструкції забезпечують високу стійкість перегонового автомобіля? підіймального крана? двокорпусного судна (катамарана)?

4. Виведіть із другої умови рівноваги «правило важеля»: важіль перебуває в рівновазі під дією двох прикладених сил, якщо модулі цих сил обернено пропорційні їх плечам.

5. Поясніть, чим зумовлена стійкість рівноваги системи «олівець + ніж» (див. рисунок).

6. Горизонтальну балку масою 140 кг завдовжки 3 м підвісили за кінці на двох тонких тросах. З якими силами балка діє на троси, якщо в 1 м від правого кінця до неї прикріплена сталева куля масою 60 кг?

7. Сталеву кулю радіусом 1 см припаяли до верхньої точки сталевої кулі радіусом 2 см. Де буде центр ваги всієї системи?

8. Однорідну кулю масою 7,1 кг і радіусом 6 см підвісили на тонкому дроті завдовжки 4 см до гладенької вертикальної стінки. Визначте силу тиску кулі на стінку.

9. Однорідну кулю підвісили на тонкому дроті до шорсткої вертикальної стінки. Яким має бути коефіцієнт тертя між кулею та стінкою, щоб центр кулі та точка кріплення дроту могли бути на одній вертикалі?

10. Дві рівні за модулем і протилежні за напрямами сили, що діють вздовж різних прямих, називають парою сил. Доведіть, що момент пари сил відносно двох різних паралельних осей є однаковим.

Експериментальне завдання

1. Визначте якомога точніше центр ваги плоскої пластини за допомогою лінійки та гостро заточеного олівця. Запропонуйте спосіб перевірки отриманого результату.

2. Виготовте з цупкого паперу або іншого матеріалу кілька невеликих моделей суден та дослідіть, як залежить стійкість плавання цих моделей від їх форми, а також маси та розміщення баласту всередині.

§ 11. РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

1 Рух центра мас твердого тіла

Перш за все домовимося, що розглядатимемо **абсолютно тверде тіло**. Відстань між будь-якими двома точками такого тіла є незмінною, тобто абсолютно тверде тіло не зазнає деформацій. Зрозуміло, що йдеться про модель реального твердого тіла в умовах, коли його деформаціями можна знехтувати.

Найпростішим можливим рухом твердого тіла є **поступальний рух**, коли в будь-який момент швидкості всіх точок тіла є однаковими (тобто якщо швидкість якоїсь точки тіла змінюється, то «синхронно» змінюються й швидкості всіх інших точок).

Під час поступального руху тіло не змінює своєї орієнтації відносно осей координат. Саме так рухаються кабінки під час обертання колеса огляду (рис. 11.1).

Рис. 11.1. Поступальний рух кабінок колеса огляду: кожна деталь кабінки зберігає свій напрям у просторі під час обертання колеса

У загальному ж випадку швидкості руху різних точок твердого тіла є різними. Проте між ними є певний зв'язок, завдяки якому відстані між точками не змінюються. Можна подумки «розбити» рух твердого тіла на рух якоїсь його точки та обертання тіла навколо осі, що проходить через цю точку. Наприклад, рух колеса є «сумою» руху його центра та обертання колеса навколо осі, що проходить через центр. Якщо ж колесо котиться без проковзування, то швидкість його нижньої точки відносно дороги дорівнює нулю; тому рух колеса можна вважати просто обертанням навколо «миттєвої осі», що проходить через нижню точку колеса (рис. 11.2).

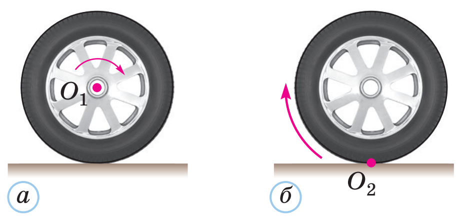


Рис. 11.2. Два способи опису руху колеса: *а* — обертання навколо рухомої осі O_1; *б* — обертання навколо нерухомої миттєвої осі O_2

Характер руху тіла визначають сили, що діють на нього. Розгляньмо як приклад плоску пластину, що лежить на гладенькій горизонтальній поверхні. Якщо прикласти до пластини в точці A (рис. 11.3) силу в напрямі *1* або *2*, пластина набуде обертання проти ходу годинникової стрілки. Якщо сила діє в напрямі *3* або *4* — виникне обертання за ходом годинникової стрілки. І тільки якщо сила буде напрямлена вздовж «зеленої» прямої, ця сила не спричинить обертання, пластина рухатиметься поступально. Сила, прикладена в точці B, спричинить поступальний рух тіла, тільки якщо буде напрямлена вздовж «червоної» прямої, сила в точці D — вздовж «синьої» тощо. Усі відповідні прямі перетинаються в одній точці C, яку називають *центром мас тіла*.

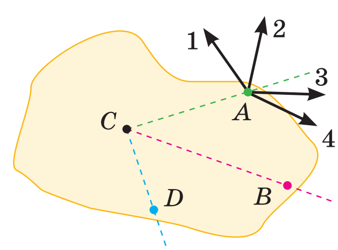
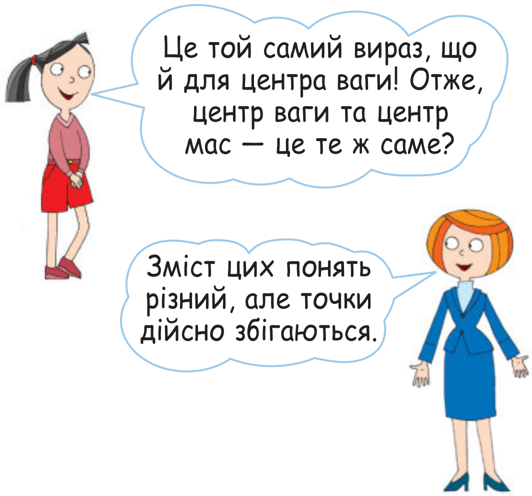


Рис. 11.3. Центр мас тіла C: якщо сила діє вздовж однієї з прямих, що проходять через точку C, то тіло рухається поступально

! **Центр мас тіла** — точка, через яку має проходити лінія дії сили, щоб під дією цієї сили тіло рухалося поступально.



Зверніть увагу!

- Внутрішні сили в системі тіл не впливають на рух центра мас цієї системи.

Положення центра мас залежить від форми та розмірів тіла, а також від розподілу мас всередині цього тіла. Якщо подумки розбити тіло на окремі матеріальні точки, то можна довести, що радіус-вектор центра мас задається виразом

$$\vec{r}_C = \frac{\sum m_k \vec{r}_k}{\sum m_k}, \quad (1)$$

де знак $\sum$ позначає суму, а індекс k нумерує окремі матеріальні точки.

Якщо рух тіла не є поступальним, то траєкторії руху різних точок цього тіла можуть бути дуже складними. Це стосується, наприклад, траєкторій руху різних точок каменя, який кинули з високого берега в річку. Але центр мас цього каменя рухатиметься по параболі, якщо можна знехтувати опором повітря.

Наведений приклад ілюструє **теорему про рух центра мас** (справедливу не тільки для руху твердого тіла, а й для руху довільної системи тіл).

! Центр мас системи рухається так, як рухалася б матеріальна точка, в якій зосереджена вся маса системи і до якої прикладені всі зовнішні сили, що діють на систему.

Розберемося глибше

Доведемо теорему про рух центра мас. Для цього прирівняємо перші та другі похідні від лівої та правої частин співвідношення (1). Отримаємо

$$\vec{v}_C = \frac{\sum m_k \vec{v}_k}{\sum m_k} \text{ і } \vec{a}_C = \frac{\sum m_k \vec{a}_k}{\sum m_k},$$

де $\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt}$, $\vec{a}_C = \frac{d\vec{v}_C}{dt} = \frac{d^2\vec{r}_C}{dt^2}$ — відповідно швидкість і прискорення руху центра мас системи.

Напишемо другий закон динаміки для кожної з N частинок системи:

$$\begin{cases} m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_{1\text{-}2} + \vec{F}_{1\text{-}3} + \ldots + \vec{F}_{1\text{-}N} + \vec{F}_{1\,\text{зовн}}, \\ m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_{2\text{-}1} + \vec{F}_{2\text{-}3} + \ldots + \vec{F}_{2\text{-}N} + \vec{F}_{2\,\text{зовн}}, \\ \ldots \\ m_N\vec{a}_N = \vec{F}_{N\text{-}1} + \vec{F}_{N\text{-}2} + \ldots + \vec{F}_{N\text{-}(N-1)} + \vec{F}_{N\,\text{зовн}}. \end{cases}$$

Тут $\vec{F}_{1\,\text{зовн}}$, $\vec{F}_{2\,\text{зовн}}$, ..., $\vec{F}_{N\,\text{зовн}}$ — зовнішні сили, що діють на відповідні частинки, а $\vec{F}_{i\text{-}k}$ — сила, що діє на частинку з номером i з боку частинки під номером k.

Додамо всі рівняння цієї системи одне до одного та врахуємо третій закон динаміки, за яким $\vec{F}_{i\text{-}k} = -\vec{F}_{k\text{-}i}$. У правій частині рівняння сума всіх **внутрішніх сил** (тобто *сил взаємодії частинок самої системи*) дорівнюватиме нулю, тож залишаться лише зовнішні сили. Отримаємо рівняння

$$m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + \ldots + m_N\vec{a}_N = \vec{F}_{1\,\text{зовн}} + \vec{F}_{2\,\text{зовн}} + \ldots + \vec{F}_{N\,\text{зовн}}.$$

Ліву частину останнього рівняння можна замінити на $(m_1 + m_2 + \ldots + m_N)\vec{a}_C$, тоді

$$(m_1 + m_2 + \ldots + m_N)\vec{a}_C = \vec{F}_{1\,\text{зовн}} + \vec{F}_{2\,\text{зовн}} + \ldots + \vec{F}_{N\,\text{зовн}}. \quad (2)$$

Це й є математичний запис теореми про рух центра мас. Її можна записати й більш стисло:

$$\left(\sum m_k\right)\vec{a}_C = \sum \vec{F}_{k\,\text{зовн}}.$$

Як бачимо, внутрішні сили не впливають на рух системи як цілого.

2 Основне рівняння динаміки обертального руху

Розгляньмо тепер рух твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі. Цей рух зручно описувати такими величинами, як кутова швидкість ω і кутове прискорення β (саме ці характеристики руху є однаковими для всіх точок тіла). Щоб отримати основне рівняння динаміки обертального руху, розгляньмо спочатку найпростішу модель тіла — матеріальну точку масою m, що обертається навколо осі O на нерозтяжній невагомій нитці по колу радіусом r під дією зовнішньої сили $\vec{F}$ (рис. 11.4).

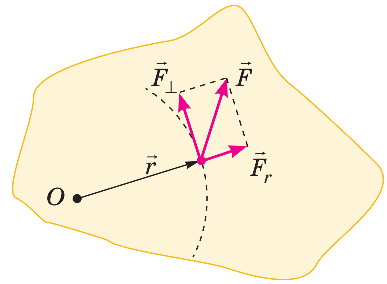


Рис. 11.4. Рух матеріальної точки по колу під дією зовнішньої сили

Напишемо другий закон динаміки: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{T}$, де $\vec{T}$ — сила натягу нитки. Саме ця сила «не дозволяє» матеріальній точці відхилитися від колової траєкторії. Проте вона не впливає на кутове прискорення. Щоб «позбавитися» неї, напишемо останнє рівняння в проекції на вісь, напрямлену вздовж дотичної до траєкторії. Ураховуючи, що проекція прискорення на таку вісь дорівнює за модулем тангенціальному прискоренню a_τ, отримаємо $ma_\tau = F_\perp$ (тут $\vec{F}_\perp$ — складова сили $\vec{F}$, перпендикулярна до радіус-вектора $\vec{r}$).

Скориставшись формулою $a_\tau = r|\beta|$ і $|M| = F_\perp r$, отримаємо зв'язок між кутовим прискоренням і моментом зовнішньої сили: $mr^2|\beta| = |M|$. Легко переконатися, що β і M мають однакові знаки, тому $mr^2\beta = M$. Очевидно, що коли на матеріальну точку діють кілька сил, у правій частині цього рівняння буде сума їх моментів.

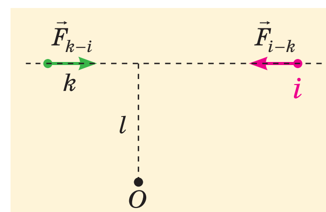
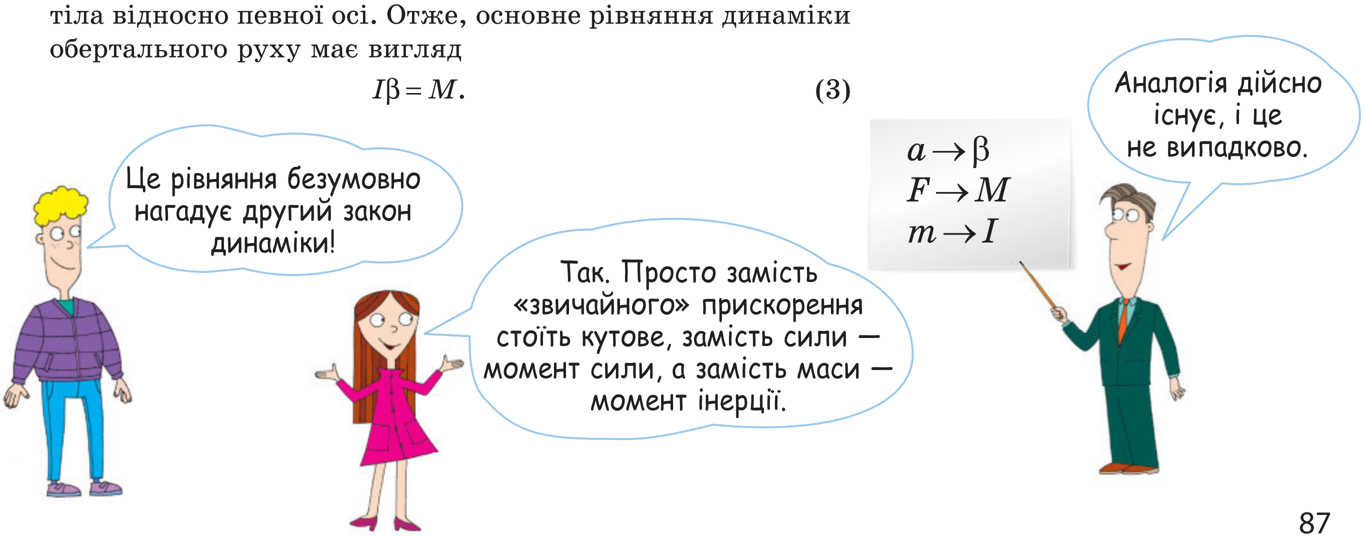


Рис. 11.5. Сили дії та протидії між двома матеріальними точками напрямлені протилежно. Ці сили мають не тільки однакові модулі, а й однакове плече l відносно осі обертання, тому їх моменти однакові за модулем та протилежні за знаками

Якщо розглядати тверде тіло як систему матеріальних точок, то можна записати систему рівнянь аналогічно тому, як ми це робили для виведення формули (2). Слід також урахувати, що для взаємодії двох матеріальних точок з номерами k, i із третього закону динаміки випливає співвідношення $M_{k-i} = -M_{i-k}$ (рис. 11.5).

Для твердого тіла виконується рівняння $\left(\sum m_k r_k^2\right)\beta = M$, де M — *сумарний* момент зовнішніх сил відносно осі обертання. Величину $I = \sum m_k r_k^2$ називають **моментом інерції** тіла відносно певної осі. Отже, основне рівняння динаміки обертального руху має вигляд

$$I\beta = M. \qquad (3)$$



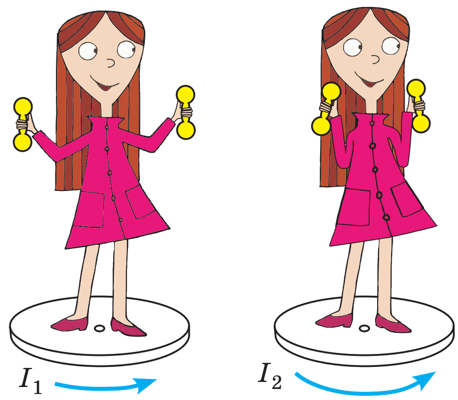


Рис. 11.6. Зміна моменту інерції тіла без зміни його маси: $I_1 > I_2$

Момент інерції (одиниця цієї фізичної величини — $кг \cdot м^2$) так само характеризує інертність тіла щодо його обертання навколо осі, як маса — інертність щодо поступального руху. Проте, на відміну від маси, момент інерції залежить і від розмірів тіла, і від розподілу маси всередині цього тіла, і від розташування осі обертання (її напряму та відстані від центра мас тіла). Момент інерції тіла легко змінити, не змінюючи складу цього тіла. Наприклад, якщо ви станете на обертовий диск (рис. 11.6) і зміните положення рук, то ви суттєво зміните момент інерції свого тіла відносно вертикальної осі обертання, що проходить через центр диска. Інформацію щодо моменту інерції різних тіл і приклади розв'язування задач ви знайдете за посиланням.

Підбиваємо підсумки

Радіус-вектор центра мас системи матеріальних точок $\vec{r}_C = \dfrac{\sum m_k \vec{r}_k}{\sum m_k}$. Щоб тверде тіло під дією прикладеної сили рухалося поступально, лінія дії сили має проходити через центр мас тіла. Центр мас системи рухається так, як рухалася б матеріальна точка, в якій зосереджена вся маса системи і до якої прикладені всі зовнішні сили, що діють на систему. Внутрішні сили не впливають на рух центра мас системи.

Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі, його рух описує основне рівняння динаміки обертального руху: $I\beta = M$. Тут $I = \sum m_k r_k^2$ — момент інерції тіла відносно осі обертання, а M — сумарний момент зовнішніх сил відносно цієї осі.

Контрольні запитання

1. Який рух твердого тіла називають поступальним? 2. Що таке центр мас тіла? 3. Яка формула визначає радіус-вектор центра мас тіла? 4. У чому полягає теорема про рух центра мас? 5. Що таке момент інерції твердого тіла відносно осі обертання? 6. Які величини пов'язує основне рівняння динаміки обертального руху?

Вправа № 11

1. Дві кульки масами по 100 г з'єднані невагомим стрижнем. Цю «гантель» кинули під кутом до горизонту. Опором повітря можна знехтувати. Чи можете ви визначити прискорення руху: а) центра кожної кульки; б) центра мас системи?

2. Коли до зрівноваженого важеля приклали додаткову силу 0,1 Н, плече якої дорівнювало 10 см, важіль набув кутового прискорення 0,05 рад/с^2. Визначте момент інерції важеля.

3. Дві маленькі кульки масами по 10 г з'єднані невагомим стрижнем. Відстань між центрами кульок дорівнює 10 см. Визначте момент інерції системи відносно осі, що проходить через центр стрижня перпендикулярно до нього.

4. Два вантажі підвішені на невагомій нерозтяжній нитці, яку перекинуто через нерухомий блок масою 40 г. Вантажі рухаються з прискоренням 0,5 м/с^2. Визначте різницю сил натягу нитки по різні боки від блока. Блок уважайте однорідним диском, тертя в осі блока відсутнє, нитка по блоку не проковзує.

5. До кінців легкої горизонтальної лінійки завдовжки 30 см підвісили тягарці масами 400 і 100 г. Лінійку закріпили на осі на відстані 10 см від більшого тягарця. З яким прискоренням рухатиметься цей тягарець відразу після того, як лінійку відпустять?

§ 12. НЕІНЕРЦІАЛЬНІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ. СИЛИ ІНЕРЦІЇ

1 Явища в неінерціальних системах відліку. Сили інерції

Досі ми розглядали рух тіл тільки відносно інерціальних систем відліку (ІСВ). Саме в таких системах відліку виконуються всі закони динаміки Ньютона. Ви вже знаєте, що відповідно до принципу відносності Ґалілея всі ІСВ є рівноправними (див. § 6). Якщо якесь тіло рухається відносно певної ІСВ прямолінійно рівномірно, то пов'язана з ним система відліку теж є інерціальною*.

Проте час від часу кожен із нас просто змушений розглядати рух тіл відносно **неінерціальної системи відліку** (НІСВ). Ви напевно пам'ятаєте, як вас «штовхає» вперед під час різкого гальмування автобуса або автомобіля. Нагадаємо, що пов'язана з автобусом система відліку стає неінерціальною під час руху автобуса з прискоренням (якщо приблизно вважати інерціальною систему відліку, пов'язану з місцевими предметами). Виходить, що в НІСВ тіло може набувати прискорення без взаємодії з іншими тілами, тобто навіть за відсутності діючих на це тіло сил. Порушується перший закон динаміки — закон інерції!

Виникає питання: чи можна так узагальнити закони механіки, щоб вони «працювали» навіть в НІСВ? Практично йдеться тільки про другий закон динаміки, який находить найширші застосування. Отже, розгляньмо НІСВ, що рухається з прискоренням $\vec{a}_{\text{НІСВ}}$ (це прискорення є однаковим відносно будь-якої ІСВ).

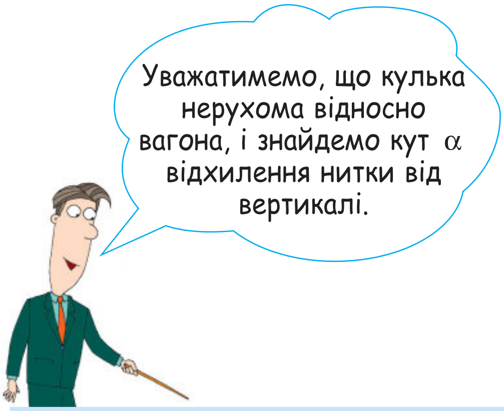
Позначимо $\vec{a}$ прискорення тіла масою m відносно НІСВ. Аналогічно тому, як ми вивели закон додавання швидкостей, можна довести й «закон додавання прискорень»: прискорення тіла відносно ІСВ дорівнює сумі $\vec{a}_{\text{НІСВ}}+\vec{a}$. Отже, другий закон динаміки в ІСВ можна записати у вигляді $m\left(\vec{a}_{\text{НІСВ}}+\vec{a}\right)=\sum\vec{F}_k$. Тут $\vec{F}_k$ — усі сили, що діють на дане тіло з боку інших тіл.

Останнє рівняння можна написати дещо інакше:

$$m\vec{a}=\sum\vec{F}_k-m\vec{a}_{\text{НІСВ}}.$$

Це рівняння показує: другий закон динаміки можна застосовувати і в НІСВ, якщо в правій частині рівняння додати до відомих вам реальних сил ще одну — так звану

* Ідеться про поступальний рух (осі однієї ІСВ не можуть *обертатися* відносно іншої ІСВ).



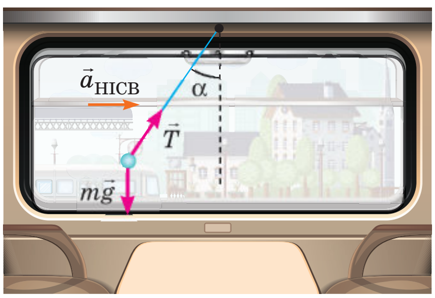
силу інерції $\vec F_{\text{ін}} = -m\vec a_{\text{НІСВ}}$. Це особлива сила (іноді її навіть називають «уявною» або «фіктивною»). Вона виникає не через взаємодію тіл, а через перехід у НІСВ. У зв'язку з цим не може бути й мови про застосування до сили інерції третього закону динаміки.

Отже, з точки зору НІСВ в автобусі під час гальмування нас «штовхає» вперед сила інерції. Але переходити в НІСВ зовсім не обов'язково. Відповідь на будь-яке змістовне запитання можна отримати і в ІСВ без розгляду сил інерції. Проте перехід у НІСВ буває дуже зручним.

Розгляньмо як приклад «поведінку» кульки, підвішеної на нитці у вагоні поїзда, що розганяється з постійним прискоренням $\vec a_{\text{НІСВ}}$.

ІСВ (пов'язана, наприклад, із рейками)

Кулька рухається з прискоренням $\vec a_{\text{НІСВ}}$. На кульку діють сили тяжіння $m\vec g$ і пружності нитки $\vec T$.

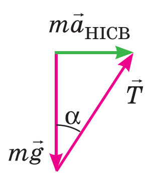


Другий закон динаміки:

$$m\vec a_{\text{НІСВ}} = m\vec g + \vec T.$$

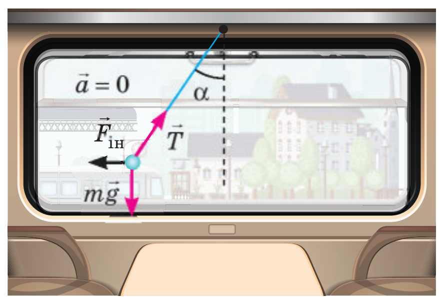
Звідси отримуємо:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_{\text{НІСВ}}}{g}.$$



НІСВ (пов'язана з вагоном)

Кулька перебуває в рівновазі. На кульку діють сили тяжіння $m\vec g$, пружності нитки $\vec T$ та сила інерції $\vec F_{\text{ін}}$.

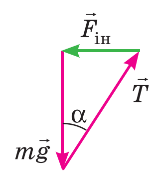


Перша умова рівноваги:

$$m\vec g + \vec T + \vec F_{\text{ін}} = 0.$$

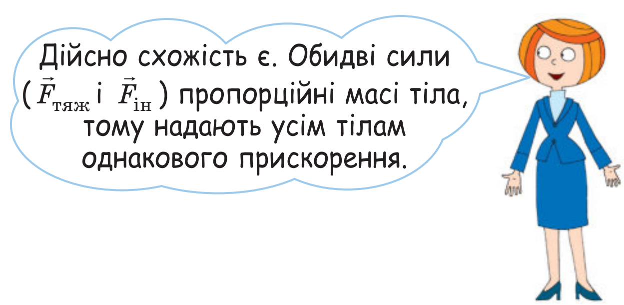
Звідси отримуємо:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{\text{ін}}}{mg} = \frac{a_{\text{НІСВ}}}{g}.$$



Як бачимо, правильні кінцеві результати можна отримати і в ІСВ, і в НІСВ.

Уявімо таку (поки що фантастичну) ситуацію: пілот зорельота просинається «вранці» у своїй каюті із закритими ілюмінаторами. Він відчуває, що в каюті діє звичайне земне тяжіння. Але без додаткової інформації він



ніяк не зможе визначити, що насправді відбувається: чи то зореліт здійснив посадку на планету земного типу, чи то летить у космічному просторі, а двигуни надають йому прискорення, що дорівнює за модулем прискоренню вільного падіння біля поверхні Землі.

Зазначимо, що отриману в § 7 формулу (1) для ваги тіла під час прискореного руху теж можна пояснити на основі уявлення про силу інерції: $\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a}_{\text{НІСВ}} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{ін}}$.

2 Відцентрова сила інерції

Розгляньмо тепер НІСВ, пов'язану з тілом, яке рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω. Це може бути, наприклад, горизонтальний диск. Якщо невелике тіло розташоване на диску на відстані r від осі обертання, то воно разом з опорою має прискорення $a_{\text{НІСВ}} = \omega^2 r$, напрямлене до цієї осі. Отже, на тіло діє сила інерції, напрямлена від осі обертання. Цю силу називають **відцентровою силою інерції**, її модуль $F_{\text{вц}} = m\omega^2 r$.

Якщо розмістити на горизонтальному диску однакові монети на різних відстанях від осі обертання та потроху збільшувати кутову швидкість обертання диска, то монети по черзі зісковзнуть з нього (починаючи з тих, що були розташовані далі від осі обертання). З точки зору НІСВ можна вважати, що зростаючі відцентрові сили інерції долають сили тертя спокою та надають монетам руху відносно диска (рис. 12.1).

Можна сказати, що всі ми «прив'язані» до обертової НІСВ: Земля вже мільярди років практично рівномірно обертається навколо своєї осі з періодом близько 24 год. Кутова швидкість обертання $\omega = 7{,}3 \cdot 10^{-5}$ рад/с. Отже, ділянки поверхні Землі поблизу екватора рухаються з прискоренням $a_{\text{НІСВ}} = \omega^2 R \approx 0{,}03$ м/с², напрямленим до центра Землі (тут $R \approx 6400$ км). Таким чином, на всі тіла поблизу екватора діє відцентрова сила інерції $m\omega^2 R$, напрямлена від центра Землі (тобто вгору). Ця сила сповільнює вільне падіння тіл відносно поверхні Землі та зменшує вагу нерухомих відносно поверхні Землі тіл.

Розглянутий ефект мав би місце навіть для однорідної планети, що має ідеально сферичну поверхню. Проте поверхня Землі (і навіть Світового океану) не є сферичною. Та сама відцентрова сила інерції, яку ми розглянули, спричиняє відхилення форми поверхні Землі від сферичної. У порівнянні зі сферою такого самого об'єму Земля дещо стиснута біля полюсів та «розплюснута» біля екватора (рис. 12.2). Полярний радіус Землі менший від екваторіального на «якихось» 21 км. Це набагато менше від кожного з радіусів, проте майже у 2,5 разу більше за

Навколо фізики

Сучасна теорія гравітації — загальна теорія відносності А. Ейнштейна — ґрунтується на принципі еквівалентності: усі фізичні процеси в реальному полі тяжіння та в системі відліку, що рухається з прискоренням, протікають однаковим чином. Якщо розглядати локальні ефекти (тобто не досліджувати залежність сил від координат тіла), то відрізнити сили тяжіння від сил інерції неможливо. У класичній механіці Ньютона однаковість прискорення вільного падіння для всіх тіл не знаходила ніякого пояснення. Тільки в теорії Ейнштейна цьому «збігу» було надано належного значення. Згідно із загальною теорією відносності тяжіння пов'язане з викривленням чотиривимірного простору-часу, в якому існує наш Всесвіт.

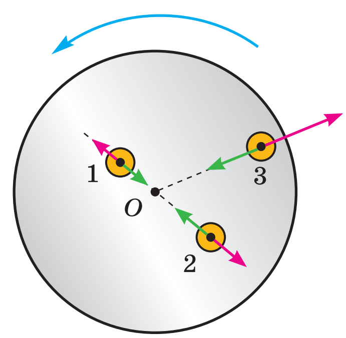


Рис. 12.1. Зісковзування монет з горизонтального обертового диска можна розглядати як результат дії відцентрових сил інерції (для монет *1* і *2* ці сили за даної кутової швидкості зрівноважені силами тертя, а для монети *3* — ні). Сили інерції позначені червоними стрілками, сили тертя — зеленими

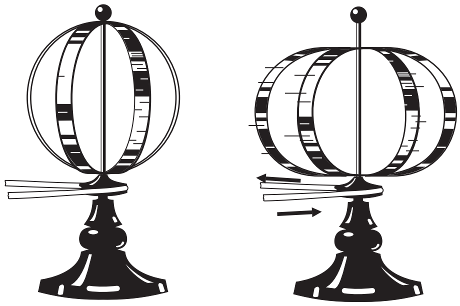


Рис. 12.2. Залежність форми планети від кутової швидкості її добового обертання можна демонструвати за допомогою моделі планети з пружних обручів. Під час швидкого обертання відцентрова сила інерції помітно деформує обручі

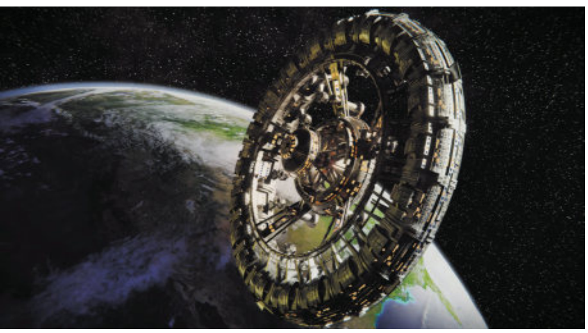


Рис. 12.3. Один із проектів космічної станції зі штучним тяжінням

Рис. 12.4. Центрифуга для підготовки космонавтів

висоту найвищої гірської вершини. Через таку форму Землі різниця між значеннями прискорення вільного падіння на екваторі та полюсах перевищує $\omega^2 R$ і сягає 0,05 м/с^2.

3 Штучне тяжіння. Відцентрові механізми

Оскільки організм людини погано пристосований до невагомості, давно існують проекти створення в космічних кораблях під час тривалих космічних подорожей **штучного тяжіння**. Для цього пропонують надати кораблю форми обруча та «закрутити» цей обруч відносно його осі (рис. 12.3). Якщо радіус обруча дорівнюватиме 20 м, то для створення «земного» тяжіння потрібне буде обертання з кутовою швидкістю близько 0,7 рад/с (при цьому повний оберт триватиме близько 9 с). Хоч таке швидке обертання й не дуже зручне для спостережень і наукових дослідів, проте воно дозволило б уникнути багатьох проблем зі здоров'ям космонавтів.

На Землі «штучне тяжіння» створюють за допомогою центрифуг (рис. 12.4), щоб тренувати космонавтів і космонавток в умовах перевантажень, які чекають на них під час старту та посадки космічного корабля.

Інженери давно вже навчилися застосовувати відцентрову силу інерції в численних **відцентрових механізмах**. Такі механізми (рис. 12.5) у разі потреби забезпечують «додаткову» вагу тіл, необхідну для багатьох технологічних процесів. Один із відцентрових механізмів є у багатьох із вас удома — це центрифуга пральної машини. Її швидке обертання притискає виправу білизну до стінок барабана з величезною силою (забезпечуючи більше ніж сторазове перевантаження), так що майже вся вода віджимається з тканини.

Ще більше перевантаження забезпечує центрифуга молочного сепаратора. Значне збільшення ваги прискорює розділення молока на більш і менш жирні фракції. Менш жирна фракція має більшу густину і під час швидкого обертання відцентрові сили відкидають її до зовнішньої стінки центрифуги, а біля внутрішньої стінки концентрується рідина з більшим вмістом жиру.

Широко застосовують також відцентрові насоси та компресори, в яких необхідний для переміщення рідини або газу тиск утворюється внаслідок швидкого обертання речовини під дією робочого колеса.

Рис. 12.5. Відцентрові механізми: *а* — центрифуга пральної машини; *б* — молочний сепаратор; *в* — відцентровий насос

Навколо фізики

Ще одним цікавим різновидом сил інерції є коріолісова сила, що виникає під час руху тіла відносно обертової (неінерціальної) системи відліку. Ця сила інерції завжди перпендикулярна до осі обертання та швидкості руху тіла відносно НІСВ. Тому вона викривляє траєкторію руху тіла в НІСВ, викликає бокові зміщення. Прикладом може бути відхилення тіл, що падають, на схід. Переконливим свідченням існування коріолісової сили є також поворот площини коливань так званого маятника Фуко, показаного на світлині. Під час горизонтального руху в Північній півкулі Землі коріолісова сила діє вправо (у Південній півкулі — уліво). Тому річки в Північній півкулі сильніше підмивають правий берег, а на залізниці сильніше зношується права рейка.

Коріолісова сила «відповідає» й за напрям закручування повітряних мас у циклонах і антициклонах, за виникнення пасатів (постійно існуючих повітряних потоків поблизу екватора). Вона помітно впливає на напрями океанських течій.

Підбиваємо підсумки

Другий закон динаміки можна застосовувати і в НІСВ, якщо додати до діючих на тіло сил ще й силу інерції $\vec{F}_{\text{ін}} = -m\vec{a}_{\text{НІСВ}}$ (де $\vec{a}_{\text{НІСВ}}$ — прискорення НІСВ відносно будь-якої ІСВ). Сили інерції не зумовлені взаємодією тіл, їх не треба розглядати в ІСВ. Ці сили дуже нагадують сили тяжіння, вони теж пропорційні масі тіла, тому надають усім тілам однакового прискорення.

Окремим випадком сил інерції є відцентрова сила інерції, що виникає в обертових НІСВ. Вона напрямлена від осі обертання, її модуль $F_{\text{вц}} = m\omega^2 r$. Ця сила впливає на форму Землі та значення прискорення вільного падіння на різних широтах. Її широко застосовують у відцентрових механізмах, зокрема центрифугах.

Контрольні запитання

1. Для чого введено поняття сил інерції? 2. Чи зумовлені сили інерції якимось типом взаємодії тіл? 3. Що спільного у сил інерції та тяжіння? 4. У яких НІСВ виникає відцентрова сила інерції? Куди вона напрямлена?

Вправа № 12

1. Поїзд рушає з місця з прискоренням 0,2 м/с^2. Яка сила інерції діє на пасажира масою 70 кг з точки зору НІСВ, пов'язаної з поїздом? Куди напрямлена ця сила?

2. Літак рухається горизонтально з прискоренням, що дорівнює за модулем прискоренню вільного падіння g. Визначте прискорення тіла, що вільно падає, в пов'язаній з літаком НІСВ.

3. Тягарець підвішений на нитці до високої перекладини на візку. Візок рухається горизонтально з постійним прискоренням 1,6 м/с^2. Визначте, який кут утворює нитка з вертикаллю.

4. Під час тренування на центрифузі космонавт перебуває на відстані 2,5 м від осі обертання. Якого перевантаження зазнає космонавт, коли центрифуга обертається з періодом 2,7 с?

5. Полум'я свічки, що розташована в салоні автомобіля, захищене від протягів. Куди відхиляється полум'я під час гальмування автомобіля?

§ 13. ЗАСТОСУВАННЯ ЗАКОНІВ ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ ТА ІМПУЛЬСУ

Зверніть увагу!

Навряд чи можна знайти в нашому Всесвіті (а тим більше на Землі) хоча б одну систему тіл, яка дійсно є замкненою. Ідеться знов про модель реальної системи тіл. Ця модель є придатною, коли зовнішніми силами можна знехтувати або ці сили взаємно компенсуються.

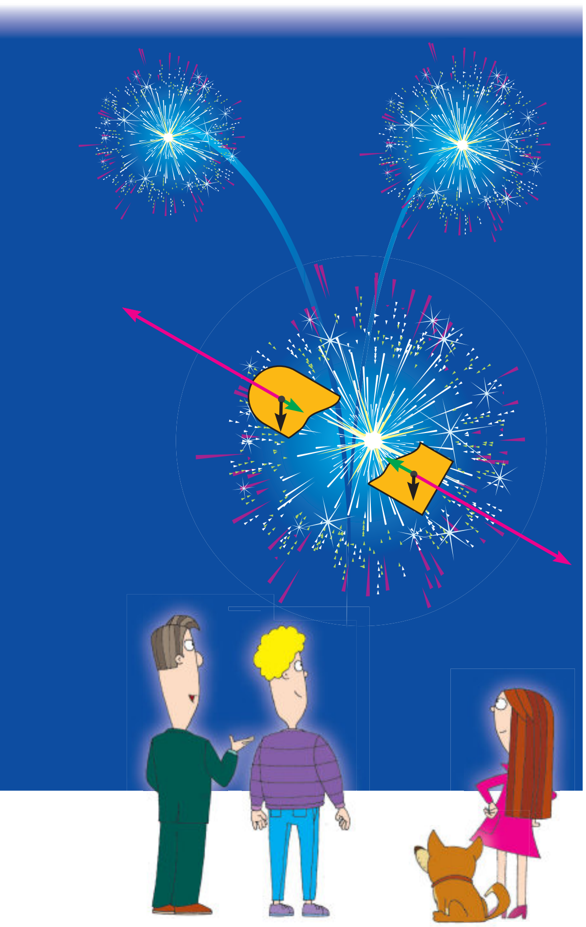


Рис. 13.1. Розрив спеціального снаряда під час феєрверка. Для двох осколків показано діючі сили: червоним — сили тиску порохових газів (внутрішні сили в системі); чорним — сили тяжіння; зеленим — сили опору повітря

1 Закони збереження та їх роль у механіці

Ви вже вивчили такі важливі закони механіки, як закони збереження імпульсу та енергії. Нагадаємо зміст цих законів. Зазвичай вони виконуються для **замкненої системи тіл**. Це система тіл, на які не діють зовнішні сили (тобто сили з боку тіл, які не входять до складу цієї системи). Таким чином, тіла замкненої системи рухаються лише під дією внутрішніх сил (сил взаємодії між собою).

Імпульсом тіла $\vec{p}$ в механіці Ньютона називають добуток маси m тіла на швидкість $\vec{v}$ його руху: $\vec{p}=m\vec{v}$. Це векторна величина.

Закон збереження імпульсу (докладніше див. i):

! у замкненій системі тіл геометрична (векторна) сума імпульсів усіх тіл є сталою, тобто $\vec{p}_1+\vec{p}_2+\ldots+\vec{p}_N=\text{const}$.

Наприклад, під час зіткнень або вибухів (рис. 13.1) на короткий час виникають такі величезні внутрішні сили, що порівняно з ними всіма іншими силами (тяжіння, опору повітря тощо) безумовно можна знехтувати.

Ілюстрацією дії закону збереження імпульсу може бути також віддача під час пострілу (у сучасній зброї віддачу застосовують для автоматичного перезаряджання).

! **Механічна енергія** — одна з численних форм енергії. Механічна енергія тіла або системи тіл складається з **кінетичної** та **потенціальної енергій**: $W=W_к+W_п$.

Кінетична енергія $W_к$ зумовлена рухом тіла. Вона показує, яку роботу може виконати рухоме тіло, коли швидкість його руху зменшується до нуля. Кінетична енергія тіла залежить від його маси та швидкості його руху:

$$W_к=\frac{mv^2}{2}.$$

Потенціальна енергія $W_п$ зумовлена взаємодією тіл або частин одного тіла. Зрозуміло, що формула потенціальної енергії є різною для різних взаємодій. Значення $W_п$ залежить також від вибору *нульового рівня*, від якого відраховується потенціальна енергія. Проте *зміна* потенціальної енергії внаслідок переміщення тіла вже не залежить від вибору нульового рівня.

Вам відомі вирази для потенціальної енергії у двох випадках:

- потенціальна енергія взаємодії тіла масою m із Землею, коли тіло перебуває поблизу поверхні Землі: $W_п = mgh$;
- потенціальна енергія деформованої пружини, зумовлена взаємодією різних частин цієї пружини: $W_п = \frac{kx^2}{2}$, де k — жорсткість пружини, а x — її видовження.

У багатьох випадках тіло має і кінетичну, і потенціальну енергії. Наприклад, пасажирський літак під час зльоту набирає швидкості 200–250 м/с та піднімається на висоту понад 10 км; ліфт, що рушає з першого поверху на десятий, теж одночасно піднімається та розганяється.

! У замкненій системі тіл, що взаємодіють одне з одним тільки силами пружності та тяжіння, повна механічна енергія не змінюється: $W_к + W_п = \text{const}$.

Це твердження називають **законом збереження та перетворення механічної енергії**. Згідно з цим законом механічна енергія зазначеної системи не може зникнути або з'явитися. Вона може тільки переходити від одного тіла системи до іншого та змінювати форму (перетворюватися з кінетичної на потенціальну або навпаки). З вивченого курсу фізики ви вже знайомі з численними прикладами застосування закону збереження енергії.

Перетворення енергії тісно пов'язані з виконаною механічною роботою. Якщо, наприклад, під час падіння тіла сила тяжіння виконала роботу 200 Дж, то саме на стільки *зменшилася* потенціальна енергія тіла та *збільшилася* його кінетична енергія. Коли ж тіло летить угору, то сила тяжіння виконує від'ємну роботу та гальмує рух тіла. Якщо вона виконує роботу −200 Дж, то кінетична енергія *зменшується* на 200 Дж, а потенціальна — *збільшується* саме на стільки.

! Отже, зміни кінетичної та потенціальної енергій пов'язані з роботою A співвідношеннями

$$\Delta W_к = A, \quad \Delta W_п = -A.$$

Можна сказати, що робота є мірою перетворень енергії.

Навколо фізики

Закони збереження часто є дуже зручними: вони дозволяють пов'язати характеристики початкового та кінцевого станів системи, не простежуючи «крок за кроком» усі зміни в системі. Проте ще важливіше те, що саме ці закони є найбільш фундаментальними законами природи. Вони справедливі навіть там, де закінчується «царина» законів класичної механіки. Закони збереження дозволяють ученим орієнтуватися в подіях мікросвіту, зародженні зір (подібних до Сонця або навіть нейтронних), утворенні чорних дір та еволюції Всесвіту. За сучасними поглядами закони збереження (як вивчені вами, так і ще не відомі вам) тісно пов'язані з властивостями простору-часу.

Механічна енергія зберігається не завжди. Наприклад, якщо штовхнути шайбу на льодовому майданчику, то вона згодом зупиниться, її початкова кінетична енергія нібито зникне. Проте шайба та лід *нагріються* через тертя, тобто збільшиться їх **внутрішня енергія**. Мірою перетворення кінетичної енергії у внутрішню тут є робота сили тертя. Можливе й зворотне перетворення внутрішньої енергії на механічну. Сума ж усіх видів енергії в замкненій системі обов'язково зберігається.

! У сучасній фізиці енергію розглядають як єдину міру різних форм руху та взаємодії матерії.

Чому ж сила тертя є певним «виключенням» — саме вона може змінити механічну енергію замкненої системи? На відміну від сил тяжіння та пружності, сила тертя не є потенціальною.

! **Потенціальними (консервативними)** називають сили, робота яких не залежить від форми траєкторії руху тіла, а визначається тільки початковим і кінцевим положеннями цього тіла. Інакше кажучи, робота таких сил на замкненій траєкторії завжди дорівнює нулю.

Можна довести, що сили тяжіння та пружності є потенціальними. Наприклад, якщо ви підкинули камінець угору, то під час піднімання сила тяжіння виконає від'ємну роботу, а під час опускання до початкової точки — таку саму за модулем додатну роботу. Загальна робота на всій замкненій траєкторії дорівнюватиме нулю (рис. 13.2).

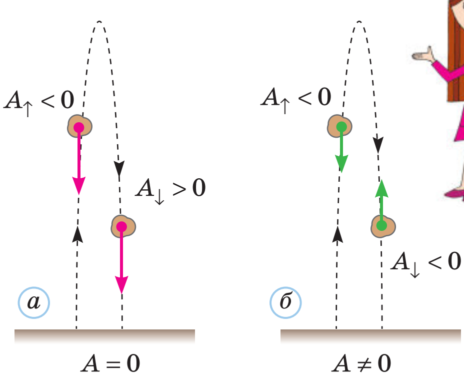


Рис. 13.2. Принципова різниця між потенціальною силою (сила тяжіння, зображена червоною стрілкою) та непотенціальною (сила опору повітря, зображена зеленою стрілкою) для руху підкинутого вгору камінця

2 Закони збереження та кроки людини в космос

Ви знаєте, що «перепусткою» в космічний простір є достатня швидкість, надана тілу поблизу поверхні Землі. Навіть щоб обертатися навколо Землі на невеликій висоті над її поверхнею, тілу потрібна швидкість майже 8 км/с (це перша космічна швидкість для такої траєкторії). Щоб надати космічному апарату таку швидкість, застосовують *реактивний рух*.

> ❗ **Реактивним** називають рух, що виникає внаслідок відділення від тіла якоїсь його частини з певною швидкістю відносно тіла.

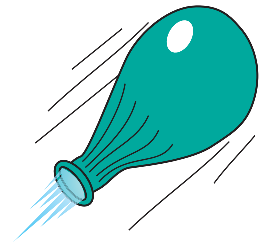


Рис. 13.3. Реактивний рух повітряної кульки

Щоб спостерігати реактивний рух, зовсім не обов'язково залишати Землю. Надуйте повітряну кульку та відпустіть її, не зав'язавши отвір ниткою. З відкритого отвору вириватиметься повітря, а кулька полетить у протилежному напрямі (рис.13.3).

Щоб змінити швидкість свого руху, автомобіль або людина «відштовхуються» від поверхні Землі, риба або судно — від навколишньої води, птиця або гелікоптер — від повітря. А от космічний корабель поза межами земної атмосфери взагалі не має можливості «відштовхнутися» від навколишнього середовища, тому без реактивного руху в космосі не обійтися.

Реактивний рух широко застосовується не тільки в космічній техніці. Основу сучасної авіації складають саме реактивні літаки. Водометний двигун на судні створює силу тяги, викидаючи з великою швидкістю струмінь води; отже, це теж різновид реактивного двигуна (рис.13.4). Таким самим є й принцип руху мешканців моря — кальмарів, восьминогів, каракатиць тощо. Проте всі «земні» природні та штучні реактивні двигуни так чи інакше застосовують речовину з навколишнього середовища. А в космосі такої можливості немає.

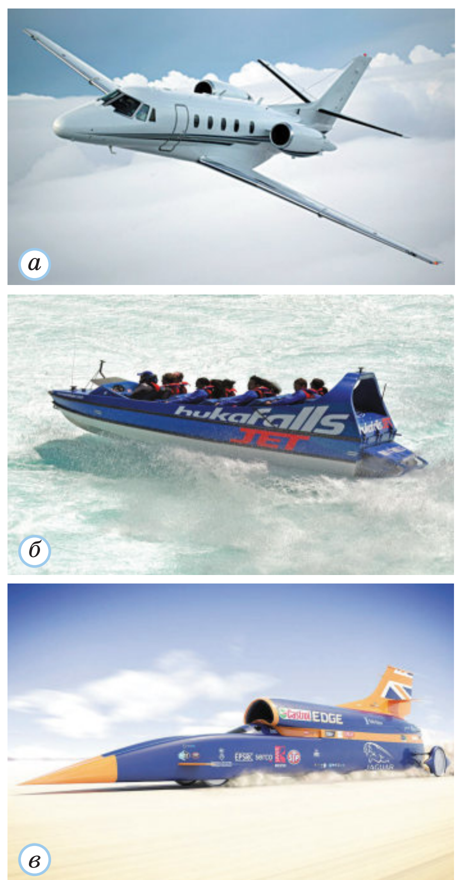


Рис. 13.4. Реактивний рух у техніці та природі: *а* — реактивний літак; *б* — катер із водометним двигуном; *в* — реактивний автомобіль

> ❗ **Ракета** — літальний апарат, що рухається завдяки реактивній тязі тільки за рахунок відкидання частини власної маси (без застосування речовини з навколишнього середовища).

Реактивна тяга тим більша, чим більша швидкість відкидання частини маси. Тому в реальних ракетах відбувається згоряння палива, а відкидається назад струмінь гарячого газу, що виникає внаслідок згоряння та має велику швидкість $\vec{v}_{газ}$.

Якщо уявити фантастичну ситуацію, коли згоряння палива та відкидання газу масою $m_{газ}$ відбувається миттєво, то за відсутності зовнішніх сил загальний імпульс системи «оболонка + газ» лишається рівним нулю (ми вважаємо, що до згоряння палива ракета не рухалася). Отже, $m_{газ}\vec{v}_{газ} + m_{об}\vec{v}_{об} = 0$. Звідси знаходимо швидкість, надану оболонці ракети:

$$\vec{v}_{об} = -\frac{m_{газ}}{m_{об}}\vec{v}_{газ}.$$

Знак «мінус» нагадує, що напрями руху оболонки ракети та струменя газу є протилежними. Швидкість витікання струменя газу з сопла ракети може сягати від 2,5 до 4,5 км/с. Навіть якщо не враховувати сили земного тяжіння та опору повітря, то щоб надати ракеті швидкості

Навколо фізики

Вагомий внесок у дослідження космосу зробили й українські вчені, інженери, космонавти. Визнаними центрами конструювання та виготовлення космічних ракет-носіїв і систем керування для ракетно-космічної техніки є ВО Південмаш (Дніпро) і ПАТ «Хартрон» (Харків).

Рис. 13.5. Старт ракети «Falcon 9»

$v_{об} = 8$ км/с за умови $v_{газ} = 3$ км/с, має бути $m_{газ} = \frac{8m_{об}}{3}$. Корисний вантаж у такому разі становитиме лише 27 % загальної стартової маси ракети. Але й такий показник є недосяжним. Насправді ж паливо має згоряти поступово, тому значну його кількість треба розганяти разом з оболонкою ракети. З урахуванням цього за наведених значень $v_{газ}$, $v_{об}$ корисний вантаж не може перевищувати 7 % загальної стартової маси. Якщо ж урахувати ще й інші чинники, то частка корисного вантажу виявляється зовсім малою. А треба ж піднімати в космос не тільки корпус ракети, а й прилади, людей, запаси кисню, води та їжі.

Через це виникла ідея застосування багатоступеневих ракет. Один з авторів цієї ідеї радянський учений К. Е. Ціолковський назвав їх «ракетними потягами». Фактично це кілька з'єднаних між собою ракет, які працюють по черзі, а після повної витрати палива кожна з них відкидається, полегшуючи тим самим решту конструкції. Корисний вантаж становить зазвичай близько 2 % стартової маси. Ще кілька років тому всі перші ступені багатоступеневих ракет були одноразовими, лише наприкінці 2015 року вперше здійснено посадку ступеня орбітальної ракети-носія «Falcon 9» (рис. 13.5), що відкрило шлях до повторного застосування цього ступеня.

Протягом шести десятиліть космічної ери народжені на Землі космічні апарати змогли дослідити планети Сонячної системи, їх супутники, астероїди та ядра комет. Для цього космічним апаратам потрібно було надати поблизу поверхні Землі **другої космічної швидкості** (див. § 7). Покажемо, як можна знайти значення другої космічної

Фізика і техніка в Україні

Кондратюк Юрій Васильович (1897–1942 рр.)

Видатний український радянський учений-винахідник, теоретик космонавтики та ракетної техніки. Народився в Полтаві, закінчив там гімназію, потім навчався в Петрограді.

Коли фахівці НАСА розробляли плани пілотованого польоту на Місяць, вони були вражені несподіваною знахідкою — книжкою Ю. В. Кондратюка, що вийшла друком 1929 року. Автор обґрунтував енергетично найвигіднішу схему польоту до Місяця. Це вихід корабля на орбіту навколо Місяця, відділення від корабля окремого апарата, що здійснює посадку на Місяць, а після старту з Місяця — стикування з кораблем на орбіті навколо Місяця. Саме за такою схемою було здійснено програму «Аполлон», а трасу польоту американці назвали «трасою Кондратюка». Український учений вивів також основне рівняння польоту ракети, розробив теорію багатоступеневих ракет, розглянув проблеми створення проміжних міжпланетних баз. Справжнє ім'я цього теоретика космічних польотів — **Олександр Гнатович Шаргей**. У вирі громадянської війни він був мобілізований до Білої армії, але дезертирував із неї. Побоюючись суворих радянських репресій, здобув документи на ім'я Ю. В. Кондратюка, за якими й прожив до кінця життя. На початку війни з Німеччиною вступив добровольцем до народного ополчення й загинув.

швидкості, застосувавши закон збереження енергії. Для цього нам знадобиться вираз для потенціальної енергії тіла в полі тяжіння Землі.

Отже, спробуємо врахувати неоднорідність поля земного тяжіння. Оскільки нульовий рівень потенціальної енергії можна вибрати де завгодно, зупинилися на зручному варіанті — потенціальну енергію вважають рівною нулю на дуже великій відстані від Землі («на нескінченності»). Тоді на якійсь певній відстані r від центра Землі потенціальна енергія $W_п$ є від'ємною: $W_п = -G\dfrac{Mm}{r}$ (докладніше див.).

Тепер ми легко отримаємо значення $v_п$ другої космічної швидкості. Це *мінімальна* швидкість, що дозволяє віддалитися від поверхні Землі «на нескінченність». Отже, під час такого віддалення кінетична енергія тіла зменшиться практично до нуля. Інакше кажучи, механічна енергія тіла (сума кінетичної та потенціальної енергій) теж має дорівнювати нулю: $\dfrac{mv_{II}^2}{2} - G\dfrac{Mm}{r} = 0$. Звідси отримуємо $v_{II} = \sqrt{2G\dfrac{M}{r}} = v_I\sqrt{2}$.

Матеріал про застосування законів збереження до процесів зіткнення тіл ви знайдете за посиланням . Тут ви зможете також розібрати приклади розв'язування задач.

Підбиваємо підсумки

Закон збереження імпульсу: в замкненій системі тіл (тіла такої системи взаємодіють тільки між собою) геометрична сума імпульсів усіх тіл не змінюється:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_N = \text{const}.$$

Закон збереження імпульсу пояснює природу реактивного руху, що виникає внаслідок відділення від тіла якоїсь його частини з певною швидкістю відносно тіла.

Механічна енергія системи тіл складається з потенціальної та кінетичної енергій. Кінетична енергія $W_к = \dfrac{mv^2}{2}$ зумовлена рухом тіла, потенціальна енергія — взаємодією тіл або частин одного тіла. Для взаємодії між тілом і Землею за малих висот $W_п = mgh$ (якщо нульовий рівень відповідає $h = 0$), за великої відстані $W_п = -G\dfrac{Mm}{r}$ (якщо нульовий рівень відповідає розташуванню тіла «на нескінченності»). Для деформованої пружини $W_п = \dfrac{kx^2}{2}$.

У замкненій системі тіл за відсутності сил тертя зберігається повна механічна енергія системи: $W_к + W_п = \text{const}$.

Для застосування законів збереження енергії та імпульсу в механічних явищах слід перш за все установити, чи є система тіл замкненою. Якщо йдеться про зіткнення будь-якого типу, то завжди можна застосовувати закон збереження імпульсу (у векторному вигляді або в проекціях). Закон збереження енергії виконується для всіх замкнених систем, але *механічна* енергія зберігається тільки за відсутності тертя та непружних зіткнень.

Контрольні запитання

1. Яку фізичну величину називають імпульсом тіла? 2. Наведіть приклади систем тіл, які можна хоча б наближено вважати замкненими. 3. Який рух називають реактивним? 4. За яких умов зберігається повна механічна енергія системи тіл? 5. Наведіть приклади пружних зіткнень. 6. Наведіть приклади абсолютно непружних зіткнень.

Вправа № 13

1. Порівняйте модулі імпульсів людини масою 60 кг, що біжить зі швидкістю 8 м/с, і платформи масою 40 т, що рухається зі швидкістю 1,8 км/год.

2. Камінь масою 1 кг кинули з моста заввишки 25 м із початковою швидкістю 11 м/с. Визначте кінетичну енергію м'яча перед самим падінням у воду. Опір повітря не враховуйте; вважайте, що $g = 10$ Н/кг.

3. Пожежник тримає в руках шланг. На скільки збільшиться сила тиску пожежника на землю, якщо шланг щосекунди викидатиме вгору 15 кг води зі швидкістю 20 м/с?

4. Космонавт, що працює у відкритому космосі поблизу орбітальної станції, нерухомий відносно неї. Він відштовхнув від себе контейнер, маса якого втричі менша від маси самого космонавта. Контейнер набрав швидкості 2 м/с відносно космонавта. Якої швидкості набрав космонавт відносно орбітальної станції?

5. Під час розгону нерухомого автобуса до швидкості руху 30 км/год виконано роботу 120 кДж. Яку роботу потрібно виконати після цього, щоб збільшити швидкість руху автобуса до 60 км/год?

6. Космічному апарату поблизу поверхні Землі надали швидкості, що на 20 % перевищує першу космічну. На яку максимальну відстань може віддалитися апарат від центра Землі?

7. Кулька масою m зазнала пружного центрального зіткнення з нерухомим кубиком масою $4m$. У скільки разів зменшилася кінетична енергія кульки?

8. Тіло масою 10 г, що летіло в горизонтальному напрямі зі швидкістю 8 м/с, зазнало центрального пружного зіткнення з кулею масою 40 г, підвішеною на легкій мотузці. На скільки підніметься куля внаслідок зіткнення? Вважайте, що $g = 10$ м/с^2.

9. Скільки відсотків своєї кінетичної енергії може втратити протон унаслідок пружного зіткнення з практично нерухомим ядром Літію-7?

Експериментальне завдання

Здійсніть відеозапис зіткнення двох більярдних куль, розташувавши відеокамеру або смартфон прямо над більярдним столом. Користуючись відеозаписом, визначте модулі та напрями швидкостей куль (до зіткнення та після нього). Перевірте: а) чи виконується під час зіткнення закон збереження імпульсу; б) чи було зіткнення пружним.

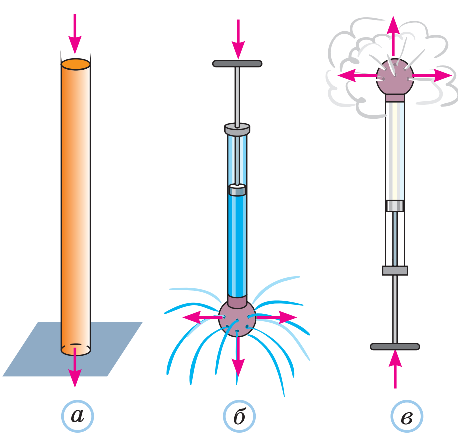


Рис. 14.1. Передача тиску: *а* — твердим тілом; *б* — рідиною; *в* — газом (задимленим повітрям)

§ 14. РІВНОВАГА ТА РУХ РІДИНИ ТА ГАЗУ. РІВНЯННЯ БЕРНУЛЛІ

1 Рівновага рідини та газу

Розділ фізики, що вивчає закони рівноваги рідини, називають **гідростатикою**. Гідростатика ґрунтується на **законі Паскаля**, що знайомий вам з курсу фізики 7 класу. Цей закон описує передачу тиску всередині рідини. На відміну від твердого тіла, рідина через свою плинність передає тиск у всіх напрямах (на рис. 14.1 це ілюструє дослід з кулею Паскаля, яка має маленькі отвори).

Наведемо формулювання закону Паскаля.

! Тиск, що створюють зовнішні сили на поверхню нерухомої рідини, рідина передає однаково в усіх напрямах.

Це, зокрема, означає, що атмосферний тиск передається в кожну точку рідини у відкритій посудині або водоймі. Одним із важливих наслідків закону Паскаля є можливість отримати великий виграш у силі за допомогою, наприклад, гідравлічної машини (рис. 14.2). Натискаючи на її менший поршень, ми створюємо під ним тиск $p = \frac{F_1}{S_1}$. Згідно із законом Паскаля такий самий тиск виникає й під більшим поршнем. Оскільки сили тиску рідини на поршень і поршня на рідину однакові за модулем, отримуємо співвідношення

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \text{ або } \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}.$$

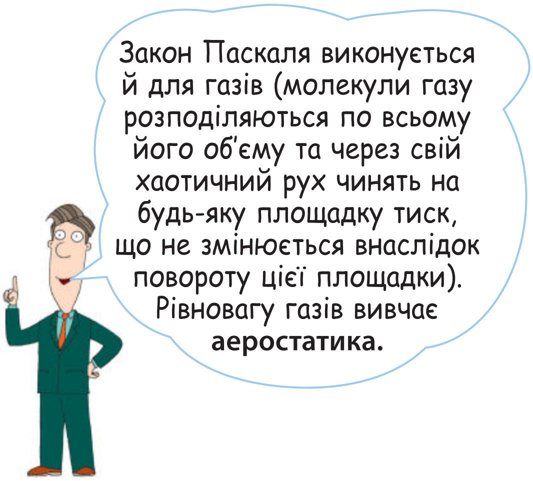
Як бачимо, виграш у силі визначається співвідношенням площ поршнів. Гідравлічні та пневматичні пристрої, що діють на цьому принципі, застосовуються дуже широко (це й преси, і домкрати, і насоси, і підіймальні пристрої, і гідравлічні підсилювачі рульового управління в автомобілях).

Закон Паскаля зовсім не означає, що тиск у всіх точках нерухомої рідини є однаковим. Тиск від поршня, що діє на поверхню рідини, дійсно передається у всі точки цієї рідини. Але є ще тиск, зумовлений силами тяжіння, що діють на кожну частинку *всередині* рідини. От цей тиск може суттєво відрізнятися в різних точках рідини (багато хто з вас відчував, як зростає тиск води на вуха, якщо пірнати на глибину кількох метрів).

Отже, гідростатичний тиск зростає з глибиною. *На одній і тій самій глибині в одній і тій самій нерухомій рідині тиск є однаковим.* Будь-яка різниця тисків у точках на одному рівні викликала б перетікання рідини. Тільки після вирівнювання тиску на кожній глибині рідина може «заспокоїтися».

Нагадаємо, чому дорівнює гідростатичний тиск стовпа рідини. Для цього виділимо в об'ємі рідини, наприклад, прямокутний паралелепіпед, верхня грань якого лежить на вільній поверхні рідини (рис. 14.3). Окрім сили тяжіння $m\vec{g}$, на виділену рідину діє сила $\vec{F}_{\text{атм}}$ атмосферного тиску зверху, сила $\vec{F}$ тиску рідини знизу та чотири сили тиску рідини на бічні грані. Очевидно, що останні сили попарно зрівноважують одна одну.

Тоді умову рівноваги виділеного об'єму рідини можна записати у вигляді $F = mg + F_{\text{атм}}$. Урахуємо також, що $m = \rho_{\text{рід}} Sh$, $F_{\text{атм}} = p_{\text{атм}} S$, а $F = (p_{\text{атм}} + p)S$. Тут $p_{\text{атм}}$ і p —



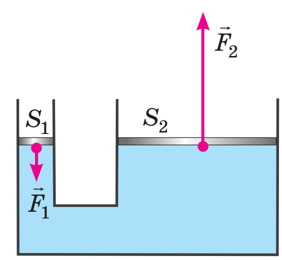


Рис. 14.2. Гідравлічна машина

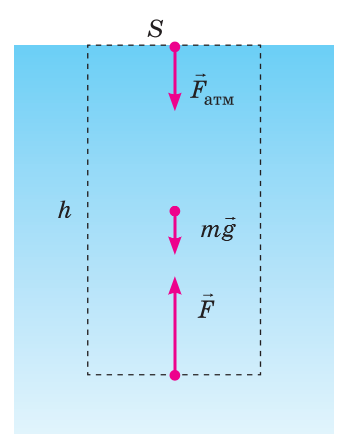
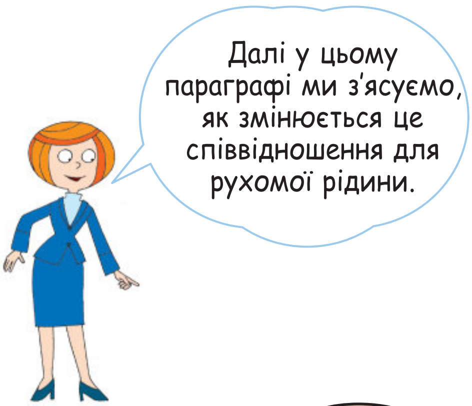


Рис. 14.3. Отримуємо формулу гідростатичного тиску стовпа рідини заввишки h



відповідно атмосферний тиск і тиск стовпа рідини заввишки h; $\rho_{\text{рід}}$ — густина рідини. Після підстановок отримуємо $p = \rho_{\text{рід}} gh$.

Це співвідношення можна записати й інакше. Якщо під h розуміти не глибину, а висоту від якогось нульового рівня, то для всіх точок нерухомої рідини виконується співвідношення $p + \rho_{\text{рід}} gh = \text{const}$.

Збільшення тиску рідини з глибиною спричиняє виникнення сили Архімеда, що «виштовхує» занурене в рідину тіло вгору. *Сила Архімеда — це рівнодійна сил тиску рідини на всі ділянки поверхні тіла* (для кубика з вертикальними та горизонтальними гранями це просто різниця сил тиску на нижню та верхню грані).

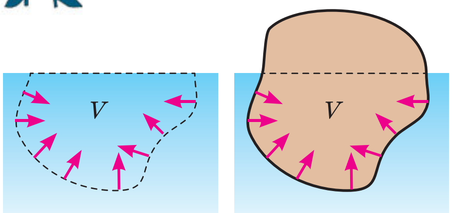


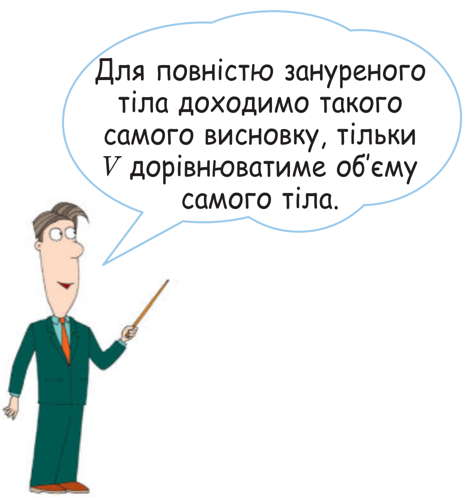
Рис. 14.4. Виводимо формулу сили Архімеда

! Сила Архімеда дорівнює вазі рідини в об'ємі зануреної частини тіла:

$$\boxed{F_{\text{А}} = \rho_{\text{рід}} gV.}$$

Цю формулу легко довести практично без обчислень. Виділимо певний об'єм V рідини (рис. 14.4). Оскільки рідина всередині цього об'єму перебуває в рівновазі, можна зробити висновок: сила тяжіння $m_{\text{рід}}\vec{g}$, що діє на цю рідину, зрівноважена силами тиску з боку решти рідини, тобто силою Архімеда $\vec{F}_{\text{А}}$. Якщо тепер подумки замінити виділену рідину будь-яким тілом, обмеженим знизу такою самою поверхнею, то сили тиску рідини (отже, й сила Архімеда) не зміняться. Доходимо висновку:

$$F_{\text{А}} = m_{\text{рід}} g = \rho_{\text{рід}} gV.$$



Точкою прикладення сили Архімеда можна вважати центр ваги рідини в об'ємі зануреної частини тіла. Очевидно, що тіло масою m плаває за умови $F_{\text{А}} = mg$.

Усі отримані результати є справедливими для газу. Слід урахувати тільки одне обмеження: якщо розглядається достатньо високий стовп газу, то його вже не можна вважати однорідним, бо густина газу зменшується з висотою.

2 Рух рідини та газу. Рівняння нерозривності

Перейдемо тепер до розгляду руху рідини (відповідний розділ фізики називають **гідродинамікою**). Будемо спочатку розглядати рух рідини по трубах. Це важлива задача, що стосується і дії водогону, і експлуатації нафтопроводів, і руху крові в наших судинах.

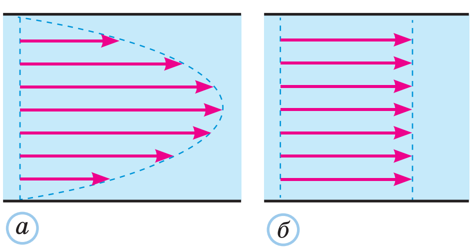


Рис. 14.5. Червоними стрілками показано швидкості ламінарного руху різних шарів рідини в трубі: *а* — реальна картина; *б* — спрощена модель без урахування в'язкості

Реальний рух рідини в трубах є складним. Через в'язкість рідина має різні швидкості руху біля стінок і на осі труби (рис. 14.5). Ще більше ускладнюють рух рідини можливі за великої швидкості руху завихрення та явище

турбулентності, за якого рух рідини стає неупорядкованим у просторі та часі.

Ми не можемо аналізувати такі складні проблеми. Тому обмежимося дуже спрощеною моделлю: нехтуватимемо в'язкістю (рідину без в'язкості називають ідеальною) та при цьому вважатимемо течію **ламінарною**. Інакше кажучи, рідина в нашій моделі тече окремими шарами, що не перемішуються та не зазнають хаотичних різких змін швидкості. Рух рідини в трубі може бути ламінарним за малої швидкості. Будемо вважати його усталеним, тоді траєкторії руху різних маленьких об'ємів рідини не перетинаються та збігаються з лініями потоку (швидкості руху рідини в кожній точці напрямлені по дотичних до цих ліній).

Урахуємо тепер, що труба може мати різну площу S поперечного перерізу в різних місцях. Очевидно, тоді швидкість руху рідини в різних перерізах труби теж буде різною.

Швидкість руху рідини дійсно збільшується там, де площа перерізу потоку менша (рис. 14.6).

Адже рідину можна вважати нестисливою. Тому об'єм рідини, що потрапляє в якусь ділянку труби з одного боку, має дорівнювати об'єму рідини, що витікає за той самий час з іншого боку. Інакше кажучи, **витрата рідини** (об'єм, що протікає через поперечний переріз потоку за одиницю часу) має бути однаковою в усіх перерізах. Оскільки рідина за швидкості v проходить за час Δt відстань $v\Delta t$, то через поперечний переріз протікає об'єм $\Delta V = vS\Delta t$ (на рис. 14.6 відповідні об'єми для перерізів *1* і *2* зафарбовано зеленим). Отже, витрата рідини $\frac{\Delta V}{\Delta t} = Sv$. Тому для двох довільних поперечних перерізів потоку має виконуватися умова $S_1 v_1 = S_2 v_2$. Це рівняння є окремим випадком **рівняння нерозривності** для руху нестисливого середовища.

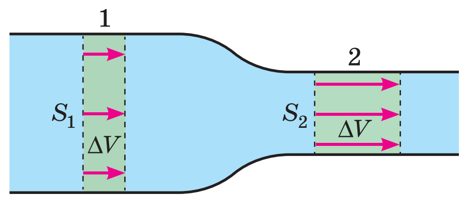


Рис. 14.6. Швидкість руху рідини в різних перерізах труби відрізняється, витрата рідини в усіх перерізах є однаковою. Червоними стрілками показано переміщення елементів рідини за час Δt

Отримані результати зазвичай є справедливими й для потоку газу: як це не дивно, зміною густини газу можна знехтувати, якщо швидкість потоку газу набагато менша від швидкості звуку в цьому газі.

3 Рівняння Бернуллі

Ви дізналися, що швидкість рідини в потоці залежить від площі поперечного перерізу цього потоку. Це означає, що швидкість кожного елемента рідини (тобто «порції» рідини з маленьким об'ємом) під час руху змінюється. Інакше кажучи, елементи рідини рухаються з прискоренням. Які ж сили надають рідині прискорення?

Треба враховувати не тільки силу тяжіння, а й різницю тисків у різних поперечних перерізах труби.

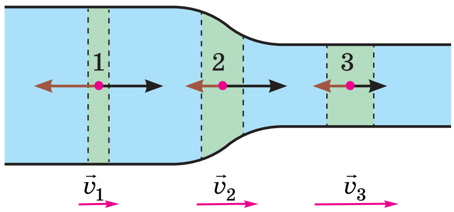


Рис. 14.7. Зміна швидкості руху рідини пов'язана з різницею тисків у різних перерізах труби. Червоними стрілками показано швидкості руху рідини $(v_1 < v_2 < v_3)$, чорними — напрямлені вперед сили тиску, коричневими — напрямлені назад сили тиску

Розгляньмо рух однієї і тієї самої маси рідини, коли вона послідовно займає положення *1, 2, 3* (рис. 14.7). Очевидно, в положеннях *1* і *3* рідина рухається без прискорення. Це означає, що сили тиску, які діють уперед і назад, зрівноважують одна одну. А от під час проходження положення *2* рідина розганяється, її прискорення напрямлене вперед. Виходить, з боку широкої ділянки труби (де рідина рухається повільніше) на неї діє більша сила тиску, ніж із боку вузької.

! Тиск рідини, що тече, більший у тих перерізах потоку, в яких швидкість її руху менша.

Щоб вивести **рівняння Бернуллі**, яке пов'язує тиск у рухомій рідині зі швидкістю її руху, скористаємося енергетичними міркуваннями. Розглянемо рідину, що міститься в початковий момент між двома поперечними перерізами труби, які можуть бути на довільній відстані один від одного, причому не обов'язково на одному рівні (рис. 14.8). Через невеликий проміжок часу рідина зміститься, її задня та передня межі вже не збігаються з початковими (переміщаються відповідно на l_1 і l_2). Зміниться на ΔW й механічна енергія рідини. Ця зміна дорівнює роботі зовнішніх сил, тобто сил тиску зовнішньої рідини в перерізах *1* і *2*. Ураховуючи напрями сил, можна написати: $\Delta W = F_1 l_1 - F_2 l_2$.

Фактично вся зміна енергії зумовлена «заміною» шару рідини масою Δm поблизу перерізу *1* на шар рідини такої самої маси поблизу перерізу *2*. Отже,

$$\Delta W = \Delta m g h_2 + \frac{\Delta m v_2^2}{2} - \left(\Delta m g h_1 + \frac{\Delta m v_1^2}{2}\right).$$

Урахуємо також, що $S_1 l_1 = S_2 l_2 = \dfrac{\Delta m}{\rho}$, тоді

$$F_1 l_1 - F_2 l_2 = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = \frac{\Delta m (p_1 - p_2)}{\rho}.$$

Після підстановки та скорочень отримаємо

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \text{ або}$$

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}.$$

Одержане рівняння називають рівнянням Бернуллі. Нагадаємо, що воно виконується для усталеного потоку ідеальної (без внутрішнього тертя) нестисливої рідини. Коли рух рідини не обмежений трубою, рівняння Бернуллі можна застосовувати до точок, що належать одній лінії потоку. У випадку $v = 0$ це рівняння зводиться до вже відомого нам рівняння для гідростатичного тиску.

Навколо фізики

Протягом XVII–XIX століть навіть видатні математики та фізики, що досліджували теоретично рух рідини, часто робили такі ж спрощення, як і ми з вами в цьому підручнику. Зокрема, багато які з результатів було отримано зовсім без урахування в'язкості. Згодом з'ясувалося, що навіть дуже мала в'язкість є принципово важливою. Нехтуючи нею, можна отримати зовсім далекі від реальності результати. У курсі фізики видатного американського вченого Р. Фейнмана такий спрощений підхід названо вивченням «сухої води». Але обійтися без спрощень дуже нелегко — адже описати процес витікання води з крана складніше, ніж рух міжпланетного корабля.

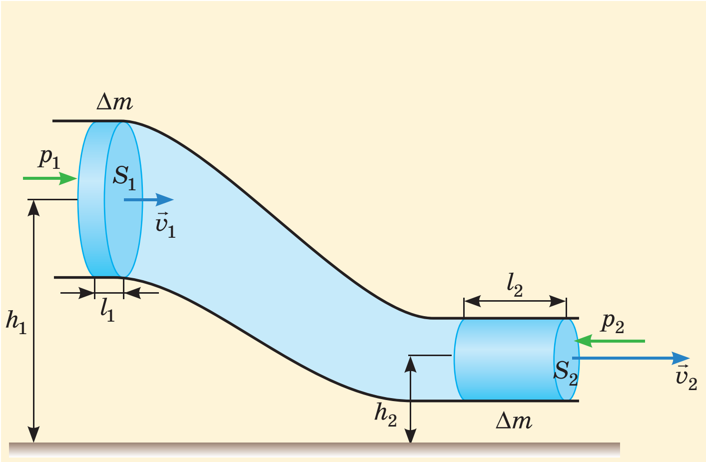


Рис. 14.8. Переміщення певної маси рідини вздовж труби

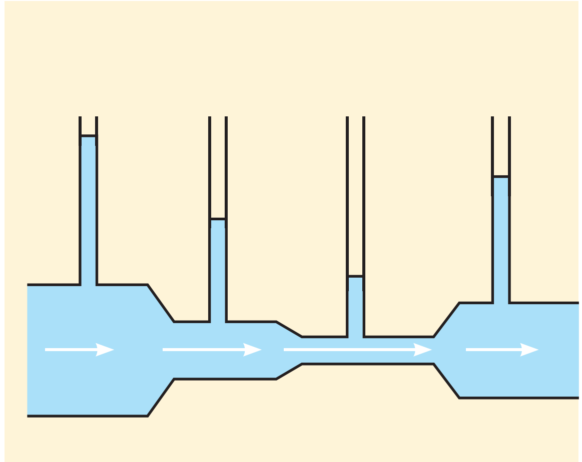


Рис. 14.9. Порівняння тиску в різних ділянках труби. Білими стрілками показано швидкості руху рідини на різних ділянках труби

Відомо багато експериментів, що ілюструють рівняння Бернуллі. Один із них показано на рис. 14.9: рідину прокачують горизонтальною трубою, а її рівень у відкритих вертикальних трубках дозволяє визначати тиск усередині рідини. Як бачимо, у найвужчій ділянці труби, де швидкість руху рідини найбільша, тиск дійсно найменший.

Якщо збільшити швидкість руху рідини, то тиск у найвужчій частині труби стане ще меншим. Його можна зробити меншим від навколишнього (атмосферного) тиску. Тоді рідина вже не підніматиметься у відповідній вертикальній трубці; через цю трубку потік рідини засмоктуватиме бульбашки повітря та уноситиме їх. За таким принципом діють водоструминні насоси. Аналогічним є принцип дії пульверизатора та карбюратора, що готує горючу суміш для двигуна внутрішнього згоряння (тільки там середовища «міняються місцями» — потік повітря засмоктує та розбризкує рідину).

4 Підіймальна сила крила

Важко уявити сучасний світ без такого зручного та швидкого виду транспорту, як авіація. Сучасний авіалайнер за лічені години переміщає сотні пасажирів у найвіддаленіші місця. Колись здавалося, що відірвати конструкцію такої маси від поверхні Землі та підняти на висоту кількох кілометрів неможливо. Силу, яка це здійснює, називають **підіймальною силою крила**. Як же вона виникає?

Ця сила виникає завдяки несиметричному обтіканню крила потоком повітря (нам зручніше буде розглядати рух повітря відносно крила, а не крила відносно повітря). Щоб створити таке несиметричне обтікання, крилу надають певного кута атаки (на рис. 14.10 показано випадок горизонтального польоту).

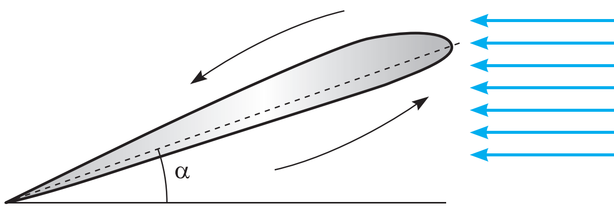


Рис. 14.10. Кут α атаки крила та циркуляція повітря навколо крила. Синіми стрілками показано напрям руху повітря, що набігає на крило; чорними — напрям циркуляції

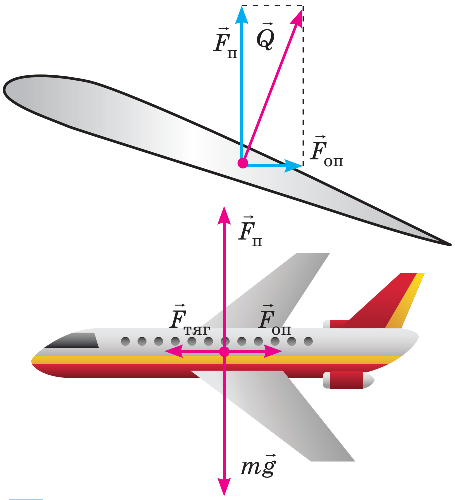


Рис. 14.11. Сили, що діють на крило та літак під час рівномірного горизонтального польоту

Унаслідок циркуляції повітря навколо крила швидкість руху повітря відносно крила над ним виявляється більшою, ніж під ним (над крилом швидкість циркуляції додається до швидкості потоку, що набігає, а під крилом — *віднімається*, бо напрямлена протилежно). Через це тиск повітря під крилом більший, ніж над ним.

Саме різниця тисків і створює підіймальну силу $\vec{F}_п$, але не тільки її: адже через різницю тисків виникає сила $\vec{Q}$, напрямлена під кутом до вертикалі (йдеться про горизонтальний політ). Цю силу можна розкласти на дві складові (рис. 14.11): $\vec{Q} = \vec{F}_п + \vec{F}_{оп}$. Під час рівномірного горизонтального руху підіймальна сила $\vec{F}_п$ зрівноважує силу тяжіння літака $m\vec{g}$, а сила опору $\vec{F}_{оп}$ — силу тяги $\vec{F}_{тяг}$, яку створюють пропелери або реактивні двигуни.

Зверніть увагу!

Підіймальна сила крила зростає зі збільшенням його площі та швидкості руху літака. Для збільшення швидкості необхідно збільшувати силу тяги та забезпечити умови для зменшення сили опору. Це є однією з причин того, що польоти пасажирських літаків проходять на висоті близько 10 км, де густина повітря майже в 4 рази менша, ніж на рівні моря.

Підбиваємо підсумки

Відповідно до закону Паскаля нерухомі рідини та гази передають тиск однаково в усіх напрямах. Гідростатичний тиск зростає з глибиною, на одній і тій самій глибині в одній і тій самій нерухомій рідині він є однаковим. Стовп рідини заввишки h створює гідростатичний тиск $p = \rho_{рід} gh$. Цей тиск спричиняє виникнення сили Архімеда, що дорівнює вазі рідини в об'ємі зануреної частини тіла: $F_A = \rho_{рід} gV$.

Під час ламінарної течії ідеальної (без внутрішнього тертя) нестисливої рідини по трубі через кожний поперечний переріз труби за одиницю часу проходить однаковий об'єм рідини, тобто $S_1 v_1 = S_2 v_2$. При цьому тиск рідини більший у поперечних перерізах труби з більшою площею, в яких швидкість руху рідини менша. Зв'язок між тиском рідини і швидкістю її руху задає рівняння Бернуллі:

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}.$$

Підіймальна сила крила виникає через несиметричне обтікання крила потоком повітря та спричинену цим різницю тисків повітря під крилом і над ним.

Контрольні запитання

1. У чому полягає закон Паскаля? **2.** Від чого залежить виграш у силі, отриманий за допомогою гідравлічної машини? **3.** Запишіть формулу гідростатичного тиску. **4.** Чому дорівнює сила Архімеда? **5.** У яких поперечних перерізах потоку тиск рідини найменший? **6.** Запишіть рівняння Бернуллі.

Навколо фізики

Політ сучасних авіалайнерів зазвичай проходить на висоті від 9 до 12 км. Такі висоти забезпечують не тільки зменшення опору повітря, а ще й інші переваги. Наприклад, температура забортного повітря близько –50 °C сприяє ефективному охолодженню реактивних двигунів. Крім того, на таких висотах практично немає птахів, а вони є дуже небезпечними «сусідами» для літаків — адже за швидкості польоту понад 200 або 250 м/с «зустріч» із птахом мало чим відрізняється від влучання артилерійського снаряда... Велика висота зменшує залежність літака від метеоумов і надає пілотам більше часу для прийняття рішення та маневру в разі виникнення нештатних ситуацій. Але подальше суттєве збільшення висоти польотів для нинішнього покоління літаків є нереальним: повітря стане занадто розрідженим і відчуватиметься нестача кисню, необхідного для горіння палива.

Вправа № 14

1. Визначте гідростатичний тиск стовпа води заввишки 50 м. Густина води дорівнює 1000 кг/м^3.
2. Дошка завширшки 15 см та завдовжки 2 м плаває у воді, занурившись на 3 см. Визначте масу цієї дошки.
3. Вода тече по трубі діаметром 6 см зі швидкістю 0,4 м/с, а потім потрапляє в трубу діаметром 3 см. Визначте швидкість руху води у вужчій трубі.
4. Доведіть, що гідравлічна машина не може давати виграшу в роботі.
5. Вода витікає з широкого відкритого бака через тонку трубку, що вставлена в стінку бака на 2 м нижче від рівня води. Визначте швидкість води в трубці, не враховуючи в'язкості.
6. Чому ураганному вітру «легше» зірвати покрівлю з будинку, ніж плоский міцний навіс над відкритою площадкою?
7. Вода переходить із широкої горизонтальної труби у вузьку, діаметр якої втричі менший. Тиск у вузькій трубі дорівнює атмосферному, а в широкій — більший у 5 разів. Визначте швидкість руху води в широкій трубі, вважаючи воду ідеальною рідиною.

Експериментальні завдання

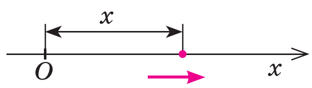
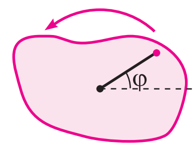
1. Підвісьте два аркуші паперу на невеликій відстані один від одного. Дослідіть, як зміниться положення аркушів, якщо подути між ними. Поясніть результат досліду.
2. За допомогою компресора або потужного фена створіть напрямлений угору потік повітря завширшки кілька сантиметрів. Помістіть у цей потік тенісну кульку та дослідіть, чи можлива стійка рівновага кульки в струмені повітря. Поясніть результати досліду.

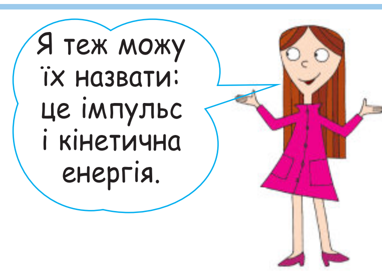
§ 15. МОМЕНТ ІМПУЛЬСУ. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ

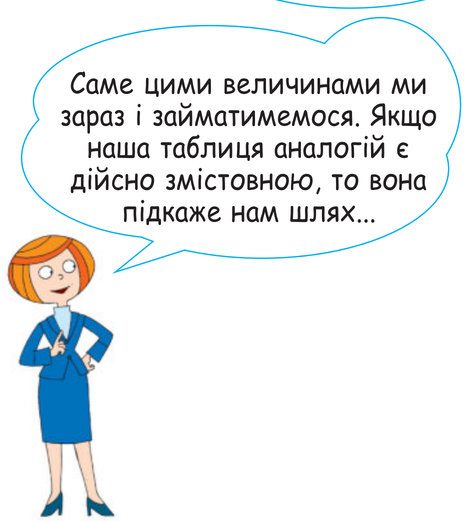
1 Кінетична енергія та момент імпульсу тіла, що обертається

Ви вже переконалися, яким могутнім засобом аналізу фізичних явищ є закони збереження. Тому бажано навчитися застосовувати їх до різних типів рухів, у тому числі й до обертального руху твердого тіла. Отже, давайте повернемося до розгляду цього руху (див. § 11). «Попутно» ми познайомимося ще з одним законом збереження в механіці.

Нагадаємо, що між прямолінійним рухом матеріальної точки та обертальним рухом твердого тіла існує певна аналогія. Вона, зокрема, виражається в тому, що співвідношення для прямолінійного та обертального рухів переходять одне в одне при певній заміні величин. Систематизуємо вже відомі нам аналогії за допомогою таблиці.

Прямолінійний рух	**Обертальний рух**
Положення системи характеризує координата x 	Положення системи характеризує кут φ повороту навколо осі 
Проекція швидкості $v_x = \dfrac{dx}{dt}$	Кутова швидкість $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$
Проекція прискорення $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$	Кутове прискорення $\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$
Міра інертності — маса m	Міра інертності — момент інерції I
Міра взаємодії — проекція сили F_x	Міра взаємодії — момент сили M
Другий закон динаміки $F_x = ma_x$	Основне рівняння динаміки обертального руху $M = I\beta$





Отже, якою має бути формула кінетичної енергії обертового твердого тіла? Якщо скористатися нашою таблицею, то отримаємо

$$W_к = \frac{mv_x^2}{2} \Leftrightarrow W_к = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Перевіривши одиниці виразу в правій частині рівності, отримаємо дійсно джоуль. Тож отримана формула є дуже правдоподібною. Проте краще буде строго її довести.

Кінетична енергія твердого тіла — це сума кінетичних енергій матеріальних точок, з яких це тіло складається. Якщо відстань точки з номером j від осі обертання становить r_j, то швидкість руху цієї точки $v_j = \omega r_j$. Тоді кінетична енергія тіла

$$W_к = \sum \frac{m_j v_j^2}{2} = \sum \frac{m_j \omega^2 r_j^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_j r_j^2 = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Прямолінійний рух	Обертальний рух
Кінетична енергія $W_к = \frac{mv_x^2}{2}$	Кінетична енергія $W_к = \frac{I\omega^2}{2}$

Це дійсно змістовна та важлива величина. Її називають **моментом імпульсу.**

Момент імпульсу позначають L. За аналогією маємо для обертового твердого тіла співвідношення $L = I\omega$. Якщо ж згадати про другий закон динаміки в імпульсній формі $\left(\frac{dp_x}{dt} = F_x\right)$, то можна записати ще й співвідношення $\frac{dL}{dt} = M$. Це співвідношення легко довести: якщо $I = \text{const}$, то $\frac{dL}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\beta = M$ (ми скористалися основним рівнянням динаміки обертального руху). Отже, отримуємо ще два рядки в таблиці.

Прямолінійний рух	Обертальний рух
Проекція імпульсу $p_x = mv_x$	Момент імпульсу $L = I\omega$
Швидкість зміни проекції імпульсу $\frac{dp_x}{dt} = F_x$	Швидкість зміни моменту імпульсу $\frac{dL}{dt} = M$

Як ми вже зазначали (див. § 11), завжди можливо подумки «розбити» рух твердого тіла на рух якоїсь його точки та обертання тіла навколо осі, що проходить через цю точку. Якщо розглядати рух центра мас C тіла та обертання навколо відповідної осі, то можна отримати корисну формулу. Наведемо її в готовому вигляді: $W_к = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}$. Отже, кінетичну енергію можна «розбити» на два доданки: це кінетична енергія поступального руху зі швидкістю центра мас та енергія обертального руху навколо осі, що проходить через центр мас.

2 Закон збереження моменту імпульсу

Перш за все давайте краще розберемося у фізичному змісті нової для нас фізичної величини — моменту імпульсу L. Очевидно, можна визначити не тільки момент

Зверніть увагу!

Момент імпульсу вважають додатним, якщо проведений від осі обертання до рухомої точки відрізок повертається проти ходу годинникової стрілки. Якщо обертання відбувається у зворотний бік, момент імпульсу вважають від'ємним.

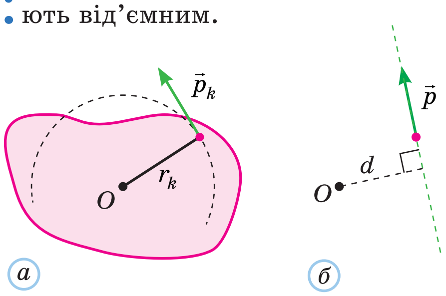


Рис. 15.2. Момент імпульсу матеріальної точки: *а* — для окремого випадку (обертання точки по колу) $L_k = p_k \cdot r_k$; *б* — у загальному випадку $L = p \cdot d$

Наочною демонстрацією закону збереження моменту імпульсу є прискорення обертання фігуристки, коли вона зводить руки, зменшуючи тим самим свій момент інерції відносно вертикальної осі обертання. Добуток $L = I\omega$ залишається при цьому незмінним. Ви можете провести аналогічний дослід і за допомогою обертового диска (див. рис. 11.6).

імпульсу обертового твердого тіла, а й момент імпульсу матеріальної точки. Установимо одиницю цієї величини:

$$[L] = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \cdot \text{м} = [p] \cdot [r].$$

Це наводить на думку, що момент імпульсу може бути добутком імпульсу на певну відстань («плече імпульсу»). Переконаймося в цьому.

Для твердого тіла

$$L = \omega\left(\sum m_k r_k^2\right) = \sum\left(m_k \omega r_k \cdot r_k\right) = \sum\left(m_k v_k \cdot r_k\right) = \sum\left(p_k \cdot r_k\right).$$

Тут $\vec{v}_k$, $\vec{p}_k$ — відповідно швидкість та імпульс матеріальної точки з номером *k*. Отже, природно вважати, що момент імпульсу цієї матеріальної точки $L_k = p_k \cdot r_k$.

У розглянутому випадку кожна матеріальна точка рухалася по колу навколо осі (рис. 15.2). У загальному ж випадку модуль моменту імпульсу матеріальної точки $L = p \cdot d$ (тут d — відстань від осі O до «лінії руху» частинки, тобто «плече імпульсу»).

Момент імпульсу системи дорівнює сумі моментів імпульсу її складових. Під час виведення основного рівняння динаміки обертального руху (див. § 11) ми вже встановили, що сума моментів усіх *внутрішніх* сил у системі завжди дорівнює нулю. Тому швидкість зміни моменту імпульсу всієї системи дорівнює сумарному моменту *зовнішніх* сил. Звідси випливає **закон збереження моменту імпульсу**.

! Момент імпульсу замкненої системи тіл відносно будь-якої нерухомої осі є незмінним.

Можливий і ще один випадок: на тіло діють зовнішні сили, але їх момент відносно певної осі дорівнює нулю. Тоді зберігатиметься момент імпульсу тіла саме відносно цієї осі.

Розберемося глибше

Вивчаючи шкільний курс фізики, ми зазвичай розглядаємо характеристики обертального руху (наприклад, кутову швидкість і момент імпульсу) як скалярні. Насправді ж вони є векторними, відповідні вектори напрямлені вздовж осі обертання. Просто ми обмежуємося тими випадками, коли обертання відбувається в площині рисунка, тоді відповідні вектори ($\vec{\omega}$, $\vec{L}$) можуть бути напрямлені тільки до нас або від нас перпендикулярно до площини обертання. Тому ми маємо справу лише з додатними або від'ємними проекціями цих векторів на вісь обертання. У загальному випадку для замкненої системи тіл зберігається саме *вектор* $\vec{L}$ моменту імпульсу.

Найкращою ілюстрацією цього твердження можуть бути досліди з **гіроскопом**, тобто швидкообертовим симетричним тілом, вісь якого може змінювати своє положення в просторі (див., наприклад, рис. 15.3).

Гіроскоп тривалий час зберігає напрям своєї осі обертання незмінним, незалежно від зміни положення опори, на якій він закріплений.

Таку властивість гіроскопа широко застосовують у навігаційних приладах (гірокомпас, гірогоризонт в авіації) і навіть у дитячих іграшках. Ви теж знайомі з гіроскопічним ефектом: ви ж знаєте, наскільки легше втримати рівновагу на велосипеді, коли він не стоїть, а рухається. Гіроскопом у цьому випадку є велосипедне колесо.

Рис. 15.3. Гіроскопи

3 Закони Кеплера як наслідок законів механіки Ньютона

Й. Кеплер установив закони руху планет Сонячної системи, аналізуючи результати спостережень свого вчителя, данського астронома Тіхо Браге. Пояснити походження цих законів він ще не міг. Закони Кеплера допомогли І. Ньютону встановити закони механіки, зокрема закон всесвітнього тяжіння. Коли ж ці закони було встановлено, то стало можливим теоретичне виведення всіх законів Кеплера. Більше того, стало зрозумілим: ці закони справедливі не лише для обертання планет навколо Сонця, а й для обертання супутників навколо Землі або Юпітера. Важливо тільки, щоб маса центрального тіла набагато перевищувала масу тих тіл, що обертаються навколо нього.

Наведемо формулювання законів Кеплера та обговоримо коротко, як само вони випливають із законів механіки.

! **Перший закон Кеплера.** Кожна планета рухається навколо Сонця по еліптичній орбіті, в одному з фокусів якої перебуває Сонце.

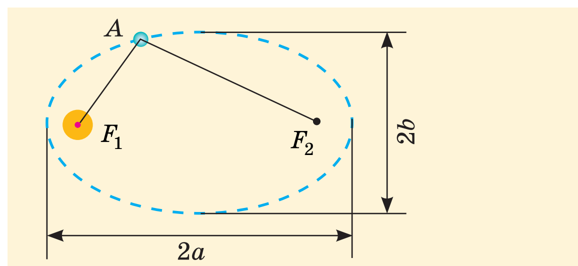


Рис. 15.4. Траєкторія руху планети навколо Сонця (точка F_1 — центр Сонця)

Нагадаємо: еліпс являє собою геометричне місце точок на площині, сума відстаней яких від двох даних точок (фокусів) дорівнює постійній величині (довжині великої осі еліпса). Коло є окремим випадком еліпса (коли обидва фокуси збігаються). Еліпс на рис. 15.4 можна розглядати як результат однорідного стискання кола радіусом a у вертикальному напрямі. Точка A відповідає положенню планети в довільний момент часу; a — велика піввісь еліпса, b — мала піввісь. Сума відстаней AF_1 і AF_2 дорівнює $2a$.

Перший закон Кеплера можна вивести із законів динаміки, скориставшись методами вищої математики.

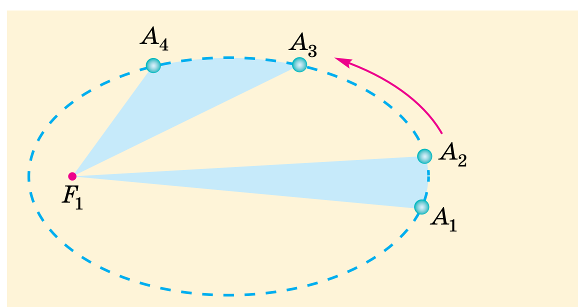


Рис. 15.5. Другий закон Кеплера: якщо планета проходить ділянки траєкторії A_1A_2 і A_3A_4 за однакові інтервали часу, то площі секторів $F_1A_1A_2$ і $F_1A_3A_4$ однакові

! **Другий закон Кеплера.** Радіус-вектор, проведений від Сонця до планети, за рівні інтервали часу описує рівні площі (рис. 15.5).

Зрозуміло, що чим далі планета від Сонця, тим менша швидкість її руху. Проте зміст другого закону Кеплера є глибшим. Якщо вважати, що проміжок часу Δt між проходженням точок A_1 і A_2 є малим, то протягом цього проміжку часу швидкість руху планети практично не змінюється за напрямом і модулем. Тоді сектор $F_1A_1A_2$ можна вважати трикутником з основою $A_1A_2 = v \cdot \Delta t$ і висотою d, що як раз дорівнює «плечу імпульсу». Площа цього трикутника

$$\Delta S = \frac{1}{2} A_1A_2 \cdot d = \frac{1}{2} v \cdot \Delta t \cdot d = \frac{pd}{2m} \cdot \Delta t = \frac{L}{2m} \cdot \Delta t.$$

Тут m — маса планети, а L — її момент імпульсу відносно осі, що проходить через центр Сонця.

Отже, «секторіальна швидкість» планети $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ пропорційна її моменту імпульсу: $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{L}{2m}$. Урахуємо, що планета рухається тільки під дією сили тяжіння Сонця, напрямленої до його центра. Момент цієї сили відносно осі, яку ми розглядаємо, дорівнює нулю, і тому момент імпульсу планети є незмінним! Таким чином, другий закон Кеплера є прямим наслідком закону збереження моменту імпульсу.

! **Третій закон Кеплера.** Квадрати періодів обертання планет навколо Сонця відносяться як куби великих півосей їх еліптичних орбіт:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

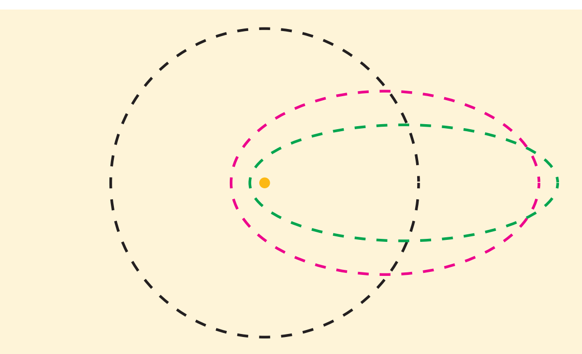
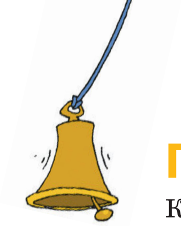


Рис. 15.6. Відповідно до третього закону Кеплера періоди обертання небесних тіл по показаних орбітах є однаковими, бо однакові великі півосі всіх еліпсів

Цікаво, що період обертання планети не залежить від малої півосі її орбіти, тобто періоди руху по показаних на рис. 15.6 орбітах однакові.

Третій закон Кеплера можна вивести із законів динаміки навіть без застосування методів вищої математики (див. вправу 15.8). Проте поки що обмежимося випадком колових орбіт. На коловій орбіті радіусом a навколо центрального тіла масою M швидкість планети або супутника $v = \sqrt{G\frac{M}{a}}$ (див. § 7). Отже, період обертання $T = \frac{2\pi a}{v} = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$. Як бачимо, дійсно $T^2 \sim a^3$.

Третій закон Кеплера дозволяє порівнювати тільки періоди обертання планет однієї планетної системи або супутників *однієї* планети.

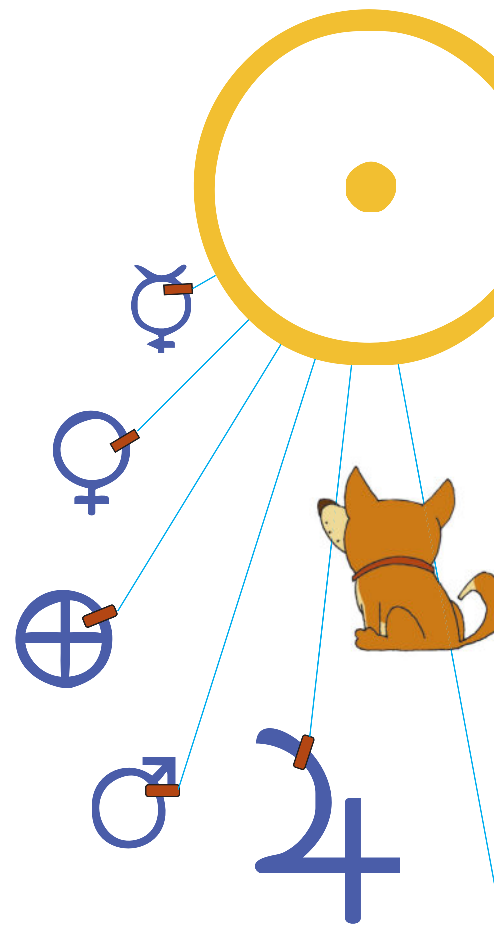


Підбиваємо підсумки

Кінетична енергія твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, $W_к = \frac{I\omega^2}{2}$. Момент імпульсу цього тіла відносно осі $L = I\omega$, а момент імпульсу частинки (матеріальної точки) $L = p \cdot d$ (тут $\vec{p}$ — імпульс частинки; d — відстань від осі до «лінії руху» частинки). Момент імпульсу вважають додатним, якщо обертання відбувається проти ходу годинникової стрілки, і від'ємним — якщо воно відбувається за ходом годинникової стрілки. Швидкість зміни моменту імпульсу дорівнює моменту зовнішніх сил: $\frac{dL}{dt} = M$. Момент імпульсу замкненої системи тіл відносно будь-якої нерухомої осі є незмінним.

Наслідком законів механіки є встановлені Й. Кеплером три закони руху планет (аналогічні закони виконуються для руху супутників планет).

1. Кожна планета рухається навколо Сонця по еліптичній орбіті, в одному з фокусів якої перебуває Сонце.
2. Радіус-вектор, проведений від Сонця до планети, за рівні інтервали часу описує рівні площі.
3. Квадрати періодів обертання планет навколо Сонця відносяться як куби великих півосей їх еліптичних орбіт.



Контрольні запитання

1. Яка фізична величина є мірою інертності тіла під час обертального руху? 2. Що таке момент імпульсу матеріальної точки відносно осі? 3. За яких умов момент імпульсу системи є незмінним? 4. Сформулюйте три закони Кеплера. 5. Наслідком якого закону механіки є другий закон Кеплера?

Вправа № 15

1. Визначте кінетичну енергію горизонтального диска масою 2,4 кг і радіусом 20 см, що обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю 40 рад/с.
2. Легкий горизонтальний стрижень AB, посередині якого закріплений точковий вантаж, обертається навколо вертикальної осі, що проходить через точку A. У скільки разів зміниться кутова швидкість обертання, якщо вантаж з'їде до точки B?
3. Якою стане кутова швидкість обертання диска (див. завдання 1), якщо на його край впаде та прилипне шматок пластиліну масою 200 г?
4. Комета обертається навколо Сонця по еліптичній орбіті, велика піввісь якої в 9 разів більша за радіус орбіти Землі. Через які проміжки часу комета наближається до Сонця?
5. Як зміниться тривалість земної доби, якщо внаслідок потепління розтануть полярні скупчення криги?
6. Для чого потрібно надати космічному апарату більшої швидкості поблизу Землі: щоб він покинув межі Сонячної системи чи щоб влучив у Сонце?
7. Доведіть формулу для механічної енергії тіла масою m на еліптичній орбіті з великою піввіссю a навколо зорі масою M: $W = -G\frac{mM}{2a}$.
8. Доведіть третій закон Кеплера для еліптичних орбіт, скориставшись законами збереження та формулою площі еліпса $S = \pi ab$.

§ 16. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

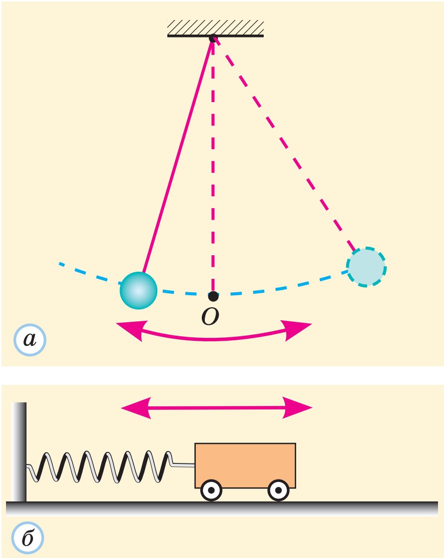


Рис. 16.1. Приклади коливального руху

1 Гармонічні коливання

З курсу фізики 7 класу ви знаєте, що **коливання** — це періодичні відхилення певної системи від положення рівноваги. Прикладами коливань можуть бути рух підвішеної на нитці кульки, що відхиляється від найнижчої точки *O* своєї траєкторії почергово в протилежних напрямах (рис. 16.1, *а*), або рух візка, що прикріплений пружиною до стінки (рис. 16.1, *б*). Навкруги нас безліч прикладів коливань. Це й рух гілки дерева, яку відхилили й відпустили, і рух дитини на гойдалці, й рух судна, що стоїть на якорі та періодично піднімається й опускається під дією морських хвиль.

! Тверде тіло, що коливається під дією сили тяжіння, називають **маятником**. Тіло, що коливається під дією сили пружності пружини, називають **пружинним маятником**.

Нагадаємо про основні характеристики коливального руху.

! **Амплітуда** *A* коливань — найбільше відхилення тіла від положення рівноваги під час коливань (рис. 16.2).

Період *T* коливань — час одного повного коливання (тобто такий проміжок часу, через який рух тіла повторюється).

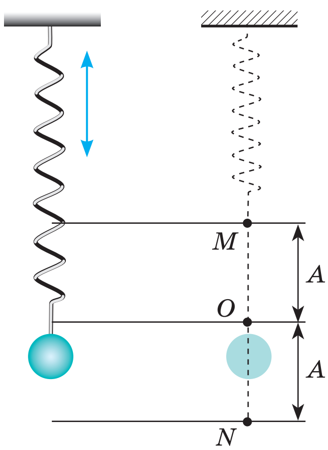


Рис. 16.2. Коливання кульки на пружині: *O* — положення рівноваги; *M* і *N* — відповідно верхнє та нижнє крайні положення; *A* — амплітуда коливань

На рис. 16.3 показано рух пружинного маятника протягом одного періоду коливань. Очевидно, що протягом одного повного коливання тіло долає шлях $4A$.

! **Частота** ν коливань — фізична величина, що чисельно дорівнює кількості коливань протягом одиниці часу:

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

Одиниця частоти в СІ — **герц** (Гц); $1\,\text{Гц} = 1\,\text{с}^{-1}$. Наприклад, за частоти 5 Гц протягом 1 с відбувається 5 повних коливань, а період таких коливань дорівнює $\frac{1}{5}$ с.

Частота та період коливань пов'язані співвідношенням $\nu = \frac{1}{T}$.

Як ви скоро переконаєтеся, коливання багатьох реальних систем відбуваються за одним і тим самим математичним законом. За таким самим законом змінюється й координата x точки M, що рівномірно рухається по колу радіусом A в площині xOy (рис. 16.4).

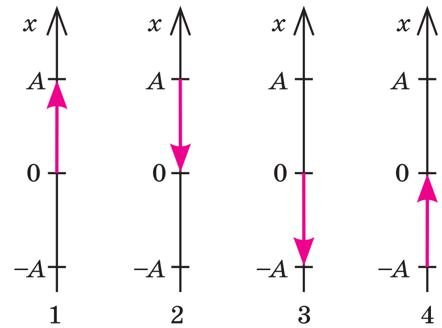


Рис. 16.3. Рух тіла протягом періоду коливань: *1* — перша чверть періоду; *2* — друга тощо

Кут φ між радіусом OM і віссю Ox під час рівномірного руху матеріальної точки змінюється лінійно: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. Тут φ_0 — значення кута φ у початковий момент часу $t = 0$, а ω — кутова швидкість руху. У довільний момент часу координата точки M

$$x = A\cos\varphi = A\cos(\varphi_0 + \omega t). \qquad (1)$$

Коливання, що відбуваються за законом синуса або косинуса (*гармонічним законом*), називають **гармонічними**. Можна сказати, що гармонічні коливання здійснює *проекція* точки M на вісь Ox (або, що те ж саме, проекція обертового радіус-вектора цієї точки). Оскільки прискорення $\vec{a}$ точки M (нормальне прискорення) пов'язане з її радіус-вектором співвідношенням $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$, отримуємо

$$a_x = -\omega^2 x. \qquad (2)$$

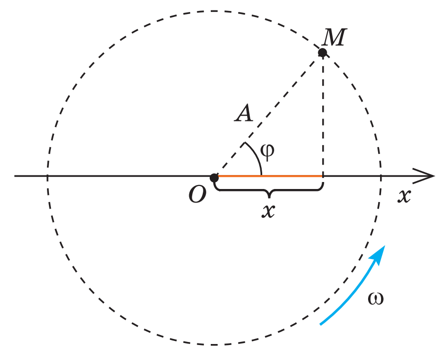


Рис. 16.4. Гармонічні коливання та їх зв'язок із рівномірним рухом по колу

Максимальне відхилення тіла від початку координат дорівнює A, тобто амплітуда гармонічних коливань дорівнює A. Величину $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ називають **фазою коливань**, а φ_0 — **початковою фазою**. Величину ω для гармонічних коливань називають **циклічною частотою**.

Очевидно, стан коливальної системи в будь-який момент часу визначається значенням фази коливань. Система вперше повертається в початковий стан, коли фаза збільшується на 2π рад. Це відбувається через час, що дорівнює періоду T. Звідси отримуємо $\varphi_0 + \omega T = \varphi_0 + 2\pi$, або

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Значення циклічної частоти ω гармонічних коливань визначається коефіцієнтом у рівнянні (2). А от значення амплітуди та початкової фази коливань залежать від початкових умов: наприклад, від моменту та сили початкового поштовху, що викликав коливання.

Зверніть увагу!

Справедливе й зворотне твердження: рух, для якого виконується співвідношення (2), обов'язково відбувається за формулою (1), тобто такий рух — це гармонічні коливання. Тому співвідношення (2) часто називають, як і формулу (1), **рівнянням гармонічних коливань**. Його можна також написати у вигляді

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$

2 Умови виникнення вільних коливань. Найпростіші коливальні системи

Вільними називають коливання, що відбуваються під дією внутрішніх сил у коливальній системі. Вільні коливання починаються, коли систему виведено зі стану рівноваги. Для цього системі необхідно надати певної енергії (наприклад, відхилити від положення рівноваги або підштовхнути). Унаслідок дії сил тертя ця енергія поступово перетворюється на внутрішню, а амплітуда коливань

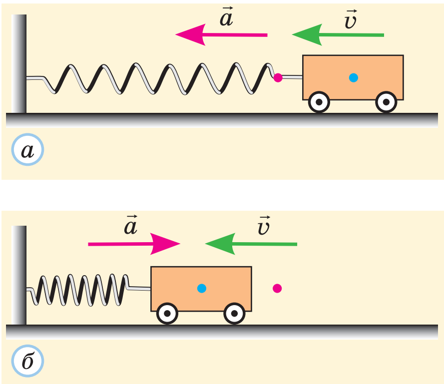


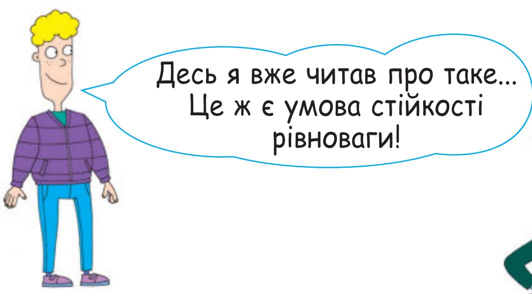
Рис. 16.5. Рух пружинного маятника протягом першої (*а*) і другої (*б*) чвертей періоду. Червона точка відповідає положенню центра візка в стані рівноваги; під час наближення до положення рівноваги візок розганяється (*а*), під час віддалення — сповільнює рух (*б*)

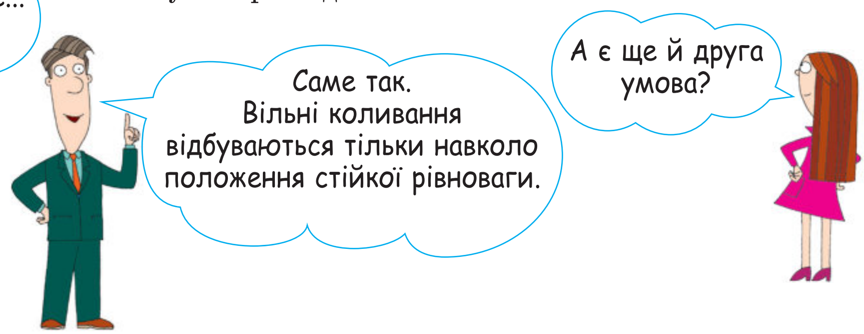
зменшується (коливання затухають). Тому вільні коливання можна вважати гармонічними лише наближено.

Щоб розібратися у фізичних умовах виникнення коливань, розглянемо простий приклад — коливання зображеного на рис. 16.1, *б* пружинного маятника. Якщо відвести візок від положення рівноваги праворуч і відпустити, то сила пружності з боку *розтягненої* пружини надасть візку прискорення, напрямленого до положення рівноваги (рис. 16.5). Під дією цієї сили візок наближатиметься до положення рівноваги, збільшуючи при цьому швидкість руху. Він не зупиниться в положенні рівноваги, а продовжить рух, хоч сила пружності *стиснутої* пружини тепер гальмуватиме рух (тобто знов-таки надасть візку прискорення, напрямленого до положення рівноваги).

Через інертність візка швидкість його руху зменшуватиметься поступово. Коли ця швидкість зменшиться до нуля (це буде через половину періоду коливань), візок зупиниться, але тільки на мить: стиснута пружина «штовхне» його назад, і почнеться рух у зворотному напрямі. Якщо тертям можна знехтувати, то відхилення візка від положення рівноваги в обидва боки однакові за модулем.

Отже, *першою умовою* виникнення вільних коливань після відхилення від положення рівноваги є виникнення сили, що повертає систему до положення рівноваги. Це може бути й рівнодійна кількох сил.





Другою умовою виникнення вільних коливань є достатньо малі сили опору рухові (сили тертя).

Пружинний маятник — одна з найпростіших коливальних систем. Розгляньмо його рух докладніше. Якщо знехтувати силами тертя й опору повітря, то можна вважати, що цей рух відбувається під дією сил тяжіння $m\vec{g}$, реакції опори $\vec{N}$ і пружності пружини $\vec{F}_{пр}$ (рис. 16.6). Якщо вибрати початок координат O в точці, що відповідає недеформованому стану пружини, то за законом Гука отримаємо $F_{пр\,x} = -kx$, де k — жорсткість пружини.

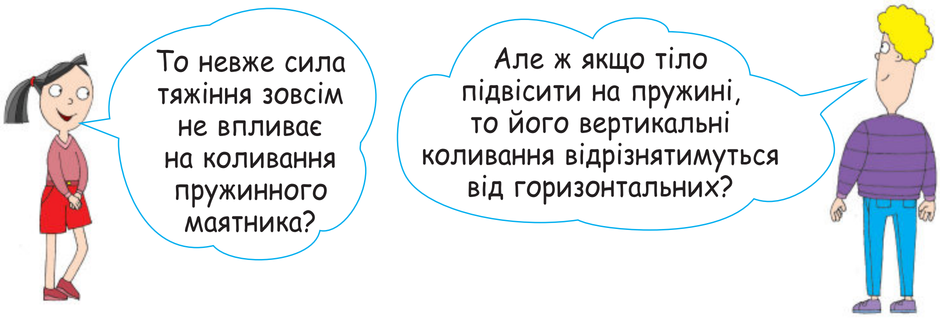
За другим законом динаміки $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{пр}$. Очевидно, сили $m\vec{g}$ та $\vec{N}$ зрівноважують одна одну. Тому $m\vec{a} = \vec{F}_{пр}$. У проекції на вісь Ox отримуємо $ma_x = F_{пр\,x} = -kx$, звідки $a_x = -\dfrac{k}{m}x$.

Зверніть увагу!

- Якщо виконано обидві зазначені умови, то в системі можуть виникати вільні коливання.
- У переважній більшості випадків для *малих* коливань модуль прискорення (або кутового прискорення) пропорційний відхиленню від положення рівноваги. А це відповідає рівнянню (2).
- Тепер ми можемо пояснити, чому почали саме з гармонічних коливань. Виявляється, практично в усіх системах *малі коливання є гармонічними*. Коливання ж пружинного маятника є гармонічними навіть за доволі великої амплітуди.

Отримане рівняння збігається з рівнянням (2), якщо взяти $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Отже, пружинний маятник здійснює гармонічні коливання з циклічною частотою $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Період коливань пружинного маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (3)$$



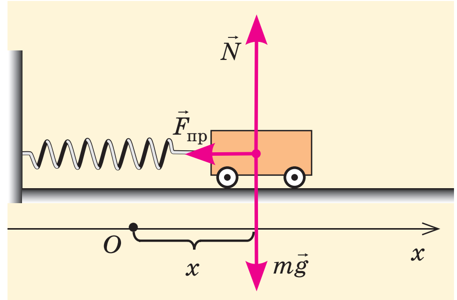
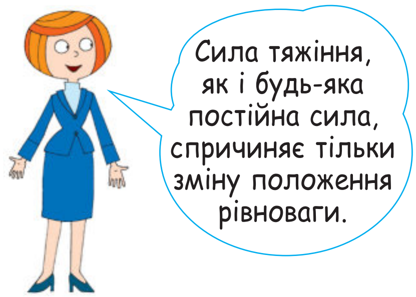


Рис. 16.6. Сили, що спричиняють горизонтальні коливання пружинного маятника (у наведений момент пружина розтягнена)



Коли нерухоме тіло висить на пружині, воно розтягує цю пружину. При цьому виникає сила пружності, що зрівноважує силу тяжіння. Якщо відхилити тіло від положення рівноваги, то сила пружності змінюється й тіло набуває прискорення. Рух тіла знов описується рівнянням $ma_x = -kx$, тільки тепер x — не *повна* деформація пружини, а «додаткова», тобто відхилення тіла від положення рівноваги. Отже, наявність сили тяжіння змінює лише положення рівноваги, а не характер коливань.

Важливо також, що період коливань пружинного маятника не залежить від амплітуди цих коливань. Така властивість характерна для всіх гармонічних коливань (і тільки для них).

Розгляньмо тепер коливання **фізичного маятника**. Це тверде тіло, закріплене на нерухомій горизонтальній осі, яке здійснює коливання навколо цієї осі під дією сили тяжіння. Щоб такі коливання були можливі, вісь не має проходити через центр ваги тіла. Тоді в стані стійкої рівноваги центр ваги C буде розташований нижче від осі O в одній вертикальній площині з нею. Після відхилення від положення рівноваги (рис. 16.7) сила тяжіння $m\vec{g}$ створює обертальний момент M, що повертає тіло в положення рівноваги.

Основне рівняння динаміки обертального руху для фізичного маятника має вигляд

$$I\beta = I\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg \cdot d\sin\varphi,$$

де d — відстань від центра ваги тіла до осі обертання; I — момент інерції тіла відносно цієї осі.

Ми врахували, що внаслідок повороту тіла проти ходу годинникової стрілки виникає обертальний момент, який обертає це тіло за ходом годинникової стрілки. Обмежимося

Зверніть увагу!

Період коливань пружинного маятника не залежить від значення прискорення вільного падіння. Отже, цей період буде таким самим і на інших планетах, і в умовах невагомості. Формулу (3) застосовують під час медичних обстежень для визначення маси тіла космонавтів на космічній станції у стані невагомості. Космонавт пристібається до крісла на пружинах та після поштовху здійснює коливання. За періодом цих коливань доволі точно визначають масу тіла космонавта.

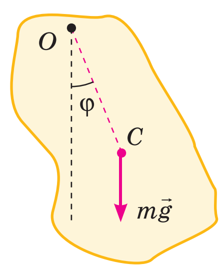


Рис. 16.7. Отримуємо рівняння руху фізичного маятника

Важливим окремим випадком є **математичний маятник** — *матеріальна точка, підвішена на невагомій нерозтяжній нитці (або на невагомому стрижні)*. Така система є фізичною моделлю реального маятника (наприклад, підвішеного на нитці тягарця) за таких умов:

- маса нитки набагато менша від маси тягарця;
- розміри тягарця набагато менші від довжини нитки;
- видовження нитки під дією тягарця набагато менше від довжини нитки.

розглядом малих коливань. Для малих кутів можна вважати, що $\sin\varphi = \varphi$ (кут вимірюємо в радіанах). Тоді останнє рівняння набуває вигляду $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{mgd}{I}\varphi$. Це рівняння еквівалентне рівнянню (2), якщо $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$. Отже, малі коливання фізичного маятника — це гармонічні коливання, а їх період

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}. \qquad (4)$$

Для математичного маятника з довжиною l можемо написати $d = l$, $I = ml^2$. Тоді

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (5)$$

Цей результат можна отримати й безпосередньо з другого закону динаміки. Як бачимо, період не залежить ані від амплітуди коливань (доки вона лишається малою), ані від маси маятника. Це полегшило застосування коливань маятника як для вимірювання часу, так і для вимірювання прискорення вільного падіння в певній місцевості.

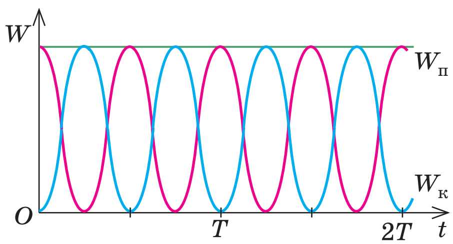


Рис. 16.8. Залежність від часу потенціальної та кінетичної енергій коливальної системи (уважаємо, що початковий момент часу збігається з моментом максимального відхилення від положення рівноваги). За відсутності сил тертя механічна енергія системи зберігається

3 Енергія коливань. Загасання вільних коливань

Під час коливань відбуваються безперервні перетворення енергії. Розглянемо їх на прикладі коливань пружинного маятника. Якщо можна знехтувати силами опору (тертя), то відбуваються почергові перетворення потенціальної енергії деформованої пружини $W_п = \frac{kx^2}{2}$ на кінетичну енергію $W_к = \frac{mv_x^2}{2}$. При цьому їх сума (механічна енергія системи $W = W_п + W_к$) лишається незмінною. На рис. 16.8 показано характерні залежності від часу всіх видів енергії коливань.

Рівняння гармонічних коливань можна отримати й із закону збереження енергії, тобто з умови $\frac{dW}{dt} = 0$. Доведемо це:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{kx^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2}\right) = kx\frac{dx}{dt} + mv_x\frac{dv_x}{dt} = 0.$$

Оскільки $v_x = \frac{dx}{dt}$, $\frac{dv_x}{dt} = a_x$, звідси отримуємо $a_x = -\frac{k}{m}x$ (як і показано вище).

Із закону збереження енергії легко отримати співвідношення між амплітудою коливань A і максимальною швидкістю v_{max} руху пружинного маятника. Адже швид-

Зверніть увагу!

Частота коливань $W_п(t)$ і $W_к(t)$ удвічі більша за частоту самих коливань (наприклад, кінетична та потенціальна енергії двічі приймають максимальні значення протягом кожного періоду коливань).

кість максимальна в положенні рівноваги (через чверть періоду після максимального відхилення), коли вся потенціальна енергія переходить у кінетичну. Тому $W = \frac{mv_{max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$ і $v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega A$. Формула $v_{max} = \omega A$ виконується для всіх гармонічних коливань. Її легко отримати, якщо взяти похідну від функції, заданої рівнянням (1). Отже, повна енергія коливань $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$.

У реальних коливальних системах завжди є тертя. Тому механічна енергія системи під час вільних коливань неминуче переходить у внутрішню, амплітуда коливань зменшується та вони загасають. Загасання вважають слабким, якщо протягом одного періоду коливань система втрачає малу частку своєї механічної енергії (рис. 16.9, *б*). У такому випадку тертя практично не впливає на період і частоту вільних коливань. Чим більший опір рухові, тим швидше загасають коливання (рис. 16.9, *в*). Якщо ж опір ще збільшити, коливання взагалі не виникають (рис. 16.9, *г*): система дуже повільно повертається до положення рівноваги та не відхиляється від нього в протилежний бік.

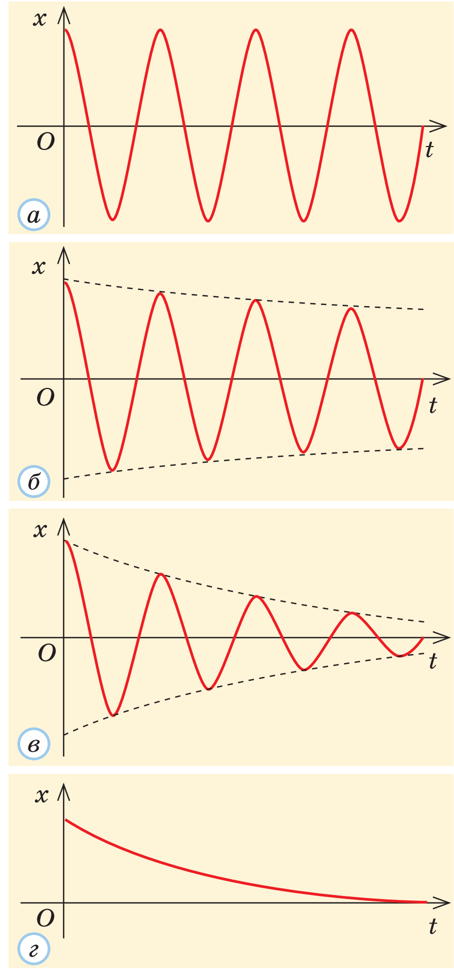


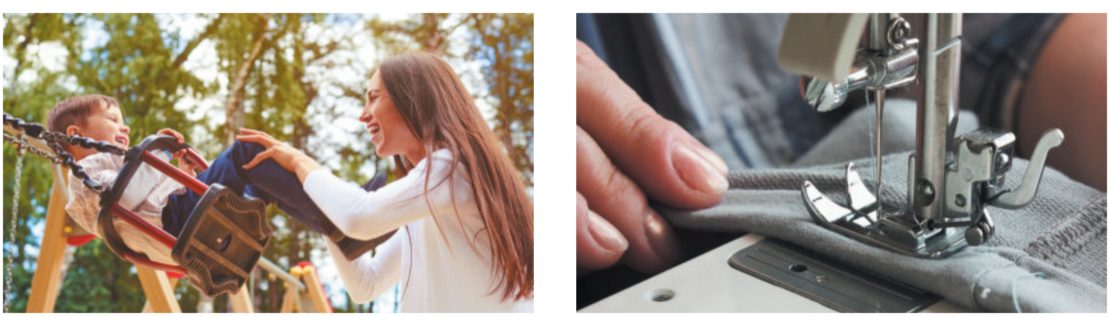
Рис. 16.9. Схематичні графіки коливань математичного маятника: *а* — ідеалізований випадок відсутності опору рухові та втрат енергії; *б* — слабке загасання (маятник у повітрі); *в* — сильне загасання (маятник у воді); *г* — коливання відсутні (маятник у гліцеролі)

4 Вимушені коливання. Резонанс. Автоколивання

Щоб коливання були незатухаючими, необхідна дія зовнішніх сил. *Коливання, що відбуваються під дією періодичних зовнішніх сил, називають* **вимушеними**. Прикладами вимушених коливань є рух униз та вгору голки швацької машинки або рух гойдалки, яку періодично підштовхують (рис. 16.10).

Амплітуда вимушених коливань не змінюється, якщо робота зовнішніх сил протягом кожного періоду компенсує втрати енергії за той же час. Якщо зовнішня сила змінюється за гармонічним законом і має циклічну частоту ω, то з часом у системі обов'язково встановляться гармонічні коливання з *такою самою* циклічною частотою (навіть якщо вільні коливання системи відбуваються з іншою циклічною частотою ω_0, яку називають **власною частотою**). А от амплітуда A вимушених коливань залежить не тільки від амплітуди зовнішньої сили, а й від співвідношення ω

Рис. 16.10. Приклади вимушених коливань



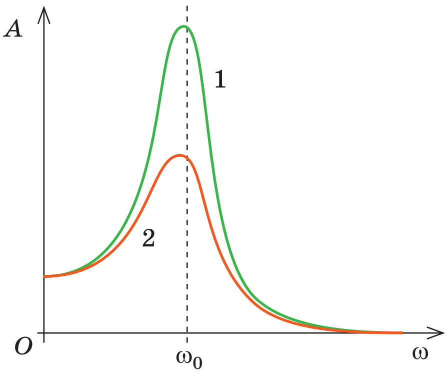


Рис. 16.11. Залежність амплітуди вимушених коливань від циклічної частоти зовнішньої сили (резонансні криві) у випадку: *1* — слабкого тертя; *2* — сильного тертя

і ω_0. Якщо потроху змінювати ω (не змінюючи амплітуди зовнішньої сили), то амплітуда вимушених коливань буде суттєво змінюватися (рис. 16.11). Це особливо помітно для систем з малим тертям.

! Явище різкого збільшення амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти зовнішньої сили до власної частоти коливальної системи називають **резонансом**.

Для систем з малим тертям максимум резонансної кривої припадає майже на значення $\omega = \omega_0$. Для систем з помітним тертям максимум дещо зміщається по частоті та стає суттєво нижчим.

Робота багатьох машин, верстатів, двигунів є джерелом помітної вібрації та періодичних зовнішніх сил, що діють на різні конструкції. У той же час мости, корпуси літаків і суден є пружними тілами, що характеризуються набором власних частот. Якщо частота якоїсь зовнішньої сили наближається до якоїсь із власних частот системи, можливий резонанс. За статистикою близько 80 % катастроф і аварій в машинобудуванні є наслідком неприпустимих резонансних коливань. Конструктори намагаються уникнути небажаного резонансу, «віддаляючи» відповідні частоти або збільшуючи загасання коливань у системі (посилюючи внутрішнє тертя).

Усім нам доводилося застосовувати явище резонансу, розгойдуючи гойдалку — ми, навіть не замислюючись, «підлаштовуємо» частоту поштовхів до частоти власних коливань гойдалки.

Існують і такі коливання, які певною мірою поєднують властивості вільних і вимушених: з вільними їх поєднує наявність певної власної частоти, яка залежить *тільки* від параметрів коливальної системи, а з вимушеними — відсутність загасання. Це **автоколивання** (відповідні системи називають автоколивальними). Зрозуміло, що й такі системи не позбавлені втрат енергії. Тому незмінність амплітуди коливань забезпечує джерело енергії. Можна сказати, що це джерело та власне коливальна система є елементами автоколивальної системи.

Проте необхідні ще якісь елементи. Адже енергія має потрапляти до коливальної системи не безперервно, а певними «порціями». Уявіть, що ви дієте на гойдалку з постійною силою: очевидно, вона лише трохи відхилиться від положення рівноваги, але коливань не буде. А от якщо завдавати поштовхи певної частоти, можна викликати сильні коливання гойдалки.

Отже, має бути ще якийсь механізм, що відкриватиме та закриватиме шлях для передачі енергії від джерела до коливальної системи. Хто ж може справитися

Навколо фізики

Широко відомі катастрофи — руйнування мостів унаслідок виникнення та підсилення небажаних коливань. 1850 року у Франції ланцюговим Анжерським мостом ішли в ногу солдати. Частота кроків виявилася близькою до частоти вільних коливань моста, виникли сильні коливання, ланцюги не витримали і міст рухнув у воду, забравши життя більше ніж двохсот людей. Гігантські коливання Такомського моста (США, 1940 рік), що теж призвели до його руйнування, виникли навіть без зовнішніх періодичних сил, під дією постійного сильного вітру.

з керуванням цим механізмом краще за саму коливальну систему, яка «знає», коли саме їй потрібна чергова порція енергії? Коливальна система через зворотний зв'язок «повідомляє» про необхідність передачі такої порції.

На рис. 16.12 показано простий приклад автоколивальної системи: це вантаж на пружині з металевим вістрям, що під час максимального відхилення вантажу вниз торкається провідної рідини. Якщо замкнути електричне коло за допомогою ключа, то по витках пружини потече струм, через магнітну взаємодію витки притягнуться і пружина «висмикне» вістря з рідини. Коло розірветься, вантаж знов розтягне пружину та замкне коло — виникнуть автоколивання.

На рис. 16.13 наведено загальну функціональну схему автоколивальної системи (у наведеному прикладі коливальною системою є пружинний маятник, джерелом енергії — джерело струму, пружина «по сумісництву» регулює й надходження енергії до системи за допомогою вістря, що забезпечує зворотний зв'язок.

Прикладами автоколивань можуть бути дія будь-якого годинника (механічного або електронного), процеси в регулярних гейзерах, коливання листя рослин під дією рівномірного потоку повітря (рис. 16.14).

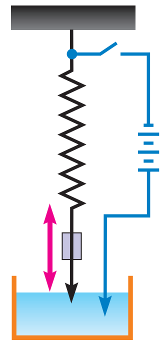


Рис. 16.12. Приклад автоколивальної системи

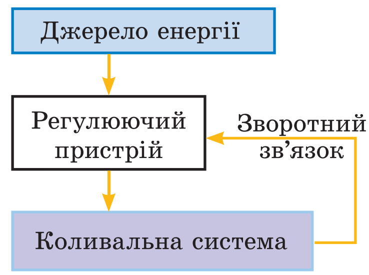


Рис. 16.13. Функціональна схема автоколивальної системи

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. Маятниковий годинник, який точно показував час на рівні моря, перемістили на висоту 6,4 км. Прискорився чи сповільнився хід годинника? На скільки «помиляється» тепер цей годинник протягом доби? Уважайте, що радіус Землі дорівнює 6400 км.

Якщо тіло одночасно бере участь у кількох гармонічних коливаннях, виникає питання про додавання таких коливань (докладніше див. i).

Дано:
$h = 6{,}4 \text{ км} = 6{,}4 \cdot 10^3$ м
$R = 6400 \text{ км} = 6{,}4 \cdot 10^6$ м
$t_0 = 24 \text{ год} = 86\,400$ с

Δt — ?

Розв'язання

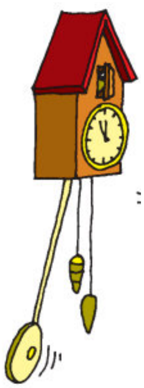
Хід годинника змінився через зменшення з висотою прискорення вільного падіння: $g < g_0$, де g_0 — прискорення вільного падіння на рівні моря. Період T коливань маятника (фізичного або математичного) пропорційний $\frac{1}{\sqrt{g}}$. Тому період коливань маятника збільшився.

Протягом доби маятник тепер здійснює менше коливань, а стрілки годинника — менше обертів. Це означає, що хід годинника сповільнився (у стільки разів, у скільки збільшився період коливань маятника).

Годинник показує, що минула не доба, а час t, для якого $\frac{t}{t_0} = \frac{T_0}{T}$.

Скористаємося співвідношенням $\frac{T_0}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_0}}$ і виразами, що випливають із закону всесвітнього тяжіння:

Рис. 16.14. Приклади автоколивань



$g_0 = G\dfrac{M}{R^2}$, $g = G\dfrac{M}{(R+h)^2}$. З них отримуємо $\dfrac{t}{t_0} = \dfrac{R}{R+h}$. Отже, протягом доби годинник відстає на $\Delta t = t_0 - t = t_0\dfrac{h}{R+h} \approx t_0\dfrac{h}{R}$. Ми скористалися тим, що $h \ll R$.

Перевіримо одиниці: $[\Delta t] = \text{с}\cdot\dfrac{\text{м}}{\text{м}} = \text{с}$; значення шуканої величини $\Delta t \approx 86$ с.

Відповідь: годинник щодоби відстає на 1 хв 26 с.

Підбиваємо підсумки

Коливання — це періодичні відхилення певної системи від положення рівноваги. Головними характеристиками гармонічних коливань, що відбуваються за законом синуса або косинуса, є амплітуда A, період T, частота $\nu = \dfrac{1}{T}$, циклічна частота $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, початкова фаза φ_0. Стан коливальної системи в будь-який момент визначається значенням фази коливань $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. Для гармонічних коливань (і тільки для них) виконується рівняння

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$

Вільні коливання відбуваються під дією внутрішніх сил у коливальній системі. Втрати енергії (наприклад, через тертя) спричиняють затухання вільних коливань. За слабкого затухання практично всі малі коливання є гармонічними, їх період не залежить від амплітуди.

Вимушені коливання відбуваються під дією періодичних зовнішніх сил, частота таких коливань дорівнює частоті зовнішньої сили. Для систем з малим тертям спостерігається резонанс — різке збільшення амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти зовнішньої сили до власної частоти коливальної системи.

Автоколивання можливі, якщо до складу системи входить джерело енергії. Такі коливання не загасають, їх частота залежить від характеристик коливальної системи.

Результатом додавання кількох гармонічних коливань з однаковою частотою є гармонічні коливання такої самої частоти, додавання кількох коливань з різними частотами дає негармонічний процес (він може бути навіть неперіодичним).

Періоди малих коливань найпростіших коливальних систем:

Пружинний маятник
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$
Фізичний маятник
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mgd}}$
Математичний маятник
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

Контрольні запитання

1. Запишіть рівняння гармонічних коливань. 2. Запишіть співвідношення між циклічною частотою гармонічних коливань і періодом цих коливань. 3. Наведіть приклади вільних і вимушених коливань. 4. Як зміниться період коливань пружинного маятника, якщо збільшити його масу? жорсткість пружини? 5. Як зміниться період малих коливань математичного маятника, якщо збільшити його масу? довжину нитки? 6. Які елементи входять до автоколивальної системи? 7. За якої умови сума двох гармонічних коливань теж є гармонічним коливанням?

Вправа № 16

1. Коливання тіла на пружині описуються формулою $x = 0{,}5\cos\left(5t + \frac{\pi}{4}\right)$. Усі величини у формулі подано в одиницях СІ, жорсткість пружини дорівнює 40 Н/м. Визначте масу тіла.
2. Визначте довжину математичного маятника, який здійснює 40 коливань щохвилини.
3. Тіло масою 400 г підвішене на пружині жорсткістю 90 Н/м. Його відвели від положення рівноваги на 5 см і відпустили без поштовху. Визначте максимальну швидкість руху тіла під час коливань.
4. Тіло масою 200 г коливається з амплітудою 10 см на пружині жорсткістю 45 Н/м. Визначте швидкість руху тіла на відстані 6 см від положення рівноваги.
5. Перший математичний маятник здійснив 12 коливань, а другий — 15 коливань за такий самий час. Визначте довжину кожного з маятників, якщо один із них на 36 см довший за іншого.
6. У вагоні поїзда підвішена кулька на нитці завдовжки 0,8 м. Під час руху поїзда цей маятник розгойдується від поштовхів на стиках рейок. За якої швидкості поїзда маятник розгойдується особливо сильно, якщо довжина рейок 25 м?
7. Суцільна однорідна куля радіусом 5 см підвішена на нитці завдовжки 5 см. Визначте період малих коливань кулі на нитці.

Експериментальні завдання

Прикріпіть до підвішеного горизонтально тонкого дроту кілька легких кульок на нитках різної довжини та одну значно важчу. Відведіть важку кульку від положення рівноваги та відпустіть. Спостерігайте за коливаннями решти кульок. Проведіть серію дослідів, змінюючи довжину підвісу важкої кульки. Зробіть висновок з проведених дослідів, поясніть отримані результати.

§ 17. МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ. ЗВУКОВІ ЯВИЩА

1 Поширення механічних коливань у пружному середовищі

Досі ми розглядали коливання окремих тіл — наприклад, тягарця на пружині або кульки на нитці. Проте частинки, які входять до складу пружного середовища, не можуть коливатися «окремо» від сусідніх. Коливання однієї ділянки середовища обов'язково спричиняють коливання сусідньої, потім наступної тощо.

! Процес поширення механічних коливань у середовищі називають **механічною хвилею**.

Механічні хвилі не можуть існувати у вакуумі. Вони можуть поширюватись у твердих тілах, рідинах і газах, а також на межі різних середовищ (наприклад, на поверхні рідини). Джерелом таких хвиль завжди є тіло, що здійснює коливання.

Механічні хвилі (надалі писатимемо просто «хвилі») переносять енергію, можуть переносити інформацію, проте це не супроводжується перенесенням речовини. Це добре

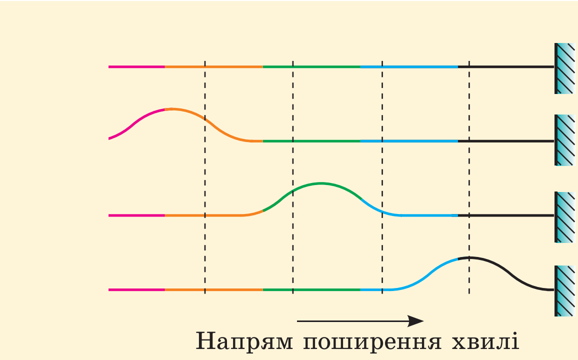


Рис. 17.1. «Горб» під час руху змінює колір. Це свідчить, що частинки шнура не переміщаються разом із горбом

видно на прикладі поширення хвилі в натягнутому шнурі. Правий кінець цього шнура закріплений; якщо різко перемістити його лівий кінець угору, а потім униз, то шнуром пробіжить «горб» хвилі (рис. 17.1) від лівого кінця до правого. Ми поки відкладаємо питання про те, що відбудеться, коли хвиля дійде до закріпленого правого кінця. Простежимо за рухом ділянок шнура, що мають різні кольори. Як бачимо, вони не зазнають переміщення в напрямі поширення хвилі. Отже, той «горб», що біжить шнуром, насправді не несе з собою речовини: просто частинки, до яких він дійшов, піднімаються, а після його проходження опускаються. Так само не несуть речовини й «водяні гори», що одна за одною біжать поверхнею моря під час шторму.

Показана на рис. 17.1 хвиля є **поперечною**: напрям руху частинок шнура перпендикулярний до напряму поширення хвилі. Такі хвилі можуть існувати у твердих тілах, але неможливі в рідинах і газах. Поперечні хвилі викликають відносний зсув сусідніх шарів об'ємного середовища, але не спричиняють зміну густини речовини.

Якщо на гладеньку горизонтальну спицю надягнути однакові намистини та зв'язати сусідні намистини пружинками, то отримаємо просту модель пружного середовища. На рис. 17.2 показано наочну модель поширення **поздовжньої хвилі** в такому середовищі: періодично штовхаючи крайню намистину, ми спричиняємо коливальний рух усіх намистин (частинок середовища). У цьому випадку частинки коливаються вздовж напряму поширення хвилі.

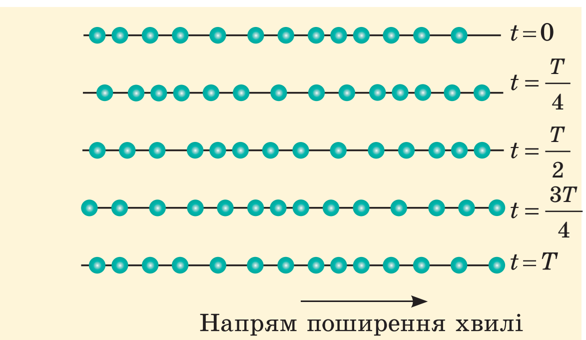


Рис. 17.2. Модель поздовжньої хвилі, що викликає стиснення та розтягнення середовища (пружні зв'язки між частинками не показано)

Як видно з рисунка, це спричиняє зміну відстаней між сусідніми частинками (у реальному ж середовищі — зміну його густини, тобто почергові стиснення та розтягнення). На рис. 17.3 показано для порівняння поширення поздовжніх і поперечних хвиль у твердому тілі.

Поздовжні механічні хвилі можуть поширюватися і у твердих тілах, і в рідинах, і в газах, оскільки будь-яке середовище «опирається» стисканню. А от хвилі на поверхні води не є поперечними або поздовжніми, це хвилі змішаного типу: кожна частинка може рухатися, наприклад, по колу, тобто переміщається як у напрямі поширення хвилі, так і в перпендикулярному напрямі.

Надалі ми перш за все розглядатимемо поширення гармонічних коливань, тобто гармонічні хвилі. Джерелом таких хвиль є тіло, що здійснює гармонічні коливання.

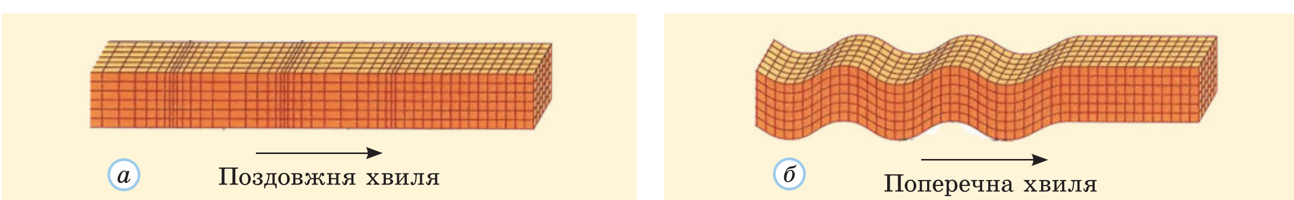


Рис. 17.3. Схематичне зображення поздовжніх (*а*) і поперечних (*б*) хвиль у твердому тілі

Якщо хвиля поширюється в реальному об'ємному середовищі, то її характеризує форма **хвильової поверхні**. Модель такої поверхні («хвильову лінію») являє гребінь хвилі на воді (рис. 17.4). В усіх точках хвильової поверхні спостерігається одна й та сама *фаза* процесу (наприклад, максимальне стиснення середовища або максимальне відхилення частинок від положень рівноваги).

Найпростішими є випадки **плоских** і **сферичних хвиль**, що відповідають плоским і сферичним хвильовим поверхням. Плоска хвиля (рис. 17.5, *а*) утворюється в повітрі біля плоскої пластини, коливання якої відбуваються перпендикулярно до поверхні пластини. Хвильові поверхні в цьому випадку залишаються плоскими лише на невеликих відстанях від пластини. Сферичні хвилі (рис. 17.5, *б*) утворюються, наприклад, унаслідок пульсацій (періодичних змін об'єму) кулі в однорідному пружному середовищі; невелику ділянку сферичної хвильової поверхні зазвичай можна вважати плоскою.

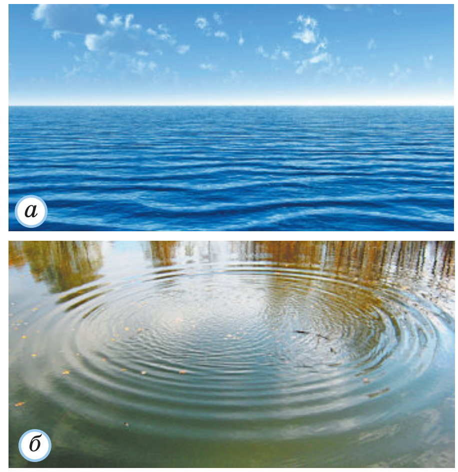


Рис. 17.4. Гребені морських хвиль — «хвильові лінії» (*а*); гребені хвиль від камінця, який кинули у воду (*б*)

Лінії, перпендикулярні до хвильових поверхонь в однорідному середовищі, називають **променями**. Вони показують напрям поширення хвилі.

Нагадаємо, що ви вже знайомі з такими характеристиками хвиль, як частота, період і амплітуда (ці характеристики є «спільними» для хвиль і коливань).

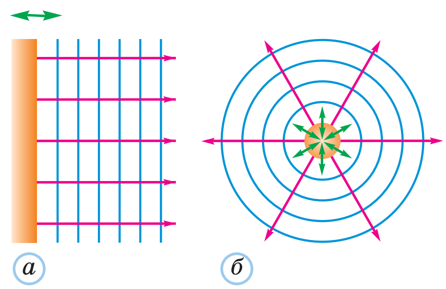


Рис. 17.5. Хвильові поверхні та промені для плоских (*а*) і сферичних (*б*) хвиль. Хвильові поверхні показано синіми лініями, промені — червоними. Зелені стрілки показують напрям коливань джерела хвиль

Амплітуду коливань різних точок шнура, яким біжить хвиля, можна вважати однаковою, якщо немає втрат енергії через тертя та інші причини. А от у реальному об'ємному середовищі (або на поверхні) амплітуда хвилі обов'язково зменшується (загасає) з віддаленням від джерела хвилі. Це пояснюється розширенням хвильових поверхонь і, відповідно, розподіленням енергії на все більшу площу.

Знайомі ви й зі **швидкістю хвилі** v. Так називають *швидкість переміщення точок з певною фазою коливань* (наприклад, швидкість переміщення гребеня хвилі або ділянки з найбільшим стисненням середовища). Швидкість хвилі не збігається зі швидкостями руху частинок середовища (для поперечної хвилі ці швидкості мають навіть різні напрями). Швидкість хвилі залежить головним чином від властивостей середовища.

Довжиною хвилі λ називають *відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду*. Розгляньмо точку середовища, яка в початковий момент перебуває на гребені хвилі. Якщо спостерігати *тільки* за цією точкою, то побачимо, що вона протягом періоду опустилась і знову піднялася. Якщо ж спостерігати за зміною положення гребенів хвилі протягом періоду, то побачимо, що за цей час до нашої точки прийшов *наступний* гребінь. Оскільки він перемістився за цей час якраз на довжину хвилі, доходимо висновку: довжина хвилі дорівнює відстані між

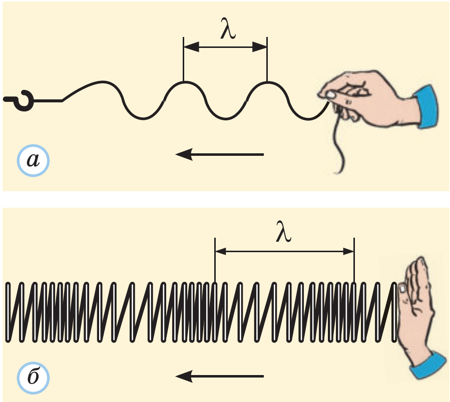


Рис. 17.6. Довжина хвилі: *а* — поперечної в шнурі; *б* — поздовжньої в пружині

сусідніми гребенями, тобто між сусідніми хвильовими поверхнями, що відповідають однаковій фазі коливань. Для хвилі на шнурі можна сказати й простіше: довжина хвилі дорівнює відстані між найближчими точками, що коливаються в одній фазі (рис. 17.6).

Зв'язок між різними характеристиками хвилі дуже простий: оскільки хвиля за час T проходить відстань λ, рухаючись зі швидкістю v, отримуємо співвідношення

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu.$$

Якщо хвиля переходить з одного середовища до іншого, її частота лишається незмінною (це ж частота коливань джерела хвилі), а швидкість змінюється. Отже, довжина хвилі є різною в різних середовищах.

Звернімо увагу: хвиля має *подвійну* періодичність — у часі та просторі. У цьому легко переконатися, подивившись з високого борта судна на морські хвилі: одна хвиля, друга «така сама», третя тощо... Довжину хвилі λ можна розглядати як «період» хвилі в просторі (тобто ця величина аналогічна періоду T).

Отримаємо **рівняння плоскої хвилі**, нехтуючи втратами енергії в середовищі та, відповідно, загасанням хвилі (зменшенням її амплітуди A). Вважатимемо, що хвиля з циклічною частотою ω поширюється в напрямі осі Ox зі швидкістю v, а зміщення u частинок середовища поблизу джерела хвилі (якщо $x = 0$) описується рівнянням $u(0, t) = A\cos\omega t$. Коливання частинок з координатою x мають за наведених умов таку саму амплітуду й таку саму частоту, як і коливання частинок поблизу джерела хвилі. Проте є відмінність у фазі коливань — адже чим далі розташована ділянка середовища, тим пізніше вона «відчуває» вплив коливань джерела хвилі. Час «запізнення» $\Delta t = \frac{x}{v}$. Отже, рівняння коливань у довільній точці середовища

$$u(x, t) = A\cos\omega(t - \Delta t) = A\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x\right) = A\cos(\omega t - kx).$$

Величину $k = \frac{\omega}{v}$ називають **хвильовим числом**. Оскільки $\omega = \frac{2\pi}{T}$, отримуємо $k = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}$. Як бачимо, зв'язок хвильового числа з довжиною хвилі такий самий, як зв'язок циклічної частоти з періодом хвилі.

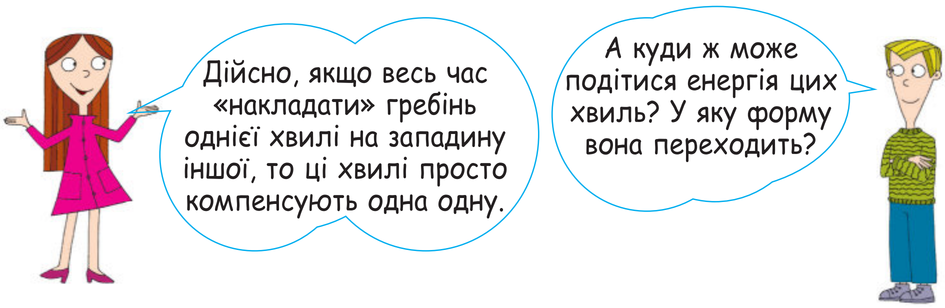
2 Інтерференція та дифракція хвиль. Стояча хвиля

Зупинимося коротко на деяких цікавих властивостях механічних хвиль.

Для механічних хвиль достатньо малої амплітуди виконується **принцип суперпозиції**: хвилі поширюються незалежно одна від одної («не помічають» одна одну, рис. 17.7). Щоб знайти загальне зміщення частинки середовища під дією кількох хвиль, треба просто знайти суму зміщень, зумовлених кожною хвилею.

Рис. 17.7. Суперпозиція (накладання) хвиль на поверхні води

Важливо, що додавання хвиль від різних джерел зовсім не обов'язково викликає збільшення амплітуди результуючих коливань точок середовища. Розгляньмо випадок накладання хвиль від двох **когерентних** джерел (їх коливання відбуваються з постійною різницею фаз, тобто частоти цих коливань можна вважати строго однаковими). Тоді в різних точках ми маємо додавати коливання однакових частот, які відрізняються за амплітудами та фазами. У деяких точках (там, де обидва коливання мають однакові амплітуди, але є протифазними) коливання середовища взагалі відсутні.



У цьому випадку енергія хвиль не зазнає перетворень в інші форми. Вона просто перерозподіляється в просторі. Адже поруч із ділянкою, де хвилі послаблюють або навіть «знищують» одна одну, напевно знайдуться ділянки, де хвилі помітно підсилюють одна одну. Таке явище називають **інтерференцією хвиль**. На рис. 17.8 показано інтерференційні максимуми (місця посилення хвиль) і мінімуми (місця їх послаблення) для хвиль на поверхні води.

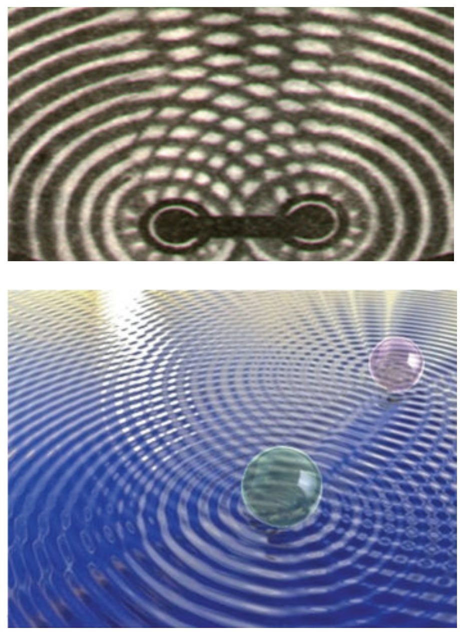


Рис. 17.8. Інтерференція хвиль на воді

Інтерференційні максимуми спостерігаються в точках, куди обидві хвилі приходять з однаковими фазами (гребінь першої хвилі накладається на гребінь другої). Інтерференційні мінімуми — там, куди хвилі приходять у протифазі.

Для поширення хвиль характерне ще одне явище — **дифракція**. Воно полягає в тому, що хвилі можуть огинати перешкоди. Це явище (як і інтерференція) властиве всім хвилям. Наприклад, завдяки дифракції звукових хвиль ви можете добре чути шум від автомобіля, який «захований» від вашого погляду деревами або будівлями. А на поверхні води можна просто побачити дифракцію. Дифракційну картину схематично показано на рис. 17.9.

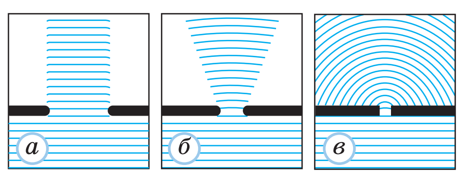
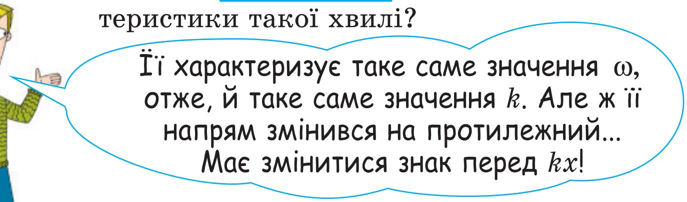


Рис. 17.9. Схематичне зображення дифракції хвиль на отворах різної ширини

Дифракція помітна тим краще, чим менші розміри отворів або предметів, які огинає хвиля (важливе співвідношення розмірів перешкоди на шляху хвилі та довжини цієї хвилі).

Під час подальшого вивчення курсу фізики ви дізнаєтеся, наскільки тісно пов'язані явища інтерференції та дифракції. А зараз розглянемо важливий окремий випадок інтерференції хвиль — так звані **стоячі хвилі**. Для цього повернемося до гармонічної хвилі в натягнутому шнурі, що біжить у напрямі до жорстко закріпленого правого кінця шнура (рис. 17.10, *а*), це точка $x = 0$.

Напишемо рівняння цієї хвилі у вигляді $u_1(x, t) = A\cos(\omega t - kx)$. На закріпленому кінці ця хвиля має зазнати відбивання та породити хвилю, що біжить у зворотний бік (рис. 17.10, *б*). Що ми можемо сказати про характеристики такої хвилі?



Усе це правильно. Проте в рівнянні відбитої хвилі може бути ще одна відмінність: після відбивання може змінитися фаза (ми зараз побачимо, що вона дійсно змінюється). Отже, рівняння цієї хвилі має вигляд $u_2(x, t) = A\cos(\omega t + kx + \Delta\varphi)$. Результуюча ж форма шнура, яким біжать обидві хвилі, задається рівнянням

$$u(x, t) = u_1(x, t) + u_2(x, t) =$$
$$= A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx + \Delta\varphi).$$

У нас є «в запасі» ще міркування, яке дозволить знайти «стрибок фази» $\Delta\varphi$: адже якщо $x = 0$, у *будь-який* момент часу має бути $u = 0$, бо цей кінець шнура закріплений та не може коливатися. Отже, має бути $u(0, t) = A\cos\omega t + A\cos(\omega t + \Delta\varphi) \equiv 0$. Це означає, що ми додаємо два протифазні коливання з однаковими амплітудами, тобто можна взяти $\Delta\varphi = \pi$. Звідси отримуємо кінцевий вираз:

$$u(x, t) = A\cos(\omega t - kx) - A\cos(\omega t + kx) = 2A\sin kx \cdot \sin\omega t.$$

Отриманий вираз показує: є такі точки шнура (для них $kx = n\pi$, де $n = 1, 2, 3, \ldots$), які весь час лишаються нерухомими! Такі точки називають **вузлами стоячої хвилі** (тепер зрозуміло, чому цю «хвилю» так назвали).

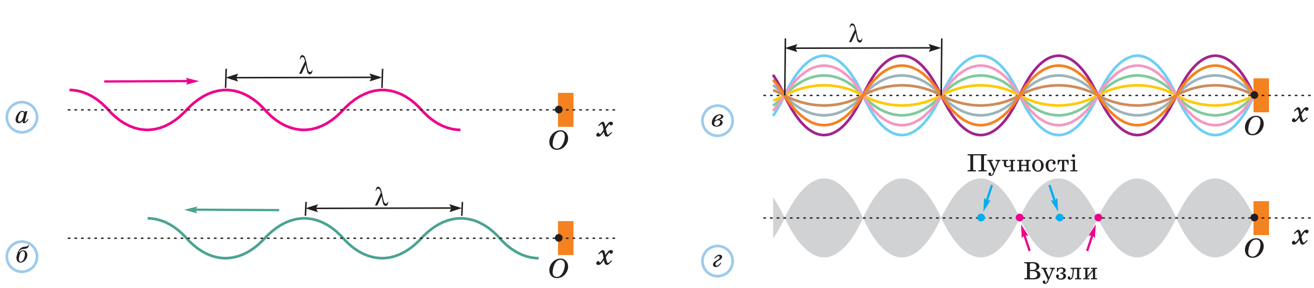


Рис. 17.10. Утворення стоячої хвилі: *а* — хвиля біжить до закріпленого кінця шнура; *б* — відбита хвиля; *в* — результат накладання двох хвиль — стояча хвиля; *г* — видимі розмиті контури шнура

У точках, що лежать посередині між сусідніми вузлами, амплітуда коливань максимальна (вона дорівнює $2A$). Ці точки називають **пучностями стоячої хвилі**. На рис. 17.10, *в* різними кольорами показано положення шнура в різні моменти часу. Добре видно, що всі точки між двома сусідніми вузлами коливаються в одній фазі, а при «переході» через вузол фаза «стрибком» змінюється на π радіан (тобто сусідні «півхвилі» коливаються в протифазі).

Якщо коливання досить швидкі, ми не можемо простежити за ними, шнур нібито розпливається і ми бачимо тільки загальні його контури (рис. 17.10, *г*).

На відміну від звичайних «біжучих» хвиль, стояча хвиля не переносить енергії, бо вона є результатом накладання двох зустрічних хвиль.

? Відстань між сусідніми вузлами дорівнює половині довжини хвилі (доведіть це самостійно).

Власні коливання пружних тіл, розмірами яких не можна нехтувати, являють собою саме стоячі хвилі. Такі хвилі виникають у струнах гітари, в повітрі всередині духової труби, в елементах будь-якої конструкції.

3 Звукові явища

Ви напевно вже знаєте, що звук є різновидом механічних хвиль. Людське вухо сприймає як звук коливання з частотами приблизно від 20 Гц до 20 кГц. Механічні хвилі з частотами в цьому діапазоні називають **звуковими хвилями**. Зрозуміло, що все сказане вище про властивості та характеристики механічних хвиль стосується й звукових. Звукові явища вивчає розділ фізики, який називають **акустикою**.

Швидкість поширення звукових хвиль у повітрі за температури 0 °C становить близько 330 м/с (вона дещо збільшується з підвищенням температури), у воді — 1500 м/с, у сталі — понад 5000 м/с. Звукові хвилі зазвичай приходять до нас через повітря у вигляді почергових згущень і розріджень повітря, тобто поздовжніх хвиль (у газах поперечні хвилі взагалі неможливі). Разом з густиною повітря зазнає коливань і його тиск, саме це й відчуває наше вухо. Проте зміни тиску для звичних нам звуків мізерно малі порівняно з атмосферним тиском.

Джерелом звукових хвиль стає будь-яке тіло, що коливається з відповідною частотою: голосові зв’язки, дифузор динаміка, поверхня барабана, струна скрипки тощо. Якщо ж помістити динамік усередині герметичної посудини та відкачати повітря, ми не почуємо жодних звуків.

Цікаві явища виникають, коли джерело або приймач звуку рухаються відносно середовища, в якому поширюється звук (докладніше див. i).

> **!** Механічні хвилі з частотою понад 20 кГц називають **ультразвуком**, а з частотою, нижчою від 20 Гц, — **інфразвуком.**

Ми не сприймаємо безпосередньо сигналів з такими частотами. Проте інші живі істоти (наприклад, дельфіни та кажани) сприймають ультразвук певного діапазону й застосовують його для орієнтування, полювання та спілкування.

Ультразвук використовують у техніці (для обробки твердих матеріалів, приготування сумішей, паяння деяких матеріалів) та в медицині: ультразвукове дослідження практично безпечне для людини та дозволяє «побачити» стан багатьох внутрішніх органів. Лікування деяких захворювань за допомогою ультразвуку дозволяє уникнути хірургічних операцій, після яких хворому потрібен чималий час на одужання.

Звуки можна розділити на шуми та музичні звуки. Шуми (шум вітру, звук від проковзування шин по асфальту під час гальмування) виникають унаслідок *неперіодичних* «поштовхів», яких зазнає пружне середовище. Музичні ж звуки виникають як наслідок періодичних коливань джерел звуку (саме такі звуки створюють музичні інструменти).

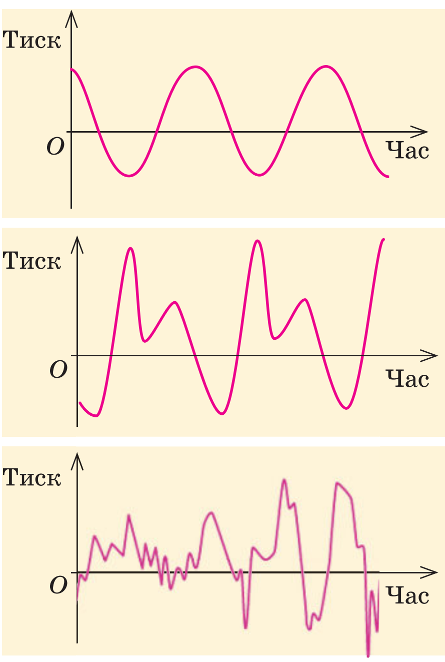


Рис. 17.11. Характерні залежності тиску у звуковій хвилі від часу: *а* — для музичного тону; *б* — музичного звуку; *в* — шуму

Кожний звук характеризується певним спектром, тобто набором частот гармонічних коливань, додаванням яких можна отримати цей звук (рис. 17.11). Спектр шуму є неперервним (містить безліч довільних частот), а спектр музичного звуку складається з певної мінімальної (*основної*) частоти та кратних їй частот. Найпростіший музичний звук — **музичний тон** — випромінюють тіла під час гармонічних коливань. Саме такий звук випромінює показаний на рис. 17.12 **камертон**.

Звуки відрізняються своїми характеристиками. **Висота звуку** (музичного) визначається основною частотою звукових хвиль: *чим вища ця частота, тим вищим нам здається звук*. **Гучність звуку** перш за все визначається амплітудою звукової хвилі: чим більша амплітуда, тим звук гучніший. Проте гучність звуку залежить і від його частоти, адже ми найкраще сприймаємо звуки частотою близько 3 кГц. Отже, *гучність звуку залежить від амплітуди та частоти звукових хвиль*.

Однак ми добре розрізняємо багато звуків, які мають однакову висоту та однакову гучність. Ми легко відрізняємо одну й ту саму ноту, зіграну на роялі та скрипці, розпізнаємо голоси багатьох знайомих людей. Отже, ми підсвідомо аналізуємо ще якість характеристики звуку, які зумовлюють його **тембр**. Виявляється, що ми сприймаємо та аналізуємо співвідношення амплітуд різних гармонічних «складових» звуку, тобто спектр звукової хвилі. І наша пам'ять зберігає інформацію про тембри голосів багатьох людей, звуків від працюючих механізмів тощо.

Як і всі інші явища, пов'язані з коливаннями, звукові явища дозволяють спостерігати резонанс (його називають **акустичним резонансом**). Цей резонанс ураховано вже в конструкції того, що ми під час шкільних дослідів називаємо «камертоном». Власне кажучи, сам камертон — це тільки сталева «рогатка». Після удару м'яким молоточком «гілки» камертона здійснюють гармонічні коливання, випромінюючи музичний тон (зазвичай частотою 440 Гц). Проте цей звук дуже тихий. А от «ящик» під камертоном — не просто підставка, а резонатор: власна частота коливань повітря в ньому як раз збігається з частотою коливань камертона, завдяки цьому виникають коливання повітря й звук значно підсилюється. У цьому легко переконатися, якщо винести камертон узимку на мороз: швидкість звуку в холодному повітрі менша, тому власна частота коливань повітря теж зменшиться, умова резонансу порушиться, камертон звучатиме значно тихше.

Можна спостерігати акустичний резонанс інакше. Поставимо два однакові камертони на відстані приблизно 2 м (отворами резонаторів один до одного). Якщо викликати звучання якогось із камертонів, а через кілька секунд приглушити це звучання (затиснувши пальцями гілки камертона), то можна почути звучання іншого камертона. Зовнішній звук резонансної частоти «розгойдав» коливання цього камертона навіть без удару молоточком!

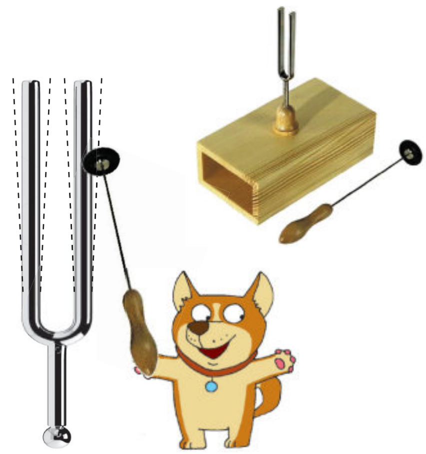


Рис. 17.12. Камертон

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. На рис. 1 показано форму шнура, яким біжить поперечна хвиля, в певний момент часу. Чи можна визначити напрями руху частинок A, B, C у цей момент?

Розв'язання. Оскільки хвиля є поперечною, рух частинок відбувається у вертикальному напрямі. Але перш за все звернімо увагу на точку B: вона досягла верхньої точки своєї траєкторії, тобто *закінчила* рухатися вгору та в наступний момент рухатиметься *вниз*. Очевидно, в цей момент часу її швидкість дорівнює нулю. Точки ж A, C рухаються. Урахуємо, що хвиля рухається праворуч, не змінюючи своєї форми. Отже, до точки A наближається «горб» (максимум), а до точки C — «западина» (мінімум). Це означає, що точка A рухається вгору, а точка C — униз. З рис. 2, на якому показано форму хвилі через невеликий проміжок часу, бачимо: точка A дійсно підніметься, а точка C — опуститься.

Відповідь: точка A рухається вгору, точка C — униз, точка B нерухома.

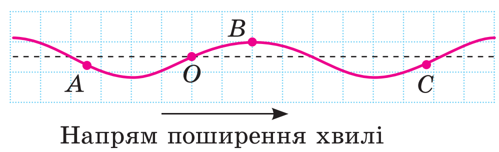


Рис. 1

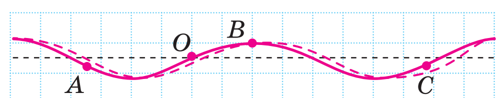


Рис. 2

Підбиваємо підсумки

Процес поширення механічних коливань у середовищі називають механічною хвилею. Механічна хвиля переносить енергію й інформацію, але не речовину.

У поперечній хвилі напрям руху частинок середовища перпендикулярний до напряму поширення хвилі. Такі хвилі можуть існувати тільки у твердих тілах, вони не спричиняють зміну густини речовини. У поздовжній хвилі частинки коливаються вздовж напряму поширення хвилі. Такі хвилі можуть існувати в газах, рідинах і твердих тілах, вони пов'язані з періодичними змінами густини речовини.

Швидкість хвилі v — це швидкість переміщення точок з певною фазою коливань (наприклад, швидкість переміщення гребеня хвилі). Довжина хвилі λ — відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює її періоду T (довжина хвилі характеризує періодичність хвилі в просторі). Між характеристиками хвилі існує зв'язок: $v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda\nu$.

Рівняння незагасаючої плоскої хвилі має вигляд $u(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$, де $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ — хвильове число.

Накладання двох когерентних хвиль спричиняє їх інтерференцію — перерозподіл енергії хвиль у просторі, чергування ділянок підсилення та послаблення хвиль. Хвилям властива дифракція, тобто огинання перешкод (відхилення від прямолінійного поширення).

Механічні хвилі в діапазоні частот приблизно від 20 Гц до 20 кГц називають звуковими хвилями. Звуки можна розділити на шуми та музичні звуки, які відрізняються за спектральним складом (за набором частот коливань).

Якщо джерело або приймач хвиль рухається відносно середовища, в якому поширюється хвиля, то спостерігається ефект Доплера: приймач «отримує» коливання частоти ν, яка не збігається з частотою ν_0 коливань джерела хвилі. Зближення джерела та приймача хвиль спричиняє підвищення частоти ν, а віддалення — її зменшення.

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади механічних хвиль. **2.** Які хвилі називають поперечними? поздовжніми? **3.** Що таке швидкість хвилі? довжина хвилі? **4.** Як виразити швидкість хвилі через її довжину та частоту? **5.** Яке явище називають інтерференцією хвиль? дифракцією? **6.** Як утворюється стояча хвиля? **7.** Чим відрізняються музичні звуки від шумів? **8.** У чому полягає ефект Доплера?

Вправа № 17

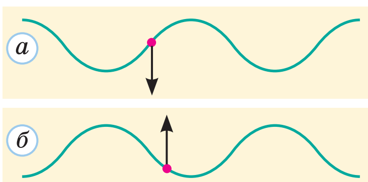
1. Довжина поперечної хвилі в шнурі дорівнює 1,25 м, а її частота — 16 Гц. Визначте швидкість цієї хвилі в шнурі.

2. Швидкість морських хвиль становить 8 м/с, а відстань між сусідніми гребенями хвиль — 20 м. Визначте період коливань поверхні води.

3. Ультразвуковий сигнал, випущений із судна вертикально вниз, повертається через 1,2 с. Визначте глибину моря під судном, якщо швидкість ультразвуку у воді дорівнює 1500 м/с.

4. Чому звук набагато далі поширюється в металевій трубі, ніж у повітрі?

5. На рисунку показано поперечні хвилі та напрями швидкості однієї частинки. Визначте напрями поширення хвилі у випадках *а*, *б*.



6. Коли на яхті поблизу берега кинули якір, від нього пішли хвилі по поверхні води. Рибалка нарахував 12 повних коливань протягом 18 с і помітив, що хвилі дійшли до берега через 1 хв. На якій відстані від берега кинули якір, якщо відстань між сусідніми гребенями хвиль становила 2,4 м?

7. Швидкість поперечних хвиль у натягнутому шнурі дорівнює 15 м/с. Кінці шнура закріплені на відстані 1,5 м один від одного. Визначте найменшу можливу частоту стоячої хвилі в шнурі.

8. Динамік на березі випромінює звуковий сигнал з частотою 200 Гц. Звук якої частоти чує капітан швидкісного катера, що віддаляється від динаміка зі швидкістю 17 м/с? Швидкість звуку в повітрі дорівнює 340 м/с.

9. Дві когерентні хвилі на поверхні води приходять у точку A з амплітудами 6 і 8 мм і з різницею фаз $\frac{\pi}{2}$ радіан. Визначте амплітуду результуючих коливань у точці A.

Експериментальні завдання

Запишіть і проаналізуйте звук, що виникає під час коливань струни гітари. Дослідіть, як змінюються характеристики цього звуку внаслідок зміни сили натягу струни.

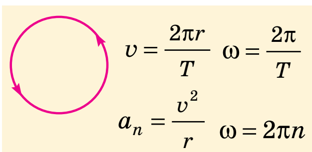
ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 1 «МЕХАНІКА»

1 Ви згадали, що таке механічний рух і система відліку, траєкторія руху, шлях і переміщення. Ви поглибили знання щодо відносності руху та основної задачі механіки, дізналися про закон додавання швидкостей: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

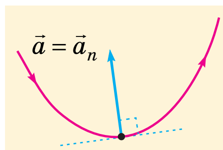
2 Ви повторили поняття середньої швидкості руху та дізналися, як перейти від неї до миттєвої швидкості $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. Ви дізналися про прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, яке характеризує швидкість зміни швидкості руху, та вивчили основні формули прямолінійного рівноприскореного руху:

$$v_x = v_{0x} + a_x t, \quad s_x = \frac{(v_{0x} + v_x)t}{2} = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}, \quad x = x_0 + s_x.$$

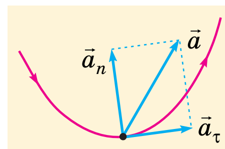
3 Ви дізналися про напрям швидкості криволінійного руху (по дотичній до траєкторії) та прискорення такого руху.



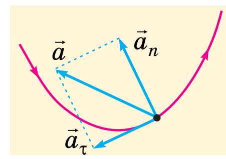
$v = \text{const}$



$v = \text{const}$



v збільшується



v зменшується

4 Ви поглибили свої знання про закони динаміки. Цей розділ механіки ґрунтується на трьох законах, відкритих І. Ньютоном:

1-й закон Ньютона:	2-й закон Ньютона:	3-й закон Ньютона:
про існування інерціальних систем відліку	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$	$\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$

5 Ви дізналися, як із закону всесвітнього тяжіння можна отримати космічні швидкості:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \Rightarrow \boxed{v_{\text{I}} = \sqrt{G\frac{M}{r}}} \quad \boxed{v_{\text{II}} = v_{\text{I}}\sqrt{2}}$$

6 Ви дізналися про різновиди сили тертя.

Сила тертя спокою $F_{\text{тер. сп}} \leqslant \mu N$	Сила тертя ковзання $F_{\text{тер. ковз}} = \mu N$	Сила тертя кочення	Сила опору в рідині (газі)

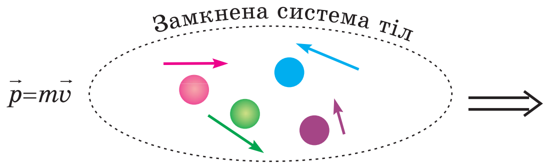
7 Ви навчилися застосовувати алгоритм розв'язування задач динаміки та дві умови рівноваги тіл.

$\sum \vec{F}_k = 0$	$\sum M_k = 0$	Реальна рівновага має бути стійкою: $W_{\text{п}} = \min$

8 Ви дізналися, що точка прикладання сили тяжіння — центр ваги тіла, який збігається з центром мас, $\vec{r}_C = \frac{\sum m_k \vec{r}_k}{\sum m_k}$. Він рухається як матеріальна точка, в якій зосереджена вся маса системи і до якої прикладені всі зовнішні сили.

9 Ви зрозуміли, що закони динаміки можна застосовувати навіть у неінерціальних системах відліку, якщо ввести силу інерції $\vec{F}_{\text{ін}} = -m\vec{a}_{\text{НІСВ}}$. Для обертової системи відліку це напрямлена від осі обертання відцентрова сила інерції, модуль якої $F_{\text{вц}} = m\omega^2 r$.

10 Ви повторили закон збереження імпульсу, що пояснює реактивний рух:

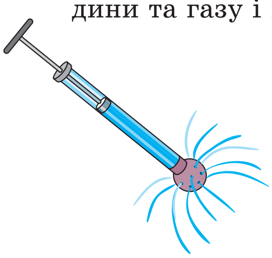
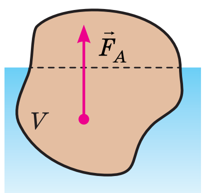


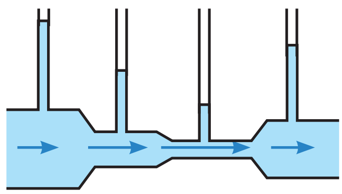
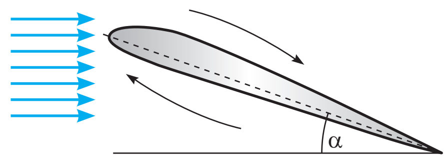
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_N = \text{const}$$

11 Ви поглибили розуміння закону збереження повної механічної енергії замкненої системи тіл за відсутності сил тертя:

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const} \qquad W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} \qquad W_{\text{п}} = mgh \qquad W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} \qquad W_{\text{п}} = -G\frac{Mm}{r}$$

12 Ви повторили основні закони гідростатики та дізналися про закони, які керують рухом рідини та газу і пояснюють походження підіймальної сили крила.

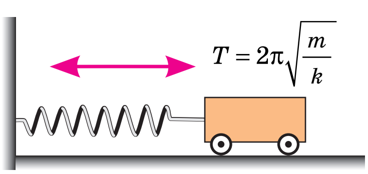
$$p = \rho_{\text{рід}} gh \qquad F_{\text{A}} = \rho_{\text{рід}} gV \qquad p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$$

13 Ви зрозуміли аналогію між законами поступального та обертального рухів.

Координата	Швидкість	Прискорення	Інертність	Енергія руху	Міра руху	Міра взаємодії
x	$v_x = \frac{dx}{dt}$	$a_x = \frac{dv_x}{dt}$	m	$W_{\text{к}} = \frac{mv_x^2}{2}$	$p_x = mv_x$	$\frac{dp_x}{dt} = ma_x = F_x$
φ	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	$\beta = \frac{d\omega}{dt}$	I	$W_{\text{к}} = \frac{I\omega^2}{2}$	$L = I\omega$	$\frac{dL}{dt} = I\beta = M$

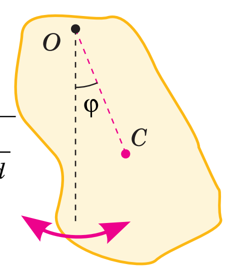
14 Ви довідалися про властивості гармонічних коливань, вивчили вільні, вимушені коливання та автоколивання. Для вільних коливань найпростіших коливальних систем:

Пружинний маятник



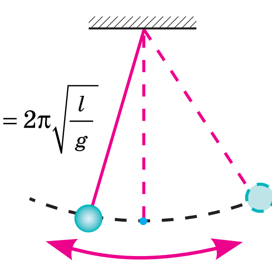
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Фізичний маятник



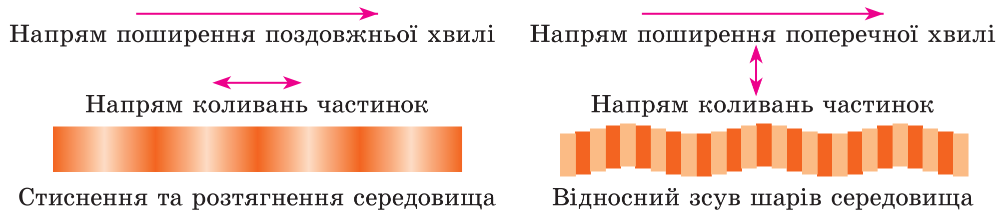
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

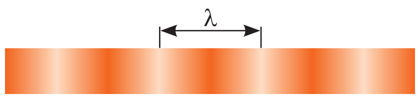
Математичний маятник



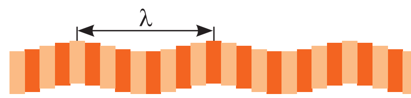
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

15 Ви поглибили знання про механічні хвилі (поздовжні та поперечні).





$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$



16 Ви повторили властивості звукових хвиль, дізналися про інтерференцію та дифракцію хвиль і ефект Доплера: $\nu = \nu_0 \dfrac{1 \pm \frac{u}{c}}{1 \pm \frac{v}{c}}$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 1 «МЕХАНІКА»

1 *(1 бал)* Тіло рухається вздовж осі *Ox* з постійним прискоренням. Графік якої залежності має вигляд прямої лінії?

а) координати від часу;
б) модуля швидкості від координати;
в) модуля переміщення від часу;
г) проекції швидкості від часу.

2 *(1 бал)* Кутова швидкість обертання секундної стрілки годинника приблизно становить:

а) 0,01 рад/с; б) 0,1 рад/с; в) 1 рад/с; г) 10 рад/с.

3 *(1 бал)* На лівому кінці легкого горизонтального важеля завдовжки 1 м підвішений один тягарець, а на правому — три таких самих тягарці. Важіль перебуває в рівновазі. Відстань від осі важеля до його лівого кінця становить:

а) 25 см; б) 33 см; в) 67 см; г) 75 см.

4 *(1 бал)* Катер, що стоїть на якорі, коливається на хвилях. Швидкість цих хвиль дорівнює 6 м/с, довжина хвилі — 12 м. Катер переміщається з гребеня хвилі в найближчу западину за час:

а) 0,25 с; б) 0,5 с; в) 1 с; г) 2 с.

5 *(2 бали)* Супутник вивели на колову орбіту. Пройдений ним шлях перевищить модуль переміщення в 1,6 разу *приблизно* через:

а) чверть періоду обертання;
б) половину періоду обертання;
в) три чверті періоду обертання;
г) один період обертання.

6 *(2 бали)* На тіло масою 4 кг діють чотири сили: вниз — 17 Н, управо — 13 Н, угору — 9 Н, уліво — 19 Н. Під дією цих сил тіло рухається з прискоренням:

а) 2,5 м/с^2; б) 5,5 м/с^2; в) 7,5 м/с^2; г) 9,5 м/с^2.

7 *(2 бали)* Брусок масою 5 кг лежить на підлозі. Коефіцієнт тертя між бруском і підлогою дорівнює 0,3. Уважайте, що прискорення вільного падіння становить 10 м/с^2. Якщо штовхати брусок у горизонтальному напрямі з силою 9 Н, то на нього діятиме сила тертя:

а) 6 Н; б) 9 Н; в) 15 Н; г) 24 Н.

8 *(2 бали)* Швидкість руху ідеальної рідини в широкій частині труби дорівнює 2 м/с, а у вузькій — 4 м/с. Густина рідини дорівнює 1000 кг/м^3. Тиск у рідині в широкій частині труби становить 120 кПа. Тиск у рідині у вузькій частині труби дорівнює:

а) 108 кПа; б) 114 кПа; в) 126 кПа; г) 132 кПа.

9 *(3 бали)* Людина, що стоїть на ескалаторі, піднімається за 1 хв. Якщо вона йде по ескалатору, то піднімається за 45 с. Людина може збільшити швидкість свого руху відносно ескалатора вдвічі. Скільки часу триватиме підйом у цьому випадку?

10 *(3 бали)* Тіло масою 2 кг, підвішене на пружині жорсткістю 50 Н/м, відвели вниз від положення рівноваги на 5 см і відпустили без поштовху. За який час воно пройде шлях 30 см? Тертя та опір повітря не враховуйте.

11 *(4 бали)* Два камінці кинули одночасно з даху: перший — угору зі швидкістю 12 м/с, а другий — у горизонтальному напрямі зі швидкістю 9 м/с. Визначте відстань між камінцями через 2 с, нехтуючи опором повітря.

12 *(4 бали)* Перший супутник рухається навколо планети коловою орбітою радіусом 40 000 км, період його обертання дорівнює 20 год. Другий супутник планети рухається еліптичною орбітою, його відстань від центра планети змінюється від 8000 до 12 000 км. Визначте період обертання другого супутника.

13 *(5 балів)* Жорсткий дріт зігнули так, що кожна його ділянка має форму півкола радіусом R (рис. 1). Намистина масою m ковзає без тертя по дроту. У верхніх точках своєї траєкторії намистина не тисне на дріт. З якою силою вона тисне на дріт у нижніх точках траєкторії?

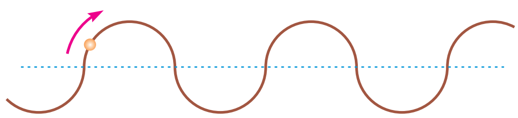


Рис. 1

14 *(5 балів)* Легку нерозтяжну нитку перекинули через блок, закріплений на похилій площині, та прикріпили до кінців нитки однакові тягарці масою m (рис. 2). Тертям між правим тягарцем і похилою площиною, масою блока та тертям у його осі можна знехтувати. Кут нахилу площини до горизонту дорівнює α. Визначте силу натягу нитки.

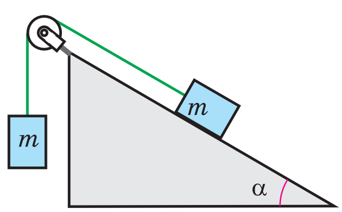


Рис. 2

! Звірте ваші відповіді з наведеними в кінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму поділіть на три. Одержаний результат відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

Тренувальні тестові завдання з комп'ютерною перевіркою ви знайдете на електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання».

ОРІЄНТОВНІ ТЕМИ ПРОЕКТІВ

1. Центр мас і рух тіл у польоті.
2. Фонтан Герона та закони гідродинаміки.
3. Політ до Сонця: в чому полягають головні проблеми?
4. Гравітаційні маневри та вивчення Сонячної системи.
5. Коливання маятника та параметричний резонанс.
6. Дослідження коливань у системі зв'язаних маятників.
7. Дослідження стоячих хвиль у повітрі всередині труби.
8. Комп'ютерне моделювання руху супутників Землі.
9. Комп'ютерне моделювання коливальних процесів.

ТЕМИ РЕФЕРАТІВ І ПОВІДОМЛЕНЬ

1. Припливний ефект на Землі та в Сонячній системі.
2. Відцентрові механізми від часів Ватта до наших днів.
3. Центр мас і центр ваги.
4. Темна матерія та темна енергія — виклик теорії тяжіння?
5. Сила Коріоліса та маятник Фуко.
6. Дослідження Еммі Нетер і глибокий зміст законів збереження.
7. Додавання перпендикулярних коливань і фігури Ліссажу.
8. Руйнування Такомського моста як наслідок виникнення автоколивань.
9. Поверхневі та об'ємні хвилі в сейсмології.
10. Хвиля в середовищі з дисперсією: чим відрізняються фазова та групова швидкості.

ТЕМИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1. Дослідження обертання з кутовим прискоренням.
2. Конструювання та випробування дії моделі гіробусу.
3. Виготовлення та випробування дії водометного двигуна.
4. Дослідження руху води в трубі зі змінною площею поперечного перерізу.
5. Отримання фігур Ліссажу за допомогою ниткового маятника.
6. Дослідження коливань фізичного маятника.
7. Дослідження спектрів звуків різних музичних інструментів.

На електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання» ви знайдете не тільки корисні поради, що допоможуть вам у роботі над проектом, рефератом і в проведенні експерименту, а й цікаві додаткові відомості, енциклопедичну сторінку про механіку.

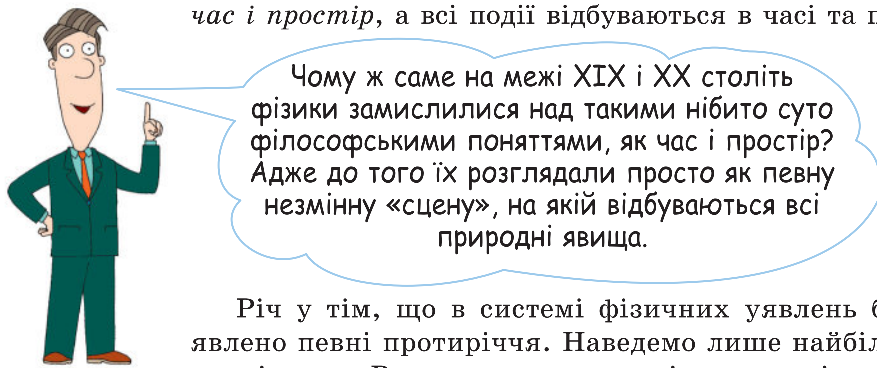
Розділ 2

ЕЛЕМЕНТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

§ 18. ПОСТУЛАТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ, ЇХ НАСЛІДКИ

1 Чому виникла потреба в новій теорії. Постулати теорії відносності

Кожна нова фізична теорія виникала для описання якогось кола явищ. Теорія мала пояснити вже відомі експериментальні результати та передбачити якісь нові. Створення **спеціальної теорії відносності** було закономірним наслідком попереднього розвитку фізичних уявлень про світ. Проте ця теорія не стала просто «ще одним» розділом теоретичної фізики. Можна сказати, що вона пронизує *всю* фізику. Адже ця теорія — *система уявлень про час і простір*, а всі події відбуваються в часі та просторі.



Річ у тім, що в системі фізичних уявлень було виявлено певні протиріччя. Наведемо лише найбільш очевидні з них. Ви знаєте, що швидкість руху тіла відносно двох різних інерціальних систем відліку обов'язково є різною, так само є різною й швидкість механічної хвилі. А от із теорії Дж. Максвелла випливало, що швидкість електромагнітної хвилі (зокрема світла) у вакуумі завжди має бути $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с. Поставало питання: в якій системі відліку швидкість саме така? Теорія давала дуже дивну відповідь: у будь-якій інерціальній системі відліку!

Отже, виникло принципове протиріччя між висновками механіки Ньютона і теорії електромагнітних явищ, створеної Дж. Максвеллом. Щось було не так... Яку ж із цих теорій доведеться «відмінити»?

Американські вчені А. Майкельсон і Е. Морлі провели знаменитий дослід, який показав: орбітальний рух Землі

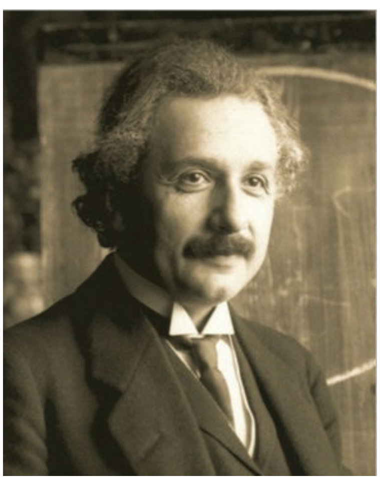


Рис. 18.1. Альберт Ейнштейн (1879–1955) — один із творців сучасної фізики. Створив спеціальну теорію відносності, теорію тяжіння (загальну теорію відносності), теорію фотоефекту. Передбачив існування вимушеного випромінювання (на якому ґрунтується дія лазера), розвинув статистичну теорію броунівського руху, створив квантову статистику частинок із цілим спіном. Лауреат Нобелівської премії з фізики (1921), великої кількості нагород від академій практично всіх країн світу. 2005 рік був оголошений ЮНЕСКО роком фізики саме з нагоди століття відкриття спеціальної теорії відносності Альбертом Ейнштейном

ніяк не впливає на швидкість поширення світла у вакуумі. Це суперечило відомому класичному закону додавання швидкостей*.

Видатні вчені того часу — перш за все Х. Лоренц і Ж. Пуанкаре — зробили серйозні кроки до створення нової теорії, вільної від протиріч. Проте честь створення спеціальної теорії відносності, безумовно, належить А. Ейнштейну (рис. 18.1). 1905 року було опубліковано його статтю з викладенням основ цієї теорії. Ця робота та декілька інших дуже швидко зробили молодого нікому не відомого співробітника патентного бюро найвідомішим у світі фізиком.

Ейнштейн побудував спеціальну теорію відносності (СТВ) на основі двох постулатів (подібно до того, як свого часу Евклід побудував геометрію на основі кількох аксіом).

Перший постулат СТВ

! В усіх інерціальних системах відліку закони природи однакові.

Другий постулат СТВ

! Швидкість поширення світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку.

Перший постулат дуже нагадує принцип відносності Ґалілея (див. § 6). Проте цей постулат стосується не тільки механічних явищ, а й усіх інших. Це цілком природно: адже неможливо «відділити» механічні та електромагнітні явища. Досить згадати, що сили пружності та тертя, які розглядають у механіці, мають електромагнітну природу. Відповідно до першого постулату СТВ не існує якоїсь «головної» інерціальної системи відліку, яку можна було б назвати «абсолютно нерухомою». Рух і спокій можуть бути тільки відносними.

Другий же постулат здається спочатку дуже дивним. Він означає, що на швидкість світла** не впливає ані рух джерела, ані рух приймача світла. Від світлового сигналу не тільки неможливо втекти, неможливо навіть зменшити швидкість його наближення.

2 Деякі наслідки з постулатів теорії відносності

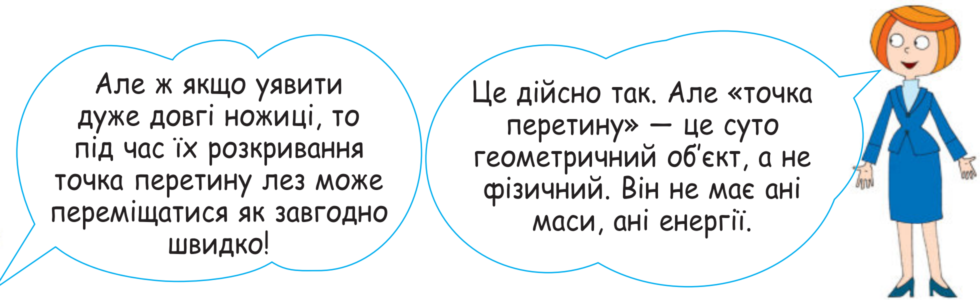
З постулатів СТВ випливає, що швидкість світла у вакуумі c є максимально можливою швидкістю перенесення речовини, енергії та інформації. Більшої швидкості в природі просто не існує! Якщо формулювати точніше, то для частинок речовини й ця швидкість є недосяжною: швидкості їх руху можуть тільки наближатися до c, але не можуть зрівнятися з цією граничною швидкістю. Таку швидкість мають тільки електромагнітні хвилі у вакуумі та гравітаційні хвилі.

Навколо фізики

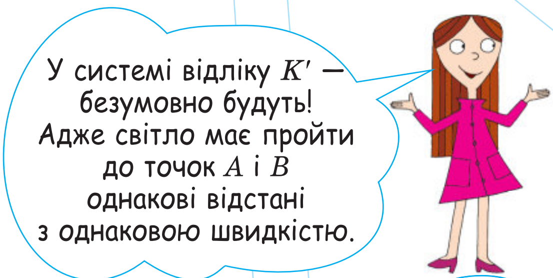
Уже через 5 років після створення теорії відносності російський фізик В. С. Ігнатовський (1875–1942) показав, що для побудови теорії відносності можна обійтися навіть без другого постулату Ейнштейна. Існування сигналів, швидкість яких однакова в усіх інерціальних системах відліку, є обов'язковим наслідком рівноправності всіх інерціальних систем відліку. Правда, з такої теорії не випливає, що відповідні сигнали — це саме електромагнітні хвилі у вакуумі.

* Сам А. Ейнштейн згадував, що під час створення спеціальної теорії відносності він ще не знав про результати дослідів Майкельсона і Морлі.

** Тут і надалі в цьому та наступному параграфах «швидкість світла» означає «швидкість світла у вакуумі».



Відносність одночасності. Проведемо подумки експеримент: уявімо, що повз спостерігача на платформі (з платформою пов'язана система відліку K) проїжджає з постійною швидкістю v вагон (з ним пов'язана система відліку K'), у якому перебуває інший спостерігач. Точно посередині вагона вмикають точкове джерело світла S (рис. 18.2). Нас цікавлять дві різні події: потрапляння світла на задню стінку A вагона та на його передню стінку B. Для простоти вважатимемо, що світло поширюється у вакуумі. Отже, чи будуть одночасними обидві події?



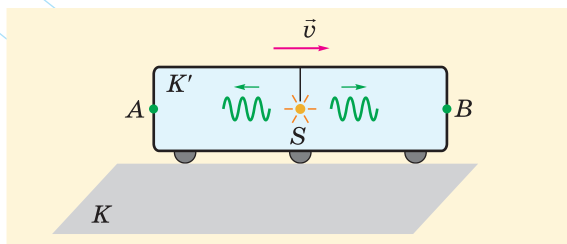
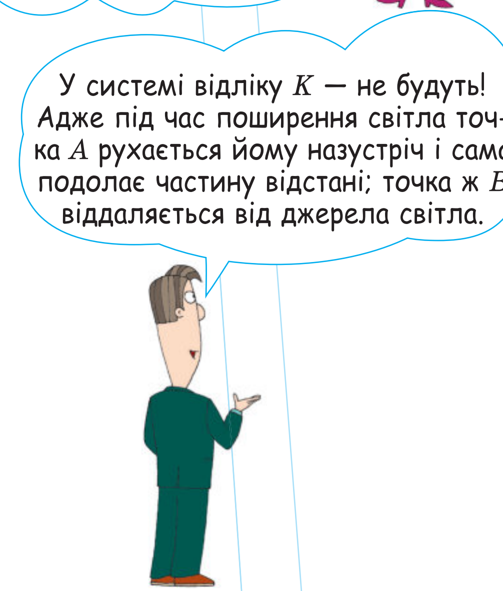


Рис. 18.2. Уявний експеримент з перевірки одночасності двох подій



Ми дійшли «дивного» висновку: в системі відліку K' обидві події одночасні $(t'_A = t'_B)$, а в системі відліку K подія A відбувається раніше, ніж подія B $(t_A < t_B)$. Таким чином, немає «абсолютно одночасних» подій у різних точках простору: одночасність залежить від вибору системи відліку.

Можна знайти й таку систему відліку, в якій подія B передуватиме події A: саме такою буде послідовність подій з точки зору пасажирів поїзда, що обганяє наш поїзд. Але не слід думати, що тут «можливо все» — наприклад, що м'яч може потрапити у ворота раніше, ніж футболіст завдасть удару.

А от таке вже неможливо. М'яч завжди потрапляє у ворота *після* удару. Якщо ви прочитаєте цей параграф до кінця, то зумієте довести (вправа 18.5), що «переставляти» в часі можна не всі пари подій. Якщо між подіями існує причинний зв'язок, то така перестановка напевно неможлива.

Відносність довжини. Більшість людей навіть не замислюються над тим, як виміряти, наприклад, довжину стрижня. Зрозуміло, що треба просто прикласти до нього лінійку та визначити, скільки поділок укладається між кінцями стрижня. Але такий простий спосіб «працює», лише коли стрижень нерухомий відносно лінійки. А як здійснити вимірювання довжини *рухомого* стрижня за допомогою *нерухомої* лінійки?

Можна, наприклад, розмістити лінійку так, щоб стрижень рухався впритул до неї вздовж шкали. Тоді для вимірювання довжини стрижня досить одночасно зафіксувати ті поділки, біля яких містяться кінці стрижня (рис. 18.3). Але що значить «одночасно»? Ми вже знаємо, що в різних системах відліку це не одне й те саме. Отже, *довжина l рухомого предмета відрізняється від довжини l_0 того самого предмета в його «власній» системі відліку* (тобто в тій, у якій цей предмет нерухомий). Виявляється, рухомий предмет «скорочується»: $l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} < l_0$. Тут v — швидкість руху предмета відносно обраної системи відліку.

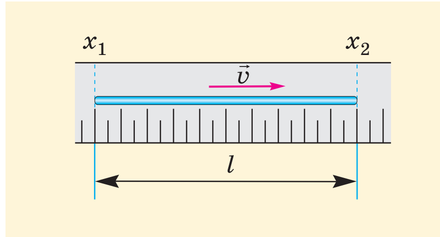


Рис. 18.3. Вимірювання довжини рухомого стрижня: $l = x_2 - x_1 < l_0$

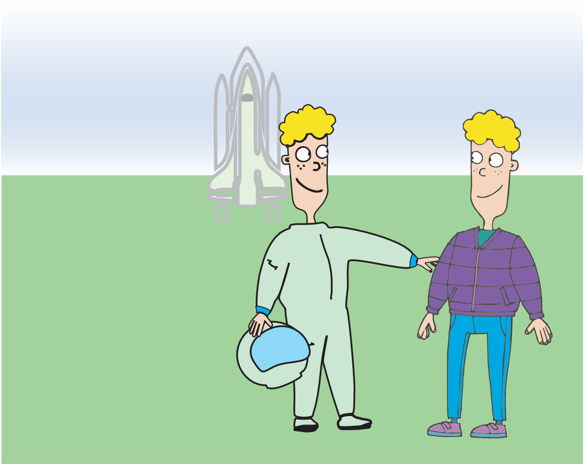
Можна довести, що це стосується тільки розмірів предмета в напрямі руху; «поперечні» ж розміри не змінюються. Отже, якщо вісь рухомого стрижня напрямлена паралельно швидкості його руху, то стрижень з точки зору нерухомого спостерігача скорочується, але його товщина не змінюється.

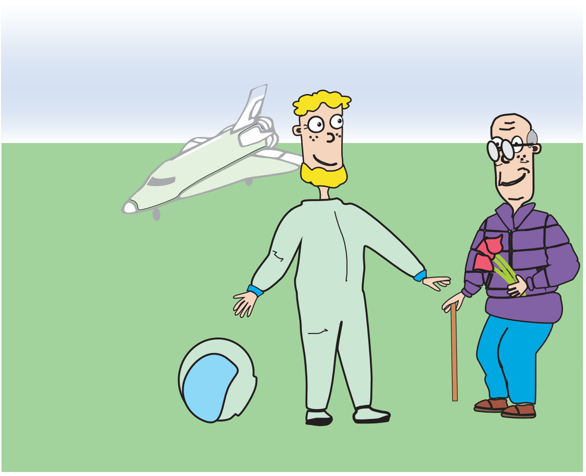
Відносність проміжків часу. Так само як розміри тіл є різними в різних системах відліку, проміжок часу між двома подіями теж залежить від того, в якій саме системі відліку вимірюється час. Але якщо довжина предмета у «власній» системі відліку *найбільша*, то проміжок часу Δt є *найменшим* у тій системі відліку, в якій обидві події відбулися в одній точці. Якщо позначити цей найменший проміжок часу Δt_0, то $\Delta t = \dfrac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t_0$ (іноді цей ефект називають «сповільненням часу»).

Ви, мабуть, уже помітили, що суттєві відмінності між довжиною тіл (як і між проміжками часу) в різних системах відліку спостерігаються, лише коли швидкість руху є порівнянною зі швидкістю світла. Ще донедавна людство не мало справи з такими великими швидкостями. Навіть якщо $v = 30$ км/с (це швидкість орбітального руху Землі навколо Сонця), отримуємо $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1 - 5\cdot 10^{-9} \approx 1$. Отже, розглянуті ефекти СТВ за таких умов практично непомітні. А от коли розглядається рух частинок у прискорювачах, ці ефекти дуже великі. Висновки СТВ з великою точністю підтверджено експериментами.

Навколо фізики

Одна з найдивовижніших елементарних частинок — нейтрино (існують кілька типів нейтрино). Ці частинки дуже слабо взаємодіють з іншими, тому можуть долати великі відстані всередині щільної речовини. Для нейтрино земна куля набагато прозоріша, ніж чисто вимите скло для світла. Довгий час уважали, що нейтрино завжди рухаються зі швидкістю світла. Нещодавно було навіть сенсаційне повідомлення про виявлення руху нейтрино з надсвітловою швидкістю. Проте повідомлення виявилося помилковим. Нині встановлено, що швидкість руху нейтрино менша від швидкості світла у вакуумі, хоч може бути й дуже близькою до цієї граничної швидкості.





Іноді для перевірки цих висновків навіть не потрібні фантастичні швидкості руху. Одним із наслідків «сповільнення часу» є так званий «парадокс близнюків». Спочатку його обговорювали як уявний експеримент. Уявімо, що перший із двох близнюків подорожуватиме в космічному кораблі з великою швидкістю відносно Землі, а другий чекатиме на нього вдома. Тоді після повернення космічного корабля на Землю після 20-річної подорожі виявиться, що близнюк-космонавт біологічно набагато молодший за свого брата. Та й бортові годинники покажуть, що на кораблі минуло далеко не 20 років.

Зрозуміло, що такий експеримент нині не можна реалізувати. Але в 1971 році було здійснено аналогічний експеримент, у якому близнюків замінили цезієві атомні годинники з дуже високою точністю ходу. Перший годинник здійснював повітряну подорож навколо Землі, а другий — перебував увесь час в лабораторії. Після подорожі покази цих годинників відрізнялися лише на кілька десятимільйонних часток секунди. Але саме така різниця й мала бути згідно з формулами СТВ (вона набагато перевищувала можливі похибки показів годинників).

3 Перетворення Лоренца

Вище ми навели деякі важливі формули СТВ. Усі ці формули, як і багато інших, випливають з **перетворень Лоренца**, які пов'язують координати та час певної події в різних інерціальних системах відліку. Ці співвідношення отримав нідерландський учений Х. Лоренц ще до створення СТВ, виходячи зовсім не з тих міркувань, якими керувався Ейнштейн.

Розглянемо «нерухому» систему відліку K і систему відліку K', що рухається відносно першої з незмінною швидкістю $\vec{v}$ (рис. 18.4). Виберемо декартові осі координат в обох системах відліку так, щоб осі Ox, Ox' були напрямлені вздовж напряму $\vec{v}$, а початок відліку часу в K і K' — у момент, коли початки координат в обох системах відліку збігаються. За такого вибору в класичній механіці виконуються перетворення Ґалілея:

$$\begin{cases} x = x' + vt', \\ y = y', z = z', \\ t = t'. \end{cases} \qquad (1)$$

Власне кажучи, останнє співвідношення ніхто довго й не записував. Однаковість плину часу в різних системах відліку здавалася абсолютно очевидною та обов'язковою. З погляду СТВ це вже не так.

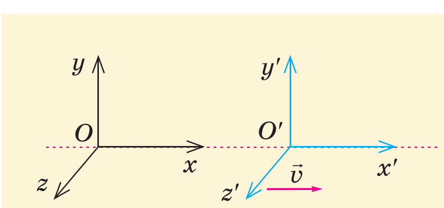


Рис. 18.4. Системи відліку K і K'

У СТВ місце перетворень Ґалілея заступають *перетворення Лоренца*:

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt'), \\ y = y', z = z', \\ t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}x'\right). \end{cases} \quad (2)$$

Виведення перетворень Лоренца див. на електронному освітньому ресурсі за посиланням.

Тут застосовано позначення $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Щоб виразити x', t' через x, t (тобто отримати зворотні перетворення), достатньо змінити знаки перед швидкістю v.

За допомогою цих перетворень можна отримати всі наведені вище формули СТВ. Доведемо, наприклад, формулу для «скорочення» рухомого стрижня. Для координат кінців такого стрижня у власній системі відліку K' у *будь-які моменти* виконується співвідношення $x_2' - x_1' = l_0$. Якщо взяти координати кінців стрижня в *один і той самий момент* у системі відліку K, то зі зворотних перетворень Лоренца випливає, що $x_2' - x_1' = \gamma(v)(x_2 - x_1)$, тобто $l = x_2 - x_1 = \frac{x_2' - x_1'}{\gamma(v)} = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

4 Релятивістський закон додавання швидкостей

Ті, хто вперше чує про СТВ, часто пропонують «простий» спосіб досягнути швидкості руху понад швидкість світла (c): треба «лише» розігнати ракету до швидкості $v_1 = \frac{3c}{4}$ відносно Землі, а потім з ракети запустити в напрямі її руху снаряд зі швидкістю $v_2 = \frac{3c}{4}$ відносно самої ракети. Тоді нібито швидкість снаряда відносно Землі буде $v = v_1 + v_2 = \frac{3c}{2}$. Але звичний спосіб додавання швидкостей ґрунтується на тому, що в класичній механіці, створеній Ґалілеєм і Ньютоном, плин часу в різних системах відліку не відрізняється. Тому з точки зору СТВ додавання швидкостей треба здійснювати інакше.

Розгляньмо тільки випадок додавання швидкостей, напрямлених уздовж однієї прямої. Нехай система відліку K' рухається відносно системи відліку K зі швидкістю v_1, а тіло рухається відносно K' зі швидкістю $v_2 = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$ у напрямі осі Ox'. Зі співвідношень (2) випливає:

Навколо фізики

Гравітаційні хвилі — це зміни гравітаційного поля, які поширюються в просторі з часом. Швидкість гравітаційних хвиль, як випливає з сучасної теорії гравітації, має дорівнювати швидкості світла у вакуумі. Такі хвилі мають випромінювати масивні тіла під час руху зі змінним прискоренням. Існування гравітаційних хвиль передбачив А. Ейнштейн у 1916 році. Проте зазвичай ці хвилі настільки слабкі, що їх не вдається реєструвати. Більш-менш помітні гравітаційні хвилі можуть виникати тільки під час космічних катастроф гігантського масштабу. Перша достовірна реєстрація гравітаційних хвиль відбулася 2015 року, цей успіх уже відзначено Нобелівською премією з фізики. Зареєстровані хвилі народилися внаслідок злиття двох чорних дір на відстані більше ніж мільярд світлових років від нас. Маса кожної з цих двох чорних дір приблизно в 30 разів перевищувала масу Сонця.

$\Delta x = \dfrac{\Delta x' + v_1 \Delta t'}{\sqrt{1 - \dfrac{v_1^2}{c^2}}}$, $\Delta t = \dfrac{\Delta t' + \dfrac{v_1 \Delta x'}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v_1^2}{c^2}}}$. Швидкість v руху тіла відносно системи відліку K дорівнює відношенню $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$. Отже,

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v_1 \Delta t'}{\Delta t' + \dfrac{v_1 \Delta x'}{c^2}}.$$

Підставивши $\Delta x' = v_2 \Delta t'$, остаточно отримаємо

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \dfrac{v_1 v_2}{c^2}}. \qquad (3)$$

Фактично величини v, v_1, v_2 в цій формулі — це проекції відповідних швидкостей на вісь, напрямлену вздовж траєкторії руху. Тому залежно від напряму руху значення цих величин можуть бути додатними або від'ємними.

З формули (3) випливає, що за умови $v_1 < c$, $v_2 < c$ обов'язково виконується співвідношення $v < c$. Отже, наведений вище «простий» спосіб розгону не дозволить наздогнати або обігнати світло.

Якщо ж швидкість v_2 дорівнює швидкості світла, то отримуємо й $v = c$. Так і має бути відповідно до другого постулату СТВ.

Формула (3) ілюструє **принцип відповідності:** за малих швидкостей знаменник у цій формулі практично не відрізняється від одиниці, і ми знов отримуємо класичну формулу додавання швидкостей.

А от за великих значень швидкостей відмінність від класичної формули додавання швидкостей є принциповою. Формулу (3) називають **релятивістським законом додавання швидкостей**. Релятивістськими (порівняйте, наприклад, з англійським *relative* — відносний) називають усі ефекти, що стають помітними за швидкостей руху, порівнянних зі швидкістю світла. Отже, для пояснення цих ефектів слід враховувати висновки СТВ.

Підбиваємо підсумки

СТВ як система уявлень про простір-час побудована А. Ейнштейном на основі двох постулатів:

1. В усіх інерціальних системах відліку закони природи однакові.

2. Швидкість поширення світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку.

Згідно з СТВ просторові інтервали та проміжки часу між певними подіями залежать від вибору інерціальної системи відліку, в якій розглядаються ці події. Дві події можуть бути або не бути одночасними знов-таки залежно від вибору системи відліку.

Швидкість світла у вакуумі є верхньою границею для швидкості перенесення речовини, енергії та інформації. Релятивістський закон додавання швидкостей, напрямлених вздовж однієї прямої, має вигляд $v = \dfrac{v_1 + v_2}{1 + \dfrac{v_1 v_2}{c^2}}$.

Координати та час певної події в різних системах відліку пов'язані через перетворення Лоренца. Якщо швидкість відносного руху систем відліку набагато менша від швидкості світла, перетворення Лоренца переходять у перетворення Ґалілея.

Контрольні запитання

1. На основі яких двох постулатів А. Ейнштейн побудував СТО? 2. Що ви знаєте про швидкість світла у вакуумі? 3. Чи можуть якісь дві події відбуватися одночасно в будь-якій інерціальній системі відліку? 4. У чому полягає ефект «сповільнення часу»? 5. Запишіть релятивістський закон додавання швидкостей.

Вправа № 18

1. Довжина стрижня у власній системі відліку K' дорівнює 1 м. Визначте довжину стрижня в системі відліку K. Швидкість руху K' відносно K напрямлена вздовж осі стрижня та дорівнює за модулем $0{,}6c$.

2. Ракета рухається відносно Землі зі швидкістю $0{,}5c$. З ракети запускають снаряд у напрямі руху ракети зі швидкістю $0{,}5c$ відносно неї. Визначте швидкість руху снаряда відносно Землі.

3. Дві частинки віддаляються від спостерігача в одному напрямі зі швидкостями $0{,}4c$ і $0{,}9c$. Визначте швидкість руху однієї частинки відносно іншої.

4. Скориставшись формулою (3), наведеною в тексті параграфа, доведіть, що швидкість поширення світла у вакуумі відносно різних інерціальних систем відліку є однаковою. Розгляньте випадки поширення світла в напрямі осі координат і в протилежному напрямі.

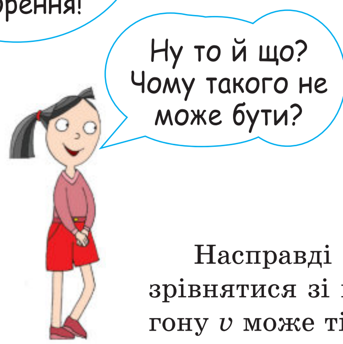
5. Подія B є наслідком події A. Скориставшись формулами перетворень Лоренца, доведіть, що в жодній інерціальній системі відліку подія B не може відбуватися раніше за подію A.

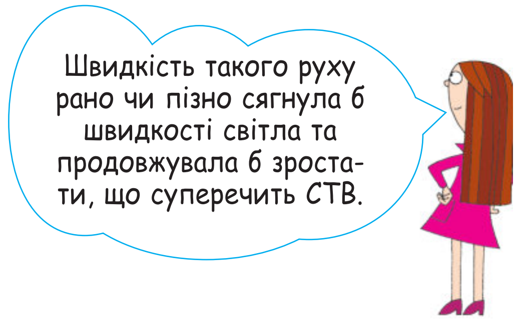
§ 19. ІМПУЛЬС І ЕНЕРГІЯ В СТВ. РЕЛЯТИВІСТСЬКА ДИНАМІКА

1 Імпульс і маса тіла в СТВ

Ми вже знаємо, як змінюються координати подій (у просторі та часі, які фактично об'єднуються в СТВ) унаслідок переходу в іншу інерціальну систему відліку.

Інакше кажучи, ми познайомилися з кінематикою в рамках СТВ. Тепер розберемося, чи змінюються в СТВ закони динаміки порівняно зі звичними законами механіки Ньютона. Ідеться перш за все про другий закон Ньютона: адже справедливість першого закону динаміки не викликає сумніву.





Насправді щось має заважати швидкості v руху тіла зрівнятися зі швидкістю c світла. Під час будь-якого розгону v може тільки наближатися до c (рис. 19.1).

Виявляється, що другий закон механіки є справедливим і в СТВ. Проте тепер його можна застосовувати тільки в імпульсній формі: $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$. Тут $\Delta\vec{p}$ — зміна імпульсу тіла за час Δt під дією сили $\vec{F}$. Інакше кажучи, і в СТВ сила дорівнює швидкості зміни імпульсу тіла. Головна відмінність від аналогічного співвідношення класичної механіки — у виразі самого імпульсу тіла. У СТВ доведено, що

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v}\,. \qquad (1)$$

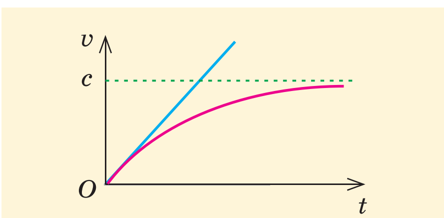
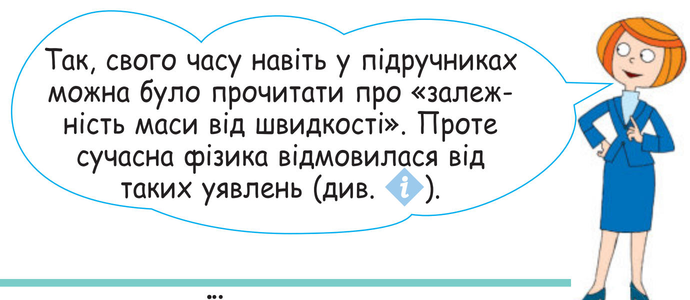


Рис. 19.1. Зміна швидкості руху тіла з часом під дією постійної сили: згідно з класичною механікою (синя лінія) та відповідно до СТВ і експериментальних даних (червона лінія)

За малих швидкостей руху цей вираз переходить у класичну формулу $\vec{p} = m\vec{v}$, а за великих (релятивістських) швидкостей імпульс дуже швидко зростає внаслідок збільшення швидкості. Саме тому розганяти тіло стає все важче, а розігнати тіло до швидкості світла взагалі неможливо.



2 Зв'язок маси та енергії

У СТВ змінюється й вираз для енергії тіла. З точки зору механіки Ньютона рухоме тіло має кінетичну енергію, а енергія нерухомого тіла (яке ні з чим не взаємодіє) дорівнює нулю.

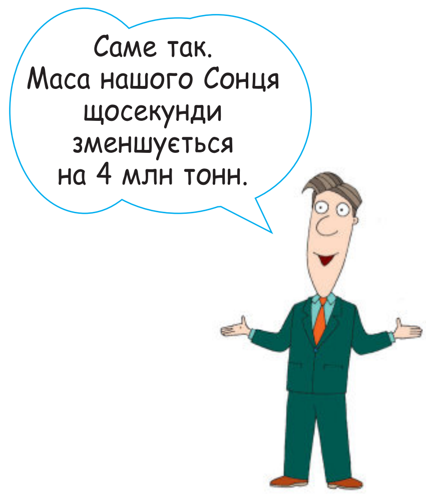
А от з точки зору СТВ, коли тіло масою m рухається зі швидкістю $\vec{v}$ відносно певної системи відліку, енергія тіла в цій системі відліку

$$W = \gamma mc^2. \qquad (2)$$

Згідно з формулою (2), навіть коли швидкість руху тіла прямує до нуля, енергія цього тіла зменшується не до нуля, а до значення $W_0 = mc^2$. Отже, навіть нерухома частинка має енергію! Її називають **енергією спокою**.

> **!** Кожне тіло має енергію просто внаслідок свого існування.

Виявляється, між масою та енергією існує тісний зв'язок. Не тільки кожна частинка має певну енергію, а й електричне поле навколо зарядженого тіла або магнітне поле струму мають певну масу.



Наскільки велика енергія спокою? Виявляється, вона є гігантською. Навіть якщо взяти крихітну крапельку води масою 1 мг, то її енергія спокою становить 90 млрд джоулів! Щоб отримати таку енергію, треба спалити близько 2 т бензину.

Чому ж так довго ніхто навіть не підозрював про існування такої енергії? Ця енергія зазвичай лишається прихованою, ми ж помічаємо тільки *перетворення* енергії (часто говорять про *вивільнення* енергії). Навіть під час атомного вибуху вивільняється тільки близько 0,1 % енергії спокою. Що ж тоді казати про інші процеси...

Що ж таке кінетична енергія тіла $W_к$ з точки зору СТВ? Це просто *додаткова* енергія, що виникає внаслідок руху. Отже, $W_к = W - W_0 = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - mc^2$.

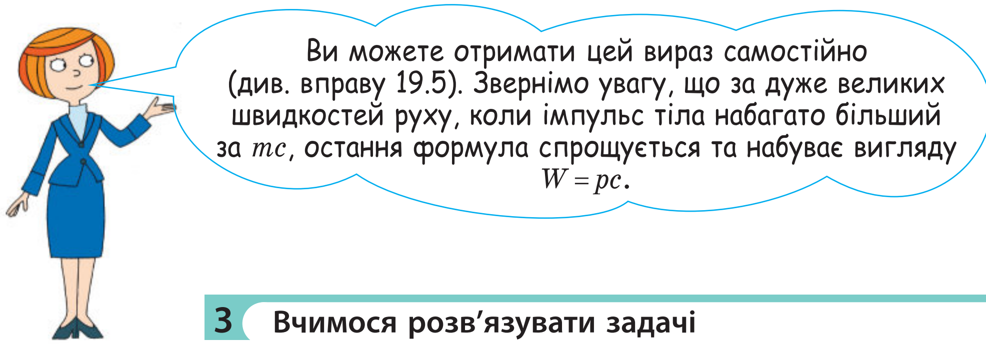
За малої швидкості руху цей вираз можна спростити:

$$W_к = mc^2\,\frac{1-\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = mc^2\,\frac{\left(1-\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)\left(1+\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\left(1+\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)} = \frac{mv^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\left(1+\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)} \approx \frac{mv^2}{2}.$$

Ми скористалися тим, що $\dfrac{v^2}{c^2} \ll 1$. Отриманий вираз, як і слід було очікувати, збігається з класичним виразом для кінетичної енергії.

! Повна енергія тіла та його імпульс залежать від швидкості руху тіла. Якщо виключити з відповідних формул швидкість, отримаємо вираз енергії через імпульс тіла (цей вираз є корисним для розгляду багатьох питань):

$$W = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}. \qquad (3)$$



3 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. За якої швидкості руху тіла його кінетична енергія становить чверть від енергії спокою цього тіла?

Дано:

$W_к = \frac{1}{4}W_0$

$c = 3\cdot 10^8\ \frac{м}{с}$

v — ?

Розв'язання

Повна енергія рухомого тіла

$$W = W_0 + W_к = \frac{5}{4}W_0.$$

Скористаємося формулою (2):

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{4}mc^2.$$

З неї випливає, що $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{4}{5}$ і $v = 0{,}6c = 1{,}8\cdot 10^8$ м/с.

Відповідь: $v = 1{,}8\cdot 10^8$ м/с.

Задача 2. Постійна сила протягом часу t надала нерухомому тілу масою m релятивістської скорості v. Визначте модуль F цієї сили.

Розв'язання. Рух тіла під дією постійної сили за великих швидкостей не є рівноприскореним. Тому краще скористатися зв'язком між силою та зміною імпульсу тіла. Для прямолінійного руху можна записати

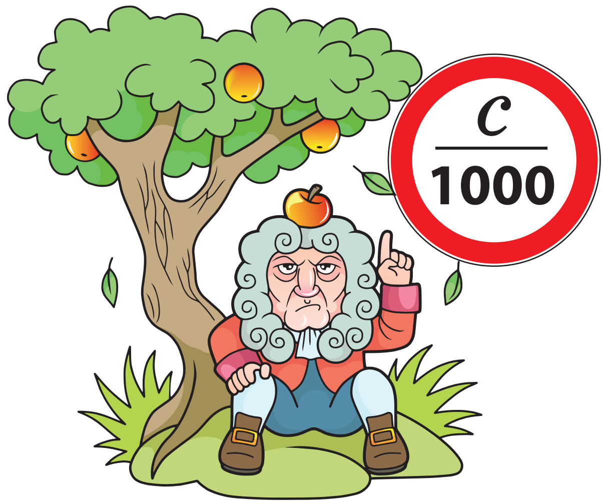
$$\Delta p = Ft, \text{ або } \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = Ft.$$

Звідси знаходимо

$$F = \frac{mv}{t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

За малої швидкості v ця формула переходить у добре відому формулу класичної механіки $F = \frac{mv}{t} = ma$.

Відповідь: $F = \frac{mv}{t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.



Підбиваємо підсумки

У СТВ, як і в класичній механіці, $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$. Відрізняється лише зв'язок між імпульсом і швидкістю руху тіла: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$.

Повна енергія рухомого тіла $W = \gamma mc^2$.

Навіть нерухоме тіло має енергію спокою $W_0 = mc^2$. Кінетична енергія тіла дорівнює різниці між його повною енергією та енергією спокою.

Контрольні запитання

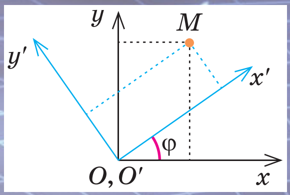
1. Який вигляд має залежність імпульсу релятивістської частинки від швидкості її руху? 2. Яке рівняння пов'язує імпульс тіла та силу, що діє на це тіло? 3. Що таке енергія спокою тіла? 4. Запишіть формулу для кінетичної енергії тіла, що рухається з релятивістською швидкістю.

Вправа № 19

1. Визначте імпульс частинки масою 1 г, що рухається зі швидкістю 250 000 км/с.
2. Визначте енергію спокою води в пляшці ємністю 0,5 л. Виразіть відповідь у джоулях і кіловат-годинах. Густина води дорівнює 1000 кг/м^3.
3. Тіло масою 50 г рухається зі швидкістю $0{,}8c$. Визначте його кінетичну енергію.
4. За який час сила 1 Н надасть нерухомому тілу масою 1 г швидкості 240 000 км/с?
5. Виведіть самостійно з наведених у тексті параграфа формул (1) і (2) вираз енергії тіла через його масу m та імпульс p, тобто формулу (3).

Енциклопедична сторінка

Ви вже знаєте, що спеціальна теорія відносності — це система сучасних уявлень щодо простору та часу. Ці уявлення на перший погляд суперечать нашим звичним уявленням, проте докладний аналіз показує, що ніяких протиріч тут немає. Просто за малих швидкостей усі «фантастичні» ефекти СТВ переходять у «звичайні» закономірності класичної фізики. І все ж таки ця теорія не перестає дивувати.



Невдовзі після створення СТВ нею зацікавився видатний німецький математик Г. Мінковський (він, до речі, свого часу викладав математику самому А. Ейнштейну). Цей учений показав, що перетворення Лоренца мають певний геометричний зміст. Проілюструємо це, розглядаючи тільки перетворення величин x, t (тобто однієї просторової координати та часу).

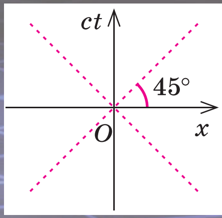
Порівняємо формули перетворень Лоренца з формулами перетворень декартових координат точки M на площині внаслідок повороту системи координат навколо осі, що проходить через початок координат (див. рисунок).

Ви можете переконатися самі, що $\begin{cases} x = x'\cos\varphi - y'\sin\varphi, \\ y = x'\sin\varphi + y'\cos\varphi. \end{cases}$ Як бачимо, ці формули задають лінійне перетворення, як і перетворення Лоренца. Координати змінюються, проте є й інваріантна величина (така, що не змінюється внаслідок перетворень). Очевидно, такою величиною в евклідовому просторі є відстань точки до початку координат (або, наприклад, квадрат цієї відстані). Інакше кажучи, інваріантною є сума квадратів обох координат точки. Ви можете скористатися формулами перетворень, щоб перевірити співвідношення $x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$.

Уявімо тепер, що точка на площині відповідає певній події, а поворот декартових осей координат — переходу з однієї інерціальної системи координат в іншу. За такого підходу зміна просторової координати x та часу t є природною. Але тоді виявляється, що ці величини є «рівноправними», як і декартові координати точки. Виходить, що треба розглядати не «окремі» просторові координати та час, а «об'єднаний» простір-час. Отже, насправді ми живемо не в тривимірному світі, а в чотиривимірному. Координати кожної точки (події) в такому світі — це, наприклад, x, y, z, ct (ми помножили час на швидкість світла, щоб усі координати мали однакову розмірність).

Але ж і чотиривимірний простір-час має характеризуватися певними інваріантними величинами. Виявляється, чотиривимірний простір-час у геометрії Мінковського є псевдоевклідовим. Це означає, що інваріантною є не сума квадратів координат, а різниця цих квадратів, тобто $c^2t^2 - x^2$ (у загальному випадку це буде $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$). Скориставшись перетвореннями Лоренца, переконайтеся самі в інваріантності наведеної величини. Саме вона задає в СТВ «відстань» події від початку відліку простору-часу.

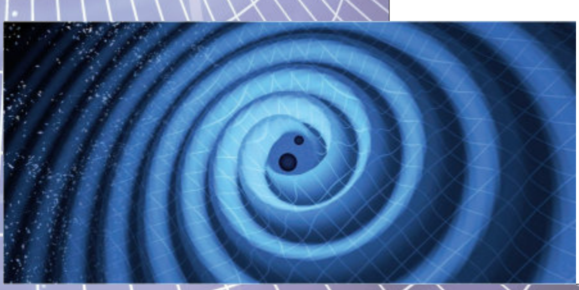
Величини x, y, z, ct утворюють так званий *чотиривектор*. Так само утворюють чотиривектор і проекції імпульсу тіла та його повна енергія (щоб усі ці величини мали однакову розмірність, енергію розділимо на швидкість світла). Цей чотиривектор (його називають вектором енергії — імпульсу) є релятивістським узагальненням «звичайного» вектора імпульсу. Його можна записати у вигляді $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{W}{c}\right)$ або $\left(\vec{p}, \frac{W}{c}\right)$. Інваріантною величиною («квадратом довжини» цього вектора) є $\frac{W^2}{c^2} - p^2$. Як легко довести, $\frac{W^2}{c^2} - p^2 = m^2c^2$.



Цікаво, що «відстань» між двома подіями в просторі-часі дорівнює нулю, якщо просторова відстань Δl між цими подіями та проміжок часу Δt між ними пов'язані співвідношенням $\Delta l = c \cdot \Delta t$. Отже, чотиривимірна «відстань» між такими подіями, як випромінювання світла у вакуумі та його поглинання, дорівнює нулю! Якщо дозволити світлу поширюватися тільки вздовж осі Ox, то відстань між *усіма* точками на червоних штрихових лініях (див. рисунок) і початком координат дорівнюватиме нулю.

Усі ці міркування можуть здатися занадто абстрактними та складними. Проте сам Ейнштейн дуже високо оцінив внесок Мінковського в розвиток уявлень щодо простору-часу. Коли через 10 років після СТВ Ейнштейн розробив загальну теорію відносності (теорію тяжіння), то в цій теорії тяжіння розглядалося саме як викривлення чотиривимірного простору-часу (тобто перехід від евклідового простору-часу до неевклідового).

Якими б складними та незрозумілими не здавалися комусь обидві ці теорії, вони нині є практично незаперечними. Спеціальна теорія відносності стала інженерною наукою, без неї неможливо було б проектувати сучасні прискорювачі частинок, у тому числі й знаменитий великий адронний колайдер. Без загальної теорії відносності неможливо було б пояснити давно відомі особливості руху Меркурія навколо Сонця, ефекти гравітаційного червоного зміщення для випромінювання, існування у Всесвіті чорних дір і виникнення гравітаційного випромінювання. Це випромінювання (гравітаційні хвилі), передбачене Ейнштейном століття тому, тільки нещодавно вдалося нарешті зареєструвати.



Отже, чотиривимірний простір-час описує справжню геометрію нашого світу.

ОРІЄНТОВНІ ТЕМИ ПРОЕКТІВ

1. Комп'ютерне моделювання руху релятивістської частинки під дією постійної сили.
2. Аналіз парадоксів спеціальної теорії відносності.
3. Чи правильно говорити про «перетворення маси в енергію»?
4. Теоретичне дослідження річної аберації світла зір.
5. Чи завжди світло у вакуумі поширюється прямолінійно?
6. Переваги колайдерів перед іншими прискорювачами частинок.

ТЕМИ РЕФЕРАТІВ І ПОВІДОМЛЕНЬ

1. Історія вимірювань швидкості світла.
2. Досліди Майкельсона з вимірювання швидкості світла.
3. Чому перетворення Лоренца з'явилися раніше за СТВ?
4. Історія наукових помилок: про «відкриття» рухів з надсвітловими швидкостями.
5. Енергія спокою та перетворення випромінювання — речовина.
6. Чорні діри в сучасній картині Всесвіту.
7. Стівен Хокінг: воля до життя та внесок у науку.

На електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання» ви знайдете не тільки корисні поради, що допоможуть вам у роботі над проектом, рефератом і в проведенні експерименту, а й цікаві додаткові відомості про спеціальну теорію відносності.

Розділ 3

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

§ 20. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ БУДОВИ РЕЧОВИНИ

1 З чого складається речовина

З курсу фізики 8 класу ви знаєте, на яких основних положеннях ґрунтуються сучасні уявлення про будову речовини. Традиційно називають три положення, дуже простих за змістом. Нагадаємо ці положення та експериментальні дані, що їх підтверджують.

> **!** **Положення 1.** Усі речовини складаються з окремих частинок, тобто мають дискретну структуру.

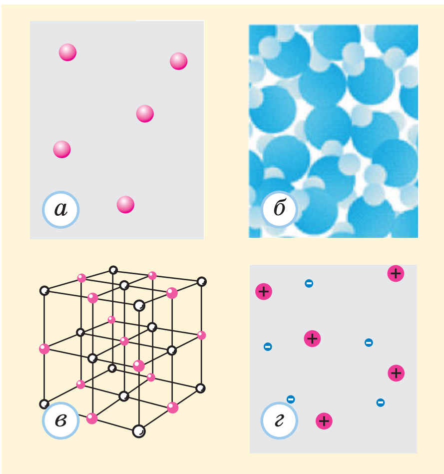


Рис. 20.1. Структурні одиниці різних речовин: а — атоми гелію; *б* — молекули води; *в* — йони в кристалі солі; *г* — йони та електрони в плазмі (гелій уважаємо газоподібним, а воду — рідкою)

Це означає, що речовину не можна ділити на все менші та менші «порції» безкінечно. Частинки, з яких складається речовина, називають її структурними одиницями. Ще в Стародавній Греції народилося уявлення про **атом** — найменшу неподільну частинку речовини. У сучасній науці атомом називають найменшу частинку певного хімічного елемента. Ви знаєте, що «сучасний» атом насправді не є неподільним, він складається з атомного ядра та електронів.

З окремих атомів складаються, наприклад, гелій, пара ртуті або алмаз. Структурними одиницями води, цукру або вуглекислого газу є **молекули**, що складаються з певної кількості атомів (молекули мають основні хімічні властивості відповідних речовин, а окремі атоми можуть і не мати таких властивостей). У кухонної солі структурними одиницями є позитивні та негативні **йони**, а в **плазмі** — головним чином позитивні йони та електрони (рис. 20.1).

У давнину потрібні були неабиякі фантазія та сміливість, щоб проголосити: у природі немає *суцільної* речовини, а ми не помічаємо структурних одиниць речовини тільки через їх мікроскопічні розміри. Прямих підтверджень такої думки не існувало, хоч непрямими підтвердженнями можна було вважати результати деяких простих дослідів (рис. 20.2). Оскільки крапля олії об'ємом $V=5$ мм^3 розпливається плівкою площею до $S=2$ м^2, орієнтовний розмір молекул можна вважати близьким до найменшої товщини цієї плівки $d=\frac{V}{S}=2{,}5\cdot10^{-9}$ м.

Рис. 20.2. Якщо на поверхню спокійної води налити трохи олії (або бензину), то вона розпливається по поверхні. Згодом площа цієї плівки перестає збільшуватися, а її товщина — зменшуватися. Найменша товщина плівки становить приблизно розмір однієї молекули

Ще одним непрямим підтвердженням існування атомів є те, що в хімічних реакціях між двома певними речовинами (наприклад, між вуглецем і киснем) відношення мас реагентів може змінюватися за простими закономірностями залежно від того, яким є кінцевий продукт реакції. Наприклад, на кожний грам вуглецю «витрачається» вдвічі більше кисню під час утворення вуглекислого газу, ніж під час утворення чадного газу. Це легко пояснити, порівнявши склад молекул утворених речовин (відповідно CO_2 і CO).

Нині фізики створили цілу низку приладів, що дозволяють *побачити* дискретну структуру речовини (рис. 20.3). Згодом ви дізнаєтеся про принципи їх дії. Отже, справедливість першого з основних положень молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) не викликає жодних сумнівів.

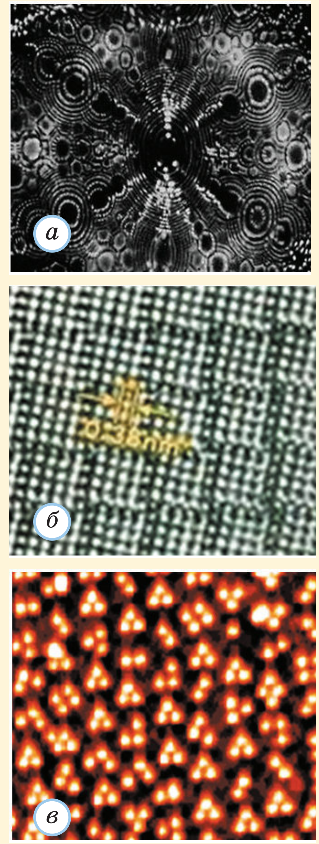


Рис. 20.3. Отримані за допомогою різних приладів зображення структури речовини: *а* — зображення вольфрамового вістря в йонному проекторі; *б* — зображення поверхні кристала ніобію, отримане за допомогою електронного мікроскопа і збільшене в 6 млн разів; *в* — зображення поверхні кристала германію, отримане за допомогою скануючого тунельного мікроскопа

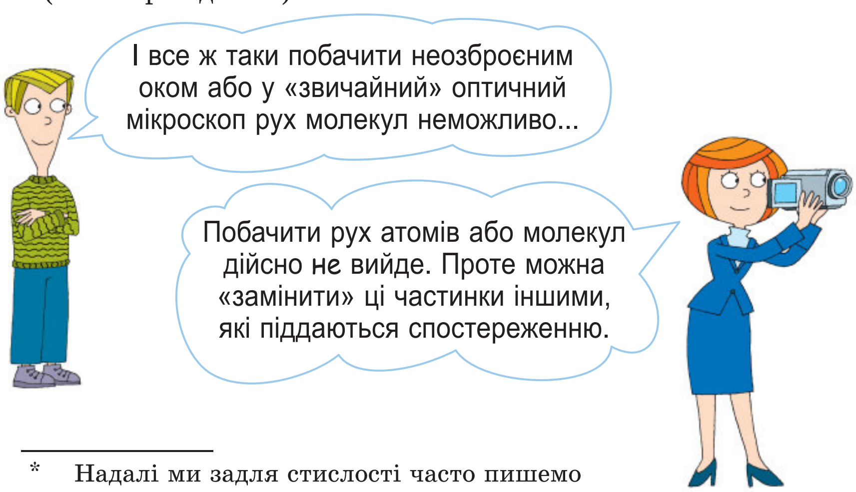
2 Рух і взаємодія частинок

Наступні два основних положення МКТ містять твердження щодо руху та взаємодії молекул*.

Положення 2. Молекули перебувають у безупинному хаотичному русі.

Одним із свідчень такого руху є явище **дифузії**, тобто процес переносу речовини, унаслідок якого відбувається взаємне проникнення речовин і вирівнювання їх концентрацій. Так поширюватиметься запах навіть у нерухомому повітрі внаслідок теплового руху молекул ароматичних речовин (хоч зазвичай набагато швидше переносять запахи конвекційні потоки повітря). Так само внаслідок хаотичного руху молекул цукру вони обов'язково розподіляються практично рівномірно в посудині з водою, а притиснуті один до одного бруски свинцю та золота через кілька років «зростаються» (рис. 20.4).

Хаотичний рух молекул спричиняє не тільки перенесення речовини (дифузію), а й перенесення імпульсу під час руху рідини або газу (в'язкість) та перенесення тепла (теплопровідність).



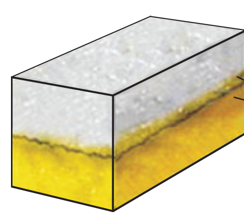


Рис. 20.4. Дифузія свинцю та золота поступово спричиняє «зростання» двох брусків із різних металів, тобто їх взаємне проникнення та утворення на межі шару «сплаву»

* Надалі ми задля стислості часто пишемо «молекули», а не «структурні одиниці речовини».

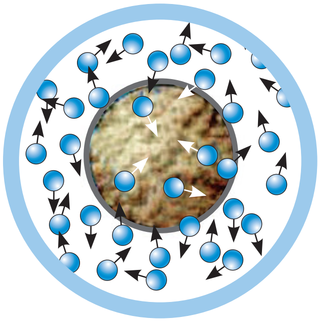


Рис. 20.5. Механізм виникнення броунівського руху (для простоти не показано, що броунівська частинка сама складається з окремих молекул). Молекули середовища зображено як сині кружечки

Цікавим різновидом дифузії є процес осмосу. Докладніше про цей процес див. за посиланням .

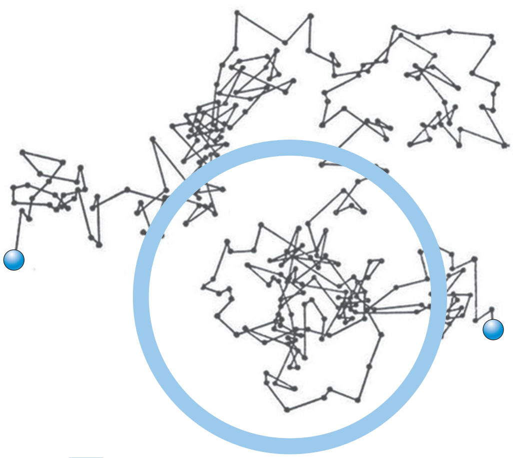


Рис. 20.6. Точки (вершини ламаної лінії) позначають положення броунівської частинки через рівні проміжки часу (наприклад, через 1 с). Ланки ламаної лінії, що сполучають сусідні вершини, насправді не є траєкторіями руху броунівської частинки між двома сусідніми вершинами ламаної

1827 року шотландський ботанік Р. Броун спостерігав під мікроскопом зважені у воді частинки рослинного походження (спори плауна). Він виявив, що ці частинки безупинно та хаотично рухаються. Подальші дослідження показали, що такий рух (**броунівський рух** маленьких частинок у рідині або газі) властивий усім частинкам (наприклад, порошинкам) аналогічних розмірів. Інтенсивність руху частинок будь-якої природи залежить від їх маси та температури середовища: швидкість руху тим більша, чим легші частинки та чим вища температура.

Причиною броунівського руху є хаотичний рух молекул речовини (рис. 20.5). Молекули завдають ударів по поверхні броунівської частинки. Ці удари й спричиняють тиск рідини або газу на поверхню. При цьому середні значення сил, що штовхають частинку праворуч і ліворуч, є однаковими. Але за маленьких розмірів частинки випадкові відхилення цих сил від середніх значень виявляються суттєвими. Удари молекул середовища почергово штовхають броунівську частинку праворуч, униз, угору, ліворуч... На рис. 20.6 показано умовну траєкторію її руху.

Теорію броунівського руху створив А. Ейнштейн 1905 року, майже через 80 років після відкриття цього явища. Виявляється, характери руху броунівської частинки та молекули середовища цілком аналогічні. Проте через більші розміри та масу броунівська частинка рухається набагато повільніше, а спостерігати за її рухом набагато легше. Можна сказати, що броунівська частинка поводиться як гігантська молекула.

Положення 3. Між молекулами існують сили взаємодії (притягання та відштовхування).

Власне кажучи, це твердження не викликає навіть сумнівів. Адже за відсутності взаємодії між молекулами, які безперервно та хаотично рухаються, не могли б існувати рідкі та тверді тіла. Молекули просто розліталися б! Не існували б і ми з вами, нікому було б писати та читати ці рядки...

Взаємодія між молекулами має електромагнітну природу (хоч атоми та молекули електрично нейтральні, вони

Навколо фізики

Наведену на рис. 20.6 лінію не слід розглядати як «справжню» траєкторію руху броунівської частинки. Річ у тім, що від однієї вершини цієї ламаної лінії до наступної частинка рухається не прямолінійно, а по складній траєкторії такого ж типу, як зображено на рисунку. Тобто кожну ланку насправді треба замінити всією лінією, зменшеною у відповідну кількість разів. Отже, насправді траєкторію можна вважати «самоподібною», тобто геометрично подібною своїм частинам. Виявляється, що такі цікаві геометричні об'єкти (їх називають фракталами) нерідко зустрічаються в живій і неживій природі. Прикладами є форми сніжинок або коралів. Систематичне вивчення фракталів у математиці почалось у XX столітті.

складаються із заряджених частинок). Ця взаємодія спричиняє як притягання, так і відштовхування молекул. Завжди існує така характерна відстань r_0 між центрами молекул, на якій сили притягання та відштовхування взаємно компенсуються. Саме на такій відстані молекули можуть перебувати в рівновазі. Відстань r_0 часто називають розміром молекули.

На менших відстанях $(r < r_0)$ переважає сила відштовхування, яка дуже швидко збільшується, коли молекули зближаються. Якщо $r > r_0$, переважає сила притягання. Вона спочатку збільшується зі збільшенням відстані r, досить швидко сягає максимального значення і після цього зменшується (рис. 20.7). Зазвичай міжмолекулярні сили помітні тільки на відстанях, порівнянних із розмірами молекул.

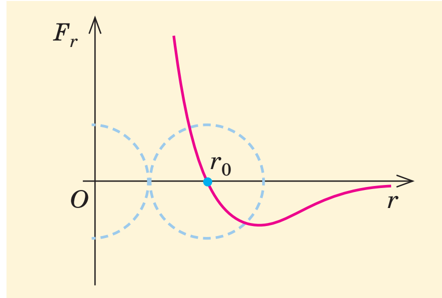


Рис. 20.7. Приблизний графік залежності повної сили міжмолекулярної взаємодії від відстані r (додатні значення F_r відповідають силам відштовхування, а від'ємні — силам притягання)

3 Маса та розміри молекул

Як ми вже бачили вище, до складу олії входять молекули з орієнтовними розмірами 2,5 нм. Виявляється, що атоми та молекули з невеликої кількості атомів мають дещо менші розміри (приблизно 0,3 нм, або $3 \cdot 10^{-10}$ м). Отже, об'єм такої молекули орієнтовно

$$V_0 = \left(3 \cdot 10^{-10}\ \text{м}\right)^3 \approx 3 \cdot 10^{-29}\ \text{м}^3.$$

Оскільки густина води $\rho = 1000$ кг/м^3, на такий об'єм води припадає маса $m_0 = \rho V_0 \approx 3 \cdot 10^{-26}$ кг. Численні експерименти підтвердили, що приблизне значення маси молекули води є саме таким.

Через такі малі значення мас молекул їх не дуже зручно виражати в одиницях СІ. Маси молекул зазвичай виражають у позасистемних одиницях — **атомних одиницях маси** (а. о. м). Ця одиниця дорівнює 1/12 маси атома Карбону $^{12}_{6}\text{C}$:

$$1\ \text{а. о. м.} = \frac{1}{12} m_0\left(^{12}_{6}\text{C}\right) \approx 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \text{кг}.$$

1 а. о. м приблизно дорівнює масі нуклона (протона або нейтрона).

Відносна молекулярна (атомна) маса M_r молекули (атома) масою m_0 визначається співвідношенням

$$\boxed{M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_0\left(^{12}_{6}\text{C}\right)}.}$$

Ця величина є безрозмірною (ви вже знаєте про неї з курсу хімії).

Кількість N молекул у тілах звичних нам розмірів є величезною. Навіть крапля води масою $m = 0{,}1$ г містить

Доведіть самостійно корисні формули:

$$\nu = \frac{m}{M}, \quad N = \frac{m}{M} N_A,$$

$$M = M_r \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}.$$

$N = \frac{m}{m_0} \approx 3 \cdot 10^{21}$ молекул. Тому зручно «рахувати» не самі молекули, а їх певні стандартні «порції». Така порція — 1 моль, вона містить стільки структурних одиниць речовини, скільки атомів Карбону містить вуглець масою 0,012 кг.

Кількість частинок, що припадають на 1 моль, називають **сталою Авогадро**:

$$\boxed{N_A = \frac{0{,}012\ \text{кг}}{m_0\left({}^{12}_{6}\text{C}\right)} \approx 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}.}$$

Замість кількості молекул N у тілі можна задавати **кількість речовини** $\nu = \frac{N}{N_A}$, яку виражають у молях. Масу речовини, взятої у кількості 1 моль, називають **молярною масою** M речовини. Очевидно, що $M = m_0 N_A$.

4 Будова газів, рідин і твердих тіл

Нагадаємо, що в земних умовах саме ці три стани речовини є найбільш поширеними (у масштабах Всесвіту на перший план виходить так званий «четвертий стан речовини» — плазма). Основну інформацію щодо цих станів речовини (фізики називають їх різними **фазовими станами**) зведено в табл. 20.1.

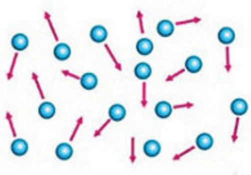
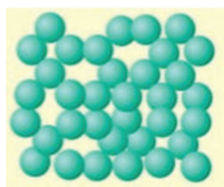
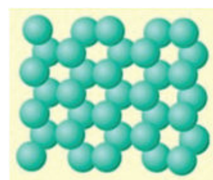
Зазначимо, що саме маленькі «стрибки» молекул на сусідні місця визначають **плинність** рідини, тобто її здатність легко змінювати форму.

Окремо нагадаємо про **аморфні тіла** (це, наприклад, скло або смола). Їх зазвичай відносять до твердих. Однак, на відміну від кристалів, аморфні тіла можуть виявляти плинність (за умови тривалої дії зовнішніх сил), вони не мають певної температури плавлення. Причина полягає в тому, що аморфні тіла не мають кристалічних ґраток, їм властивий лише ближній порядок розташування молекул. За структурою аморфні тіла слід віднести до рідин, але дуже в'язких рідин (саме велика в'язкість заважає молекулам «вишикуватися» при швидкому охолодженні та утворити кристалічні ґратки). Зазвичай аморфні тіла змінюють свою форму через плинність дуже повільно. Отже, за зовнішніми ознаками їх і вважають твердими тілами.

Аморфний стан речовини не є стійким. З часом аморфна речовина перетворюється на кристал. Проте в багатьох випадках для цього потрібні сотні тисяч років або сильне нагрівання. Відносно швидку кристалізацію аморфних тіл можна спостерігати на прикладі цукру — в льодяниках він аморфний, але з часом можна спостерігати утворення кристалів цукру.

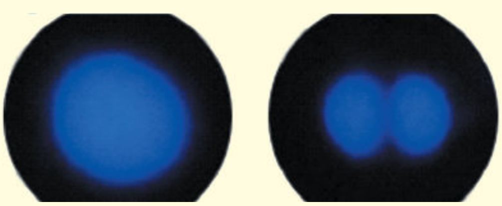
Таблиця 20.1

Фазові стани речовини

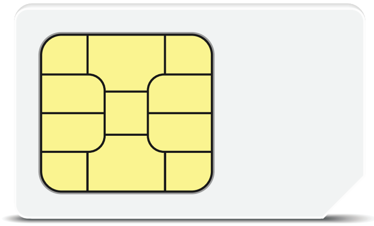
Газ	Рідина	Тверде тіло
		
Не зберігає ані об'єму, ані форми (займає весь наданий об'єм)	Зберігає об'єм, не зберігає форму	Зберігає як об'єм, так і форму
Відстані між молекулами набагато більші за їх розміри	Відстані між молекулами малі	Відстані між молекулами малі
Взаємодія між молекулами — тільки під час зіткнень	Взаємодія між молекулами досить сильна	Взаємодія між молекулами досить сильна
Молекули розташовані хаотично 	Існує тільки ближній порядок 	Існує дальній порядок (кристалічні ґратки) 
Молекули рухаються приблизно по ламаних лініях	Молекули коливаються, зрідка «стрибаючи» на сусіднє вільне місце	Молекули коливаються навколо своїх рівноважних положень у кристалічних ґратках

Фізика і техніка в Україні

Перші фотографічні зображення атомів



2009 року вчені Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут» уперше в історії світової науки сфотографували внутрішню структуру атома, тобто отримали зображення «електронних хмар» навколо атомного ядра. Це зображення за якістю перевершує всі, що були отримані раніше іншими методами. Ми наводимо фотографії, що демонструють два різних стани атома Карбону. Щоб отримати такі фотографії, потрібно було «побудувати» ланцюжки з кількох десятків атомів у вакуумній камері. Нагадаємо, що саме в цьому інституті вперше в СРСР було розщеплено атомне ядро.



5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. Поверхню виробу, що має площу $S=5$ см^2, вкрили шаром золота завтовшки $h=1$ мкм. Визначте кількість йонів Ауруму в цьому покритті. Густина золота $\rho=19\,300$ кг/м^3.

Розв'язання. Об'єм витраченого золота $V=Sh$, маса золота $m=\rho V=\rho Sh$. Молярна маса Ауруму $M=M_r\cdot 10^{-3}$ кг/моль $=$ $=0{,}197$ кг/моль ($M_r=197$ — відносна атомна маса Ауруму). Маса атома Ауруму $m_0=\dfrac{M}{N_A}$. Отже, кількість йонів Ауруму $N=\dfrac{m}{m_0}=\dfrac{\rho ShN_A}{M}$.

Перевіримо одиниці: $[N]=\dfrac{\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{м}\cdot\text{моль}^{-1}\cdot\text{моль}}{\text{м}^3\cdot\text{кг}}=1$.

Визначимо числове значення:

$$N=\frac{19\,300\cdot 5\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-6}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{0{,}197}\approx 3\cdot 10^{19}.$$

Відповідь: приблизно $3\cdot 10^{19}$ йонів.

Підбиваємо підсумки

Згідно з основними положеннями МКТ речовина складається з певних структурних одиниць (частинок), які безперервно та хаотично рухаються і взаємодіють одна з одною. Задовго до появи сучасних засобів вивчення структури речовини на користь цих тверджень свідчили спостереження таких явищ, як дифузія та броунівський рух.

МКТ дозволяє пояснити властивості твердих, рідких і газоподібних тіл на основі уявлень про характер розташування та руху окремих частинок речовини.

Щоб характеризувати масу молекул, у МКТ зручно застосовувати позасистемну одиницю (атомну одиницю маси, або скорочено а. о. м) та безрозмірну величину — відносну молекулярну масу M_r. Щоб характеризувати кількість N структурних одиниць речовини, вводять кількість речовини $\nu=\dfrac{N}{N_A}$, яку виражають у молях (стала Авогадро N_A показує, скільки частинок припадає на 1 моль). Маса 1 моль речовини (молярна маса) $M=m_0N_A$, де m_0 — маса однієї молекули.

Контрольні запитання

1. Назвіть основні положення МКТ. 2. Про що свідчить явище дифузії? 3. Поясніть причини виникнення броунівського руху. 4. Чим відрізняється рух молекул у газах і твердих тілах? 5. Чим відрізняються за будовою кристалічні та аморфні тіла? 6. Як виразити кількість молекул у тілі через кількість речовини в ньому?

Вправа № 20

1. Чому дифузія в газах відбувається набагато швидше, ніж у рідинах і твердих тілах?

2. Чому не «зростаються» два уламки дерев'яної лінійки, якщо їх прикласти та притиснути один до одного?

3. Поясніть, чому ретельно відполіровані поверхні «липнуть» одна до одної.

4. Визначте молярні маси чадного газу (CO) та метану (CH_4).

5. Визначте кількість речовини у воді об'ємом 1,5 л.

6. Гас масою 0,4 г утворює на поверхні води плівку площею до 50 м^2. Який висновок можна зробити з цього факту щодо розмірів молекул, що входять до складу гасу? Густина гасу становить 800 кг/м^3.

7. Два молі водню реагують з одним молем кисню. Визначте кількість речовини, утвореної внаслідок реакції.

8. До басейну площею 1500 м^2 та завглибшки 3 м потрапила крупинка солі калій йодиду KI масою 5 мг. Через кілька днів з басейну взяли пробу води об'ємом 50 см^3. Скільки йонів Калію містить ця проба? Уважайте, що спочатку вода не містила калію.

Експериментальні завдання

1. Оцініть експериментально найменшу товщину шару бензину на воді.

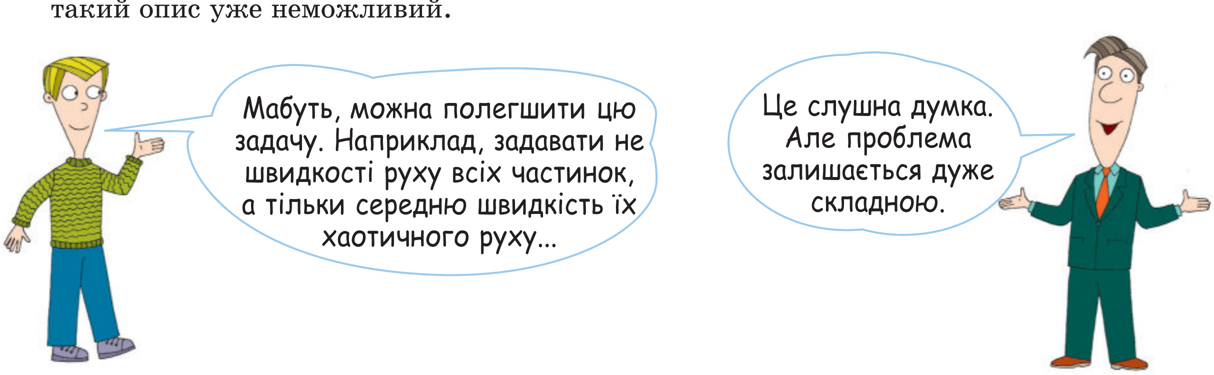
2. Знайдіть в Інтернеті зображення будови кристалів, отримані за допомогою сучасних приладів (наприклад, скануючого тунельного мікроскопа). Скориставшись даними про збільшення отриманих зображень, оцініть розміри атомів (йонів), з яких складаються кристали.

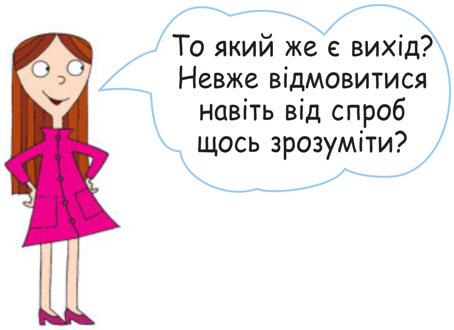
§ 21. ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ МКТ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

1 Що таке ідеальний газ

Молекулярно-кінетичну теорію було створено в XIX столітті, вона стала дуже успішною теорією. Висновки МКТ (тепер науковці віддають перевагу таким назвам, як «статистична фізика» та «фізична кінетика») було надійно підтверджено експериментами. Проте перш ніж далі розбиратися з цією теорією, треба зрозуміти, задля чого її розроблено. Яких результатів від неї очікували?

МКТ вивчає макроскопічні системи, що містять величезну кількість окремих частинок. Як описати стан такої системи? Можна спробувати задати **мікроскопічні параметри:** маси частинок, їх координати та швидкості руху, характеристики їх взаємодії... Саме так описують стан систем (наприклад, планет Сонячної системи) у механіці. Проте очевидно, що за величезної кількості частинок у системі такий опис уже неможливий.





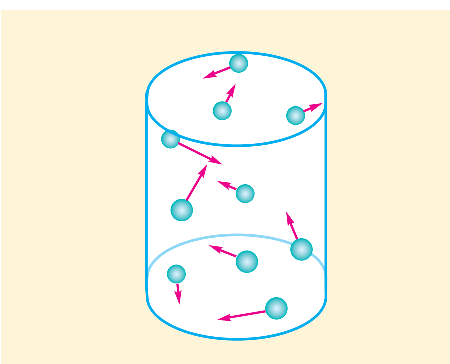
Є й інший спосіб описати стан макроскопічного тіла — задати так звані **макроскопічні параметри**, які на *перший погляд* не пов'язані з мікроскопічними. Давайте поміркуємо: якщо, наприклад, ми маємо кисень у балоні, то які його характеристики можна виміряти, не вдаючись до вивчення окремих молекул? Це маса газу, його об'єм (тобто ємність балона), температура та тиск газу. У більш складних випадках, коли маємо суміш різних газів (наприклад, повітря), додається ще вміст кожної зі складових суміші.

! Головна задача МКТ — знайти зв'язок між макроскопічними та мікроскопічними параметрами, що описують систему.

Якщо це вдається зробити для певної речовини, то відкривається шлях до отримання **рівняння стану** цієї речовини. *Рівняння стану пов'язує між собою різні макроскопічні параметри речовини.* Для жодної *реальної* речовини не можна вивести *точного* рівняння стану теоретично. Це можна зробити для певної *моделі* речовини або підібрати рівняння, яке приблизно описуватиме експериментальні результати. Навіть для моделей реальних речовин рівняння стану можуть бути дуже складними.

Проте існує найпростіша модель речовини, для якої ми зможемо більш-менш акуратно вивести рівняння стану. Ця модель — *ідеальний газ*.

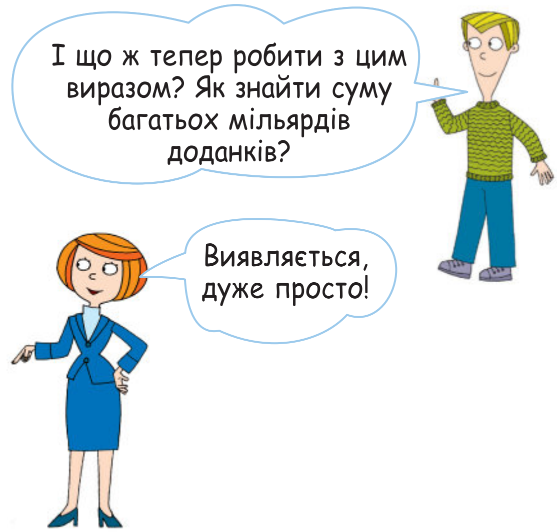
! **Ідеальний газ** — це модель реального газу, в якій нехтують розмірами молекул (атомів) і взаємодією між ними.



Така модель дуже добре описує поведінку реального газу, якщо він є достатньо розрідженим, тобто середні відстані між молекулами набагато більші за розміри молекул. Ми вже знаємо, що на таких відстанях нейтральні молекули (атоми) практично не взаємодіють між собою. Отже, залишається тільки взаємодія під час зіткнень, тобто майже весь час молекула не зазнає дії інших молекул. Модель ідеального газу чудово «працює», зокрема, для повітря навколо нас, оскільки середні відстані між молекулами в повітрі за нормальних умов приблизно в 10 разів перевищують розміри самих молекул.

2 Вивчаємо характеристики хаотичного руху молекул

Ми знаємо, що рух молекул газу є хаотичним. Здавалося, що ж можна сказати змістовного про хаос? Виявляється, що можна! Доцільно розглядати не характеристики руху кожної з молекул, а середні характеристики великої кількості молекул. Почнемо з такої характеристики, як швидкість руху молекул. Виберемо певну декартову систему координат. Пронумеруємо всі N молекул і позначимо $\vec{v}_k$ швидкість руху молекули з номером k. Домовимося, що горизонтальна риска над позначенням величини означає середнє значення цієї величини.



Запишемо, наприклад, вираз для середньої проекції швидкості молекул на вісь Ox:

$$\overline{v}_x = \frac{v_{1x} + v_{2x} + \ldots + v_{Nx}}{N}.$$

Якщо газ нерухомий, то всі напрями швидкості (праворуч і ліворуч, униз і вгору) є рівноправними. Тому додатні та від'ємні значення v_x зустрічаються однаково часто і в сумі дають нуль.

Отже, $\overline{v}_x = 0$. Аналогічно отримуємо $\overline{v}_y = \overline{v}_z = 0$. Це означає, що середнє значення *вектора* швидкості руху молекул дорівнює нулю. Воно й зрозуміло — будь-який інший результат означав би, що газ у цілому кудись рухається (наприклад, у кімнаті є протяг).

Які ж середні величини відмінні від нуля? Це, наприклад, середній *модуль* швидкості руху молекул $\overline{v}$. Проте набагато важливішим виявляється середній *квадрат* швидкості руху молекул:

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_N^2}{N}.$$

Квадратний корінь із цієї величини називають **середньою квадратичною швидкістю** руху молекул і позначають $\overline{v}_{\text{кв}}$. Отже, $\left(\overline{v}_{\text{кв}}\right)^2 = \overline{v^2}$.

Якщо б вектор $\vec{v}$ належав площині xOy, то за теоремою Піфагора виконувалося б співвідношення $v^2 = v_x^2 + v_y^2$. Можна довести (див. вправу 21.6), що аналогічне співвідношення виконується й за довільного напряму швидкості: $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$. Звідси випливає співвідношення й для середніх значень: $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$. Тепер скористаємося хаотичністю руху: усі напрями в просторі є рівноправними, тому $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$. З останніх двох рівнянь випливає, що

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}. \quad (1)$$

Як бачимо, хаос теж має певні закономірності.

! Швидкість молекули змінюється внаслідок кожного зіткнення, тобто дуже часто. А от середня квадратична швидкість є сталою, якщо не змінюються макроскопічні параметри газу.

Навколо фізики

Цікаво, що основне рівняння МКТ газів — це перша фізично змістовна формула в курсі фізики, де в явному вигляді зустрічається розмірність нашого простору. Адже множник $\frac{1}{3}$ (або $\frac{2}{3}$) містить у знаменнику 3 саме через тривимірність нашого простору. Якщо уявити собі «плоский» світ, що вміщається в площину з двома координатними осями, то в такому світі замість $\frac{1}{3}$ в аналогічній формулі треба б було писати $\frac{1}{2}$.

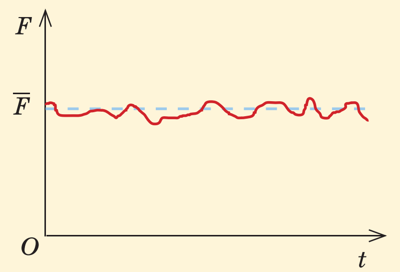


Рис. 21.1. Випадкові відхилення сили тиску газу від середнього значення

Зверніть увагу!

Нагадаємо, що формула $W_k = \frac{m_0 v^2}{2}$ дає значення повної кінетичної енергії тільки для одноатомних молекул, які можна розглядати як матеріальні точки. Для багатоатомних молекул повна кінетична енергія — це не тільки енергія поступального руху, а ще й енергія обертання, а інколи й коливань атомів відносно центра мас молекули.

3 Основне рівняння МКТ ідеального газу

Спробуємо тепер виразити такий макроскопічний параметр газу, як тиск, через мікроскопічні параметри. Будемо вважати відомими такі параметри:

- концентрацію молекул $n = \frac{N}{V}$ (вона чисельно дорівнює кількості молекул в одиниці об'єму, $[n] = \text{м}^{-3}$);
- масу однієї молекули m_0;
- середній квадрат швидкості руху молекул $\overline{v^2}$.

Тиск p газу на стінку посудини зумовлений ударами молекул по цій стінці. Під час ударів відбувається передача імпульсу від молекул до стінки, а сила тиску на певну ділянку стінки дорівнює саме швидкості передачі імпульсу: $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$. Тут ми змушені позначити імпульс через $\vec{P}$, щоб не збігалися позначення тиску та імпульсу. Оскільки молекули рухаються хаотично, їх зіткнення зі стінкою є випадковими подіями, і тому сила тиску на ділянку стінки не є сталою. Зазвичай це непомітно через величезну загальну кількість ударів і відносно малі зміни сили тиску. Але якщо газ дуже розріджений, а вимірювальні прилади чутливі, цей ефект спостерігається (рис. 21.1). Зрозуміло, що нас цікавитиме *середня* сила тиску.

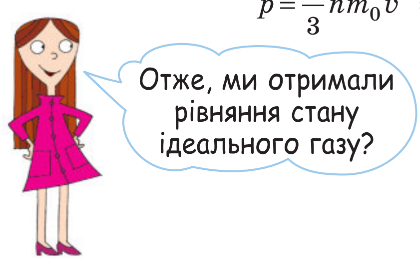
Виразивши тиск p газу через цю силу, отримаємо (докладніше див. за посиланням *i*)

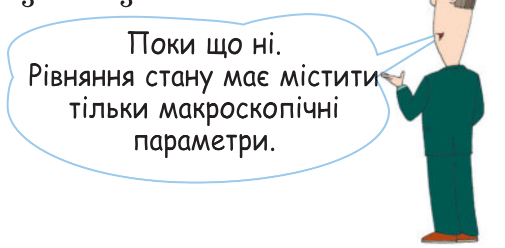
$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2}. \qquad (2)$$

Формулу (2) називають **основним рівнянням МКТ ідеального газу.** Вона встановлює зв'язок між макроскопічним параметром (тиском газу, який легко виміряти за допомогою манометра) і мікроскопічними параметрами n, m_0, $\overline{v^2}$, вимірювання яких набагато складніші та потребують непрямих методів.

Зазначимо, що добуток $n m_0$ чисельно дорівнює масі молекул газу в одиниці об'єму, тобто густині газу $(\rho = n m_0)$. Крім того, можна скористатися формулою $\overline{W}_k = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}$ (тут $\overline{W}_k$ — середня кінетична енергія поступального руху молекул). Отже, рівняння (2) можна записати по-різному:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2} = \frac{1}{3} \rho \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{W}_k. \qquad (3)$$





4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. Визначте середню квадратичну швидкість руху молекул у повітрі за нормальних умов (температури 0 °C і тиску 101 кПа). Густина повітря за нормальних умов дорівнює 1,29 кг/м^3.

Дано:
$t = 0\,°\mathrm{C}$
$p = 101\text{ кПа} = 1{,}01\cdot 10^5\text{ Па}$
$\rho = 1{,}29\text{ кг/м}^3$
$\bar{v}_{кв}$ — ?

Розв'язання

Скористаємося основним рівнянням МКТ ідеального газу у формі $p = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2}$.

З цього рівняння випливає, що $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}$.

Перевіримо одиниці: $[\bar{v}_{кв}] = \sqrt{\frac{\text{Па}\cdot\text{м}^3}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}\cdot\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Визначимо числове значення: $\bar{v}_{кв} = \sqrt{\frac{3\cdot 1{,}01\cdot 10^5}{1{,}29}} = 485\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

Відповідь: $\bar{v}_{кв} = 485$ м/с.

Підбиваємо підсумки

Головна задача МКТ — знайти зв'язок між макроскопічними та мікроскопічними параметрами, що описують систему. Найпростіше зробити це для ідеального газу — моделі газу, в якій нехтують розмірами молекул і взаємодією між ними (така модель добре описує розріджені гази). Основне рівняння МКТ ідеального газу дозволяє виразити тиск цього газу через середній квадрат швидкості хаотичного руху або через середню кінетичну енергію поступального руху молекул газу:

$$p = \frac{1}{3}nm_0\overline{v^2} = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\overline{W}_k.$$

Контрольні запитання

1. Що таке ідеальний газ? **2.** Що можна сказати про середню швидкість руху молекул газу в балоні відносно стінок цього балона? **3.** Від чого залежить імпульс, який молекула передає стінці під час зіткнення? **4.** Запишіть основне рівняння МКТ газів. **5.** Як залежить тиск одноатомного газу від середньої кінетичної енергії його молекул?

Вправа № 21

1. Середня квадратична швидкість руху молекул газу в герметично закритому балоні збільшилася на 20 %. На скільки відсотків змінився тиск газу?

2. Визначте тиск газу, якщо його густина дорівнює 0,6 кг/м^3, а середня квадратична швидкість руху його молекул становить 400 м/с.

3. Визначте тиск кисню, якщо концентрація його молекул дорівнює $3\cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$, а середня квадратична швидкість руху його молекул становить 420 м/с.

4. Тиск газу дорівнює 80 кПа, а концентрація його молекул — $2\cdot 10^{25}\text{ м}^{-3}$. Визначте середню кінетичну енергію поступального руху молекул газу.

5. На терезах зрівноважено два однакових закритих балони: перший із киснем, а другий з азотом. Тиск газів однаковий. Порівняйте середні квадратичні швидкості руху молекул кисню та азоту.

6. Доведіть, що з теореми Піфагора випливає співвідношення $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$.

Підказ. Вектор швидкості можна записати як суму двох векторів, один із яких належить площині xOy, а другий — напрямлений уздовж осі Oz.

§ 22. ТЕМПЕРАТУРА. ТЕМПЕРАТУРНІ ШКАЛИ

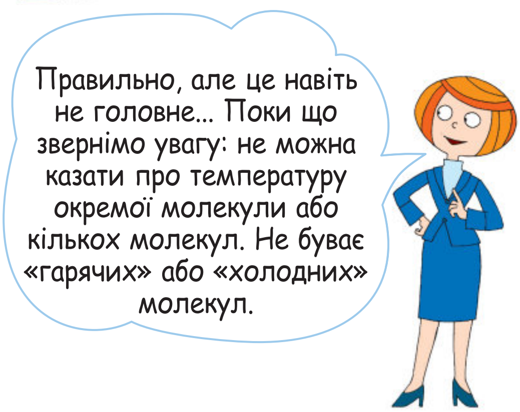
1 Що таке температура

Усі ми ще в ранньому дитинстві починаємо розрізняти гарячі та холодні тіла. Дещо пізніше ми дізнаємося, що гарячі тіла відрізняються від холодних **температурою** — чим вона вища, тим більш гарячим є тіло. Здавалося, що ж тут складного? Проте насправді як уявлення про температуру, так і методи її вимірювання пройшли довгий і складний шлях розвитку. Спробуємо хоча б частково розібратися з цією «простою» фізичною величиною.

Будь-яка макроскопічна система має певні масу та енергію. А от температуру має далеко не кожна макроскопічна система. Наприклад, каструля з гарячим борщем, яку щойно поставили на стіл, не має певної температури, тому що вона не перебуває в стані *теплової (термодинамічної) рівноваги*.

! **Теплова рівновага** — це такий стан макроскопічної системи, в якому всі її макроскопічні параметри залишаються незмінними як завгодно довго.

Стан каструлі з борщем безумовно змінюватиметься, бо вона віддаватиме енергію навколишньому середовищу. Про теплову рівновагу можна буде казати (та й то не завжди) тільки після припинення теплопередачі.



! Температура характеризує стан теплової рівноваги макроскопічної системи.

Щоб дві системи, між якими можлива теплопередача, перебували в тепловій рівновазі, їх температури мають бути однаковими. Інакше теплопередача триватиме доти, доки температури не зрівняються (рис. 22.1). Тільки після цього макроскопічні параметри систем перестануть змінюватися.

Отже, температура фактично визначає напрям передачі внутрішньої енергії між контактуючими (не обов'язково впритул!) тілами.

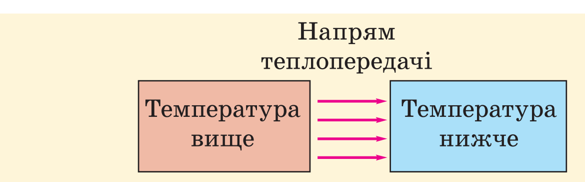


Рис. 22.1. Напрям теплопередачі за відсутності теплової рівноваги між тілами

2 Вимірювання температури

Сказане вище пояснює, як можна *порівнювати* температури тіл, тобто визначати тіла з більшою та меншою температурою. Але ж необхідно й *вимірювати* температуру!

Це навчилися робити набагато раніше, ніж зрозуміли фізичний зміст цієї величини. Для вимірювання температури можна застосувати залежність певних характеристик речовини від температури. Наведемо кілька прикладів.

Рідинний термометр (рис. 22.2, *а*). Його дія ґрунтується на тепловому розширенні термометричної рідини (ртуті, спирту тощо). Оскільки рідина розширюється сильніше за скло, з якого виготовлено колбу, рівень рідини в трубці підвищується зі збільшенням температури середовища. Для градуювання термометра застосовують дві реперні точки, що відповідають 0 °С (це рівень рідини, коли термометр контактує з льодом, який тане) і 100 °С (коли термометр у воді, що кипить за нормального атмосферного тиску). Шкалу такого термометра отримують, розділивши проміжок між поділками 0 і 100 °С на 100 рівних частин.

Рідинний термометр широко застосовують у побуті, проте для наукових цілей він не дуже придатний. Річ навіть не в тім, що його робочий інтервал температур є вузьким. Важливіше те, що показання такого термометра залежать від вибору термометричної рідини. Якщо для реперних точок показання ртутного і спиртового термометрів будуть однакові, то в середині проміжку між реперними точками показання можуть відрізнятися на кілька градусів (рис. 22.3). Це пояснюється нерівномірністю процесу теплового розширення речовини.

Газовий термометр (рис. 22.2, *б*). Дія газового термометра ґрунтується на тому, що тиск газу в герметичній посудині постійного об'єму збільшується внаслідок збільшення температури. Важливо, що у випадку розрідженого газу практично не має значення, який саме це газ. Отже, показання такого термометра відтворюються значно точніше. Ми скоро дізнаємося, чому це так.

Інші термометри. Сучасні технології дозволяють застосовувати для створення термометрів температурні залежності електричного опору (електронні термометри, рис. 22.2, *в*), яскравості світіння тіл (оптичні та інфрачервоні термометри), спектральні характеристики світіння тіл тощо.

Проте залишається неясним головне питання — що ж саме ми вимірюємо?

Рис. 22.2. Термометри: *а* — рідинний; *б* — газовий; *в* — електронний

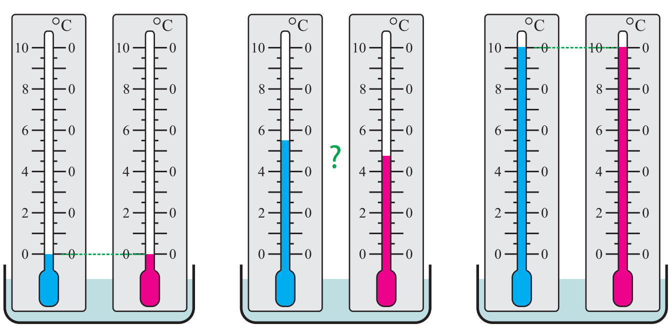


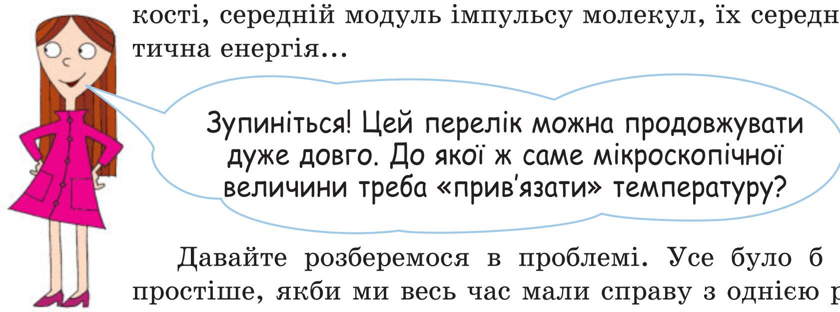
Рис. 22.3. Через нерівномірність та неоднаковість теплового розширення різних рідин показання рідинних термометрів з різними рідинами можуть помітно відрізнятися, хоч реперні точки для них і збігаються

Навколо фізики

У сучасному науковому та побутовому лексиконі збереглися такі терміни, як «потік теплоти», «теплоємність» тощо. Вони походять від давніх уявлень, які панували у XVIII та на початку XIX століть. За цими уявленнями кожне тіло містить певну субстанцію — теплород. Якщо ця субстанція витікає з тіла, воно охолоджується, якщо її кількість збільшується — тіло нагрівається. Щоб не було явних протиріч із даними спостережень, цю субстанцію проголосили невидимою, невагомою та такою, що не має ані смаку, ані запаху. Процес теплопередачі тоді розглядали як «переливання» теплороду з однієї «посудини» (гарячого тіла) до іншої (холодного тіла). Як це не дивно для нас, така теорія непогано описувала певні закономірності теплових явищ. Після досліджень Дж. Джоуля стало зрозумілим, що нагрівання тіл може відбуватися внаслідок механічної роботи. Це означало, що ніякого теплороду не існує.

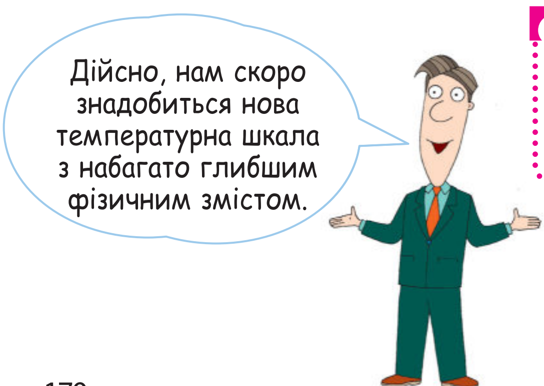
3 Зв'язок температури з мікроскопічними параметрами

Усі ви знаєте, що температура характеризує «ступінь нагрітості» тіла. Ви знаєте, що з нагріванням молекулярний рух стає інтенсивнішим. Отже, зростають середній модуль швидкості руху молекул, середній квадрат швидкості, середній модуль імпульсу молекул, їх середня кінетична енергія...



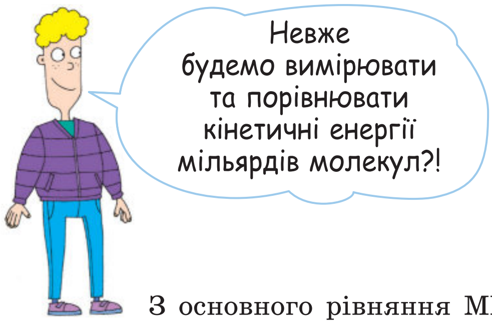
Давайте розберемося в проблемі. Усе було б значно простіше, якби ми весь час мали справу з однією речовиною, що складається з однакових молекул. Тоді, якщо тіла 1 і 2 мають однакову температуру, то всі характеристики молекулярного руху для цих тіл однакові: $\overline{v_1^2} = \overline{v_2^2}$, $\overline{W}_{k1} = \overline{W}_{k2}$ тощо. Якщо ж тіла 1 і 2 складаються з молекул різних мас, то останні дві рівності просто не можуть виконуватися одночасно! Треба вибрати якусь одну умову рівності температур із багатьох можливих. Яку ж саме?

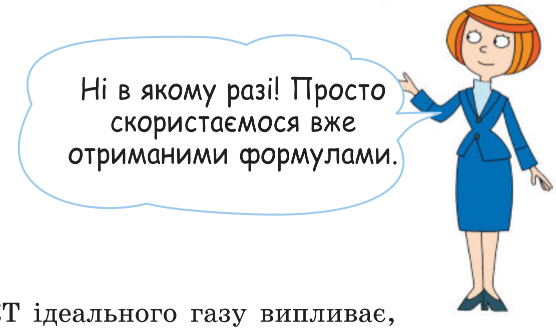
Творці МКТ з глибоких теоретичних міркувань дійшли висновку:



! якщо два тіла перебувають у тепловій рівновазі (тобто мають однакову температуру), то середні кінетичні енергії поступального руху молекул цих тіл є однаковими.

Правильність цього положення підтверджена експериментально. Можна запропонувати й метод прямої перевірки.





З основного рівняння МКТ ідеального газу випливає, що $\frac{2}{3}\bar{W}_k = \frac{p}{n} = \frac{pV}{N}$. Отже, ми можемо визначити $\bar{W}_k$ непрямим методом, вимірявши тиск p газу, його об'єм V і кількість N його молекул (зрозуміло, рахувати молекули не доведеться: газ можна просто зважити). Тому відкривається можливість порівняти середні кінетичні енергії поступального руху молекул *різних* газів за *однакової* температури. Щоб забезпечити однакову температуру, можна занурити закриті балони з різними газами (1, 2 і 3) в одну теплоізольовану посудину та дочекатися встановлення теплової рівноваги (рис. 22.4).

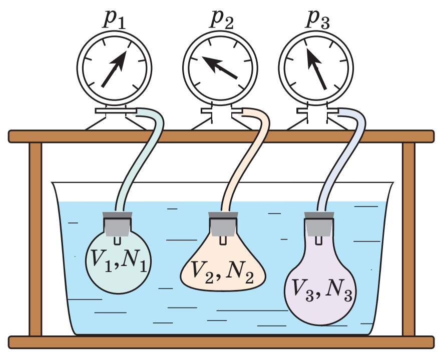


Рис. 22.4. Експеримент, що дозволяє перевірити зв'язок між температурою газу та середньою кінетичною енергією поступального руху його молекул

Вимірювання підтверджують, що для будь-яких розріджених газів виконуються співвідношення $\frac{p_1V_1}{N_1} = \frac{p_2V_2}{N_2} = \frac{p_3V_3}{N_3}$, звідки випливає, що $\bar{W}_{k1} = \bar{W}_{k2} = \bar{W}_{k3}$. Величина $\theta = \frac{2}{3}\bar{W}_k = \frac{pV}{N}$ залежить тільки від температури.

У фізиці застосовують **абсолютну температуру** T, або температуру за шкалою Кельвіна. Ця температура прямо пропорційна середній кінетичній енергії поступального теплового руху частинок:

$$\bar{W}_k = \frac{3}{2}kT. \qquad (1)$$

Виражають її в кельвінах (К), причому 1 К = 1 °С. Коефіцієнт k називають сталою Больцмана: $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Нулю за шкалою Кельвіна відповідає температура $t \approx -273\,°\text{C}$. Загальний зв'язок між значеннями температури за Цельсієм і Кельвіном має вигляд $T = t + 273$ або $t = T - 273$ (рис. 22.5). Зазначимо, що зміна температури

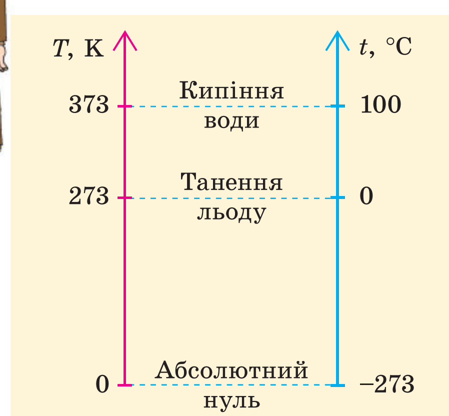
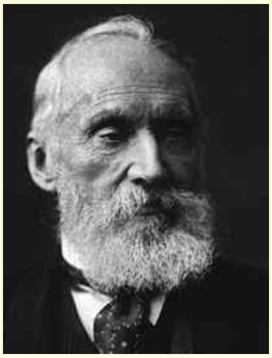


Рис. 22.5. Температурні шкали Цельсія та Кельвіна (зазначені температури відповідають таненню льоду та кипінню води за нормального атмосферного тиску)

Навколо фізики



Вільям Томсон, лорд Кельвін (1824–1907), видатний британський фізик. Автор класичних робіт з теорії електричних явищ і термодинаміки. Йому належить одне з відомих формулювань другого закону термодинаміки, метод електричних зображень. Вивчав термоелектричні явища, здійснив (разом із Джоулем) дослідження охолодження газу під час повільного протікання крізь пористу перегородку. Титул «барон Кельвін» отримав від королеви Вікторії за наукові заслуги.

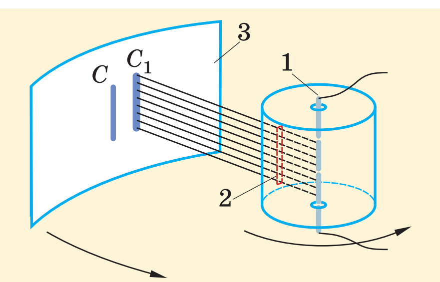


Рис. 22.6. Установка для здійснення **досліду Штерна:** *1* — вкритий сріблом платиновий дріт; *2* — щілина в меншому циліндрі; *3* — поверхня більшого циліндра; C, C_1 — положення смужки срібла відповідно за відсутності і під час обертання

або різниця температур мають однакові числові значення за Цельсієм і за Кельвіном: $\Delta T = \Delta t$.

Підставимо в основне рівняння МКТ ідеального газу отриманий вираз для $\overline{W}_k$:

$$p = nkT. \qquad (2)$$

4 Швидкості руху молекул

З отриманих вище формул випливає, що $\frac{m_0\overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2}kT$. Звідси $\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$. Виразивши масу молекули m_0 через молярну масу M, дістанемо $\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kN_{\text{A}}T}{M}}$. Добуток kN_{A} так часто зустрічається у формулах МКТ, що йому дали спеціальну назву та позначення: величину $R = kN_{\text{A}} = 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ називають **універсальною газовою сталою.** Отже, формула для $\bar{v}_{\text{кв}}$ набуває вигляду

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \qquad (3)$$

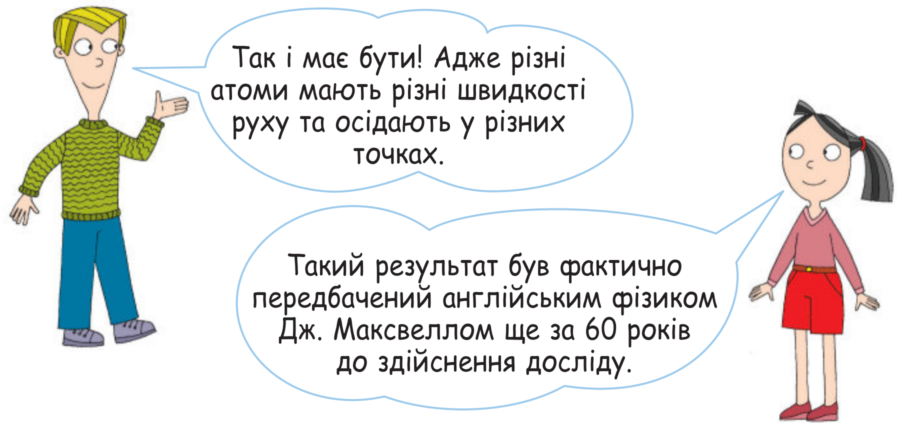
Якщо розрахувати за цією формулою середню квадратичну швидкість молекул азоту в повітрі навколо нас за температури 20 °С, отримаємо понад 500 м/с, тобто швидкість кулі або артилерійського снаряда. Багато кому з учених важко було повірити в такий результат; отже, виникали сумніви щодо правильності висновків МКТ.

1920 року німецький фізик О. Штерн здійснив експеримент з вимірювання швидкостей молекул газу. Прилад Штерна (рис. 22.6) складався з двох циліндрів, уздовж спільної осі яких був протягнений платиновий дріт, укритий шаром срібла. Усередині циліндрів підтримувався стан вакууму.

Пропускаючи струм, дріт нагрівали до температури плавлення срібла, за якої спостерігалося й досить інтенсивне випаровування срібла з поверхні дроту. Атоми Аргентуму летіли в радіальних напрямах, рухаючись практично прямолінійно та рівномірно. Більшість атомів потрапляли на стінки меншого циліндра, але деякі пролітали крізь щілину та потрапляли на поверхню більшого. Цю поверхню спеціально охолоджували, тому більшість атомів Аргентуму осідали на ній, утворюючи з часом чітку вузьку смужку срібла навпроти щілини. Після цього системі надавали швидкого обертання навколо осі циліндрів, при цьому смужка срібла утворювалася на новому місці (зміщалася в напрямі, протилежному напряму обертання).

Причина такого зміщення проста: доки атом летів у просторі між циліндрами, прилад встигав повернутися на певний кут φ. Чим повільніше рухався атом, тим більшим був кут φ та відстань s, на яку зміщалася смуга. Якщо позначити r і R радіуси відповідно меншого та більшого циліндрів, а ω — кутову швидкість їх обертання, то час руху атома між циліндрами $t = \frac{R-r}{v}$, кут $\varphi = \omega t$, а $s = \varphi R = \frac{\omega R(R-r)}{v}$.

Отже, якби смужка срібла тільки зміщалася б під час обертання приладу, то швидкість руху атомів дорівнювала б $v = \frac{\omega R(R-r)}{s}$. Проте смужка ще й дуже помітно розмивається (рис. 22.7).



Більшість молекул у будь-який момент мають швидкості, що не дуже відрізняються від середньої квадратичної. Проте серед величезної кількості молекул обов'язково знайдуться й майже нерухомі, й такі, швидкості яких у кілька десятків разів перевищують $\bar{v}_{кв}$. Частка таких молекул мала, але саме вони відіграють найважливішу роль у багатьох процесах (наприклад, у випаровуванні рідин або розсіюванні атмосфер планет).

Зверніть увагу!

Абсолютна температура має глибокий фізичний зміст. Якщо нуль за Цельсієм принципово не відрізняється від інших значень температури, то нульову температуру за Кельвіном називають **абсолютним нулем.** Це температура, за якої хаотичний тепловий рух частинок має повністю припинитися. Зрозуміло, що охолодити речовину нижче від цієї температури принципово неможливо. Насправді неможливо й досягнути цієї температури, можна лише наближатися до неї.

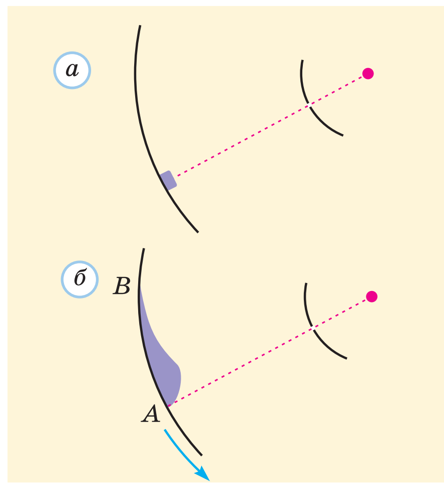


Рис. 22.7. Профіль смужки срібла в досліді Штерна: *а* — за нерухомого приладу; *б* — за умови його обертання. Поблизу точки A розмитої смужки осідають атоми з найбільшими швидкостями, поблизу точки B — з найменшими

Навколо фізики

Людвіг Едуард Больцман (1844–1906), видатний австрійський фізик. Працював у багатьох галузях фізики. Був одним із творців статистичної фізики та термодинаміки. Він вивів основне рівняння кінетичної теорії газів, дав статистичне тлумачення ентропії та другого закону термодинаміки, обґрунтував закон теплового випромінювання.

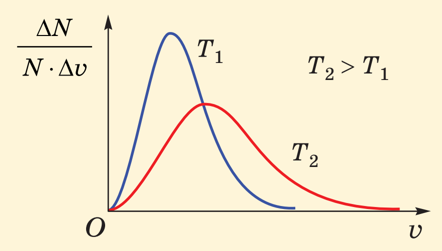


Рис. 22.8. Функція розподілу молекул за швидкостями для різних температур (порівняйте вигляд кривих із формою смужки срібла на рис. 22.6, *б*). Загальна площа під графіком функції розподілу завжди дорівнює одиниці. Максимум функції відповідає найбільш імовірній швидкості молекул, яка приблизно на 20 % менша за середню квадратичну швидкість

Зверніть увагу!

Співвідношення $\overline{W}_k = \frac{3}{2}kT$ справедливе не тільки для газів, а й для інших станів речовини. Проте є одне суттєве обмеження: воно справедливе доти, доки справедливі закони класичної механіки Ньютона. А у XX столітті фізики дізналися, що за певних умов у мікросвіті на зміну цим законам приходять не схожі на них закони квантової механіки. За класичними законами при абсолютному нулі рух частинок речовини мав би повністю припинитися, тобто частинки мали б зупинитися. За законами ж квантової механіки такий «абсолютний спокій» частинок неможливий, тому навіть при абсолютному нулі залишаються так звані «нульові коливання».

Розберемося глибше

Припустимо, середня квадратична швидкість руху молекул газу дорівнює 500 м/с. Скільки ж молекул мають у певний момент саме таку швидкість? Виявляється, таке запитання позбавлене змісту. Адже навряд чи хоча б одна молекула має точно таку швидкість. Проте можна визначити кількість ΔN молекул, швидкості яких належать певному інтервалу Δv значень: від 100 до 101 м/с, від 500 до 501 м/с тощо. Дж. Максвелл теоретично довів, що відношення частки таких молекул $\frac{\Delta N}{N}$ до ширини відповідного інтервалу Δv швидкостей за малих значень Δv є певною універсальною функцією температури, маси молекул і значення швидкості, біля якого ми вибираємо відповідний інтервал. Таку функцію називають функцією розподілу молекул за швидкостями або **функцією розподілу Максвелла**. Найцікавішою є залежність цієї функції від швидкості (рис. 22.8).

Якщо «порушити» функцію розподілу (наприклад, змішати гарячий і холодний гази), то за незмінних зовнішніх умов вона поновиться завдяки процесам обміну енергією (під час зіткнень молекул однієї з одною та зі стінками посудини). Новий розподіл відповідатиме новій температурі, за якої встановилася теплова рівновага.

Формула функції розподілу Максвелла містить «найважливіший» множник $\exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right)$, тобто $\exp\left(-\frac{W_{0k}}{kT}\right)$. Тут функція $\exp x$ — це e^x, де $e \approx 2{,}72$; m_0 і W_{0k} — відповідно маса та кінетична енергія молекули.

Коли газ перебуває в полі тяжіння, то концентрація n молекул (отже, і тиск газу) зменшується з висотою h. Якщо можна вважати температуру газу на різних висотах однаковою, то концентрація молекул і тиск газу пропорційні величині $\exp\left(-\frac{W_{0p}}{kT}\right)$, де W_{0p} — потенціальна енергія молекули (поблизу поверхні Землі $W_{0p} = m_0 gh$). Це так званий **розподіл Больцмана**. Він пояснює, чому тиск земної атмосфери зменшується приблизно вдвічі зі збільшенням висоти на 5,5 км.

Навколо фізики

Фізиків, як і решту людства, завжди цікавили температурні рекорди — зокрема, отримання найнижчих температур. Колись навіть температуру −50 °C (тобто 223 K) теж могли назвати наднизькою. Нині нам є з чим порівнювати:

- в Антарктиді зареєстровано найнижчу температуру на Землі (−91 °C, або 182 K);
- реліктове випромінювання, що заповнює наш Всесвіт, має температуру близько 3 K;
- фінські вчені отримали найнижчу температуру 10^{-9} K.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. За якої температури середня квадратична швидкість руху молекул водяної пари в повітрі становить 600 м/с?

Дано:
$\bar{v}_{\text{кв}} = 600$ м/с
$M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$R = 8{,}31 \dfrac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
t — ?

Розв'язання

Скористаємося формулою середньої квадратичної швидкості:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}.$$

Звідси знаходимо $3RT = M\left(\bar{v}_{\text{кв}}\right)^2$ і $T = \dfrac{M\left(\bar{v}_{\text{кв}}\right)^2}{3R}$.

Перевіримо одиниці: $[T] = \dfrac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{Дж}} = \text{К}$.

Визначимо числове значення: $T = \dfrac{18 \cdot 10^{-3} \cdot (600)^2}{3 \cdot 8{,}31} = 260$ (К).

Температура за шкалою Цельсія $t = T - 273 = -13$ (°С).

Відповідь: $t = -13$ °С.

Підбиваємо підсумки

Теплова рівновага — це такий стан макроскопічної системи, в якому всі її макроскопічні параметри залишаються незмінними як завгодно довго.

Температура характеризує стан теплової рівноваги макроскопічної системи та визначає напрям теплопередачі між тілами.

За однакової температури середні кінетичні енергії $\overline{W}_k$ поступального руху молекул різних тіл є однаковими. Абсолютна температура T (температура за шкалою Кельвіна) пов'язана з цією величиною співвідношенням $\overline{W}_k = \dfrac{3}{2}kT$, де k — стала Больцмана. Зв'язки між значеннями температури T за Кельвіном і температури t за Цельсієм і змінами цих температур мають вигляд $T = t + 273$, $\Delta T = \Delta t$.

Дослід Штерна підтвердив, що швидкості руху молекул газу розподілені в широкому інтервалі значень, а середня квадратична швидкість $\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$, де $R = kN_{\text{А}}$ — універсальна газова стала.

Контрольні запитання

1. Які макроскопічні системи мають певну температуру? 2. На чому ґрунтуються вимірювання температури різними термометрами? 3. З якою мікроскопічною величиною пов'язана температура? 4. Який зв'язок між значеннями температури за шкалами Кельвіна та Цельсія? 5. Яка формула пов'язує середню квадратичну швидкість руху молекул і абсолютну температуру?

Вправа № 22

1. Визначте середню кінетичну енергію атомів Гелію за температури 100 К.

2. Визначте середню квадратичну швидкість руху молекул метану CH_4 за температури −23 °С.

3. У скільки разів зміниться середня квадратична швидкість руху молекул газу, якщо температура підвищиться від 27 до 159 °С?

4. Молекули якого газу за температури 7 °С мають середню квадратичну швидкість 590 м/с?

5. Скориставшись рівнянням (2), наведеним у тексті параграфа, доведіть закон Авогадро: у рівних об'ємах різних газів за однакових умов (однакової температури та однакового тиску) міститься однакова кількість молекул.

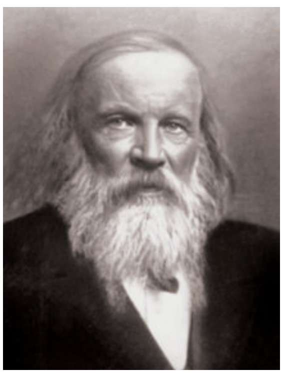
6. Доведіть закон Дальтона: тиск суміші газів дорівнює сумі парціальних тисків кожного з компонентів суміші. Парціальним називають тиск, який чинив би компонент суміші за відсутності інших компонентів (тобто якщо він сам займав би весь об'єм суміші).

7. Під час відтворення досліду Штерна обертова частота приладу дорівнює $25\ \text{с}^{-1}$. Радіуси циліндрів становлять 3 і 18 см. На якій відстані один від одного осядуть атоми Аргентуму, що рухаються зі швидкостями 150 і 180 м/с?

Експериментальні завдання

1. Виміряйте температуру теплої води під час її остигання за допомогою кількох термометрів різних типів. Порівняйте отримані результати, оцініть точність вимірювань.

2. Сконструюйте та випробуйте діючу модель приладу Штерна для вимірювання швидкостей кульок, що скочуються з різної висоти.



Д. І. Менделєєв (1834—1907), видатний російський ученийенциклопедист, який зробив внесок у розвиток хімії, фізики, метрології, метеорології тощо

Б. Клапейрон (1799—1864), французький фізик і інженер, автор досліджень у галузі теплових процесів і властивостей газів

§ 23. РІВНЯННЯ СТАНУ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ. ГАЗОВІ ЗАКОНИ. РЕАЛЬНІ ГАЗИ

1 Рівняння стану ідеального газу

Тепер ми нарешті маємо можливість записати рівняння стану ідеального газу, яке пов'язує макроскопічні параметри цього газу — об'єм V, тиск p і абсолютну температуру T. Виходитимемо з формули $p = nkT$. Концентрація молекул n є мікроскопічним параметром, проте цю величину легко виразити через масу m газу та його молярну масу M. Оскільки $n = \frac{N}{V}$ і $N = \frac{m}{M} N_A$, після підстановок отримаємо $p = \frac{m}{M} \cdot \frac{kN_A T}{V}$. Добуток kN_A дорівнює універсальній газовій сталій R, тому остаточно отримуємо:

$$pV = \frac{m}{M} RT. \qquad (1)$$

Це і є рівняння стану ідеального газу, або **рівняння Менделєєва — Клапейрона** (його можна також записати у вигляді $pV = \nu RT$, де ν — кількість речовини). Як бачимо, параметри p, V, T не є незалежними — якщо для даної маси певного газу задати значення двох із цих параметрів, то третій можна знайти з рівняння стану.

Іноді зручніше надати рівнянню стану ідеального газу іншої форми. Розгляньмо процес переходу газу зі стану 1 до стану 2, під час якого кількість речовини не змінюється.

Тоді можна записати співвідношення

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{m}{M}R\,,\ \ \frac{p_2V_2}{T_2}=\frac{m}{M}R.$$

Оскільки праві частини обох рівнянь однакові, виконується рівняння

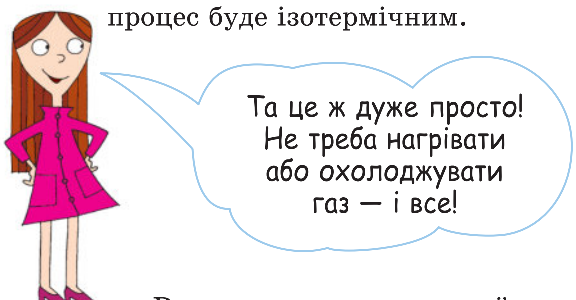
$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}. \qquad (2)$$

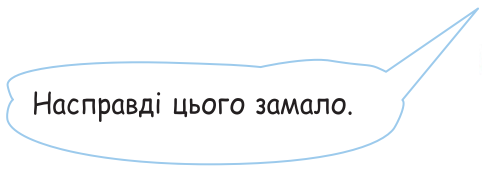
Це рівняння (його можна записати й у вигляді $\frac{pV}{T}=\text{const}$) називають **рівнянням Клапейрона**. Зауважимо, що його не можна застосовувати, якщо в ході процесу змінюється маса газу (кількість його молекул).

Застосовуючи рівняння стану газу, можна розглядати будь-які газові процеси. Проте особливо важливу роль відіграють так звані **ізопроцеси** з газом незмінної маси, під час яких один із макроскопічних параметрів газу не змінюється. Очевидно, таких процесів існує три.

2 Ізотермічний процес

Це процес зміни стану певної кількості газу за незмінної температури. Під час такого процесу змінюються об'єм і тиск газу. Нам треба визначити умови, за яких процес буде ізотермічним.





Розгляньмо вертикальний циліндр із поршнем, який щільно прилягає до стінок циліндра, забезпечуючи герметичність (рис. 23.1). Переміщення поршня викликає зміну об'єму газу, а внаслідок цього — і зміну тиску. Але ті з вас, кому доводилося накачувати повітря у велосипедну шину або м'яч, знають: швидке стискання газу приводить до його помітного нагрівання. Щоб температура не змінювалася, процес має бути достатньо повільним. При цьому газ має контактувати з достатньо великим тілом, яке має незмінну температуру (наприклад, з повітрям у класі).

Скориставшись рівнянням Клапейрона за умови $T=\text{const}$, отримаємо

$$p_1V_1=p_2V_2,\ \text{або}\ \ pV=\text{const}.$$

Отже, під час ізотермічного процесу добуток тиску газу на об'єм є незмінним. Цю закономірність називають

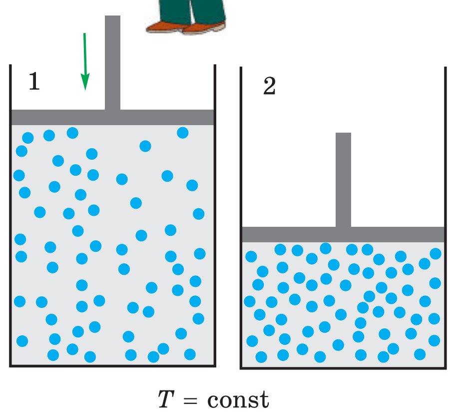


Рис. 23.1. Повільне стискання газу відбувається за незмінної температури. При цьому збільшується концентрація молекул і кількість їх зіткнень з поршнем і стінками, які відбуваються щосекунди

законом Бойля — Маріотта на честь дослідників, які встановили його експериментально у XVII столітті.

З точки зору МКТ ця закономірність має просте пояснення. Адже якщо, наприклад, ізотермічно зменшити об'єм газу вдвічі, то від одного удару молекули поршень отримуватиме в середньому такий самий імпульс, але загальна кількість ударів протягом того самого часу подвоїться через подвоєння концентрації молекул. Отже, тиск газу обернено пропорційний його об'єму.

У подальшому нам знадобиться будувати графіки газових процесів у різних системах координат. На рис. 23.2 наведено графіки ізотермічного процесу (їх коротко називають **ізотермами**).

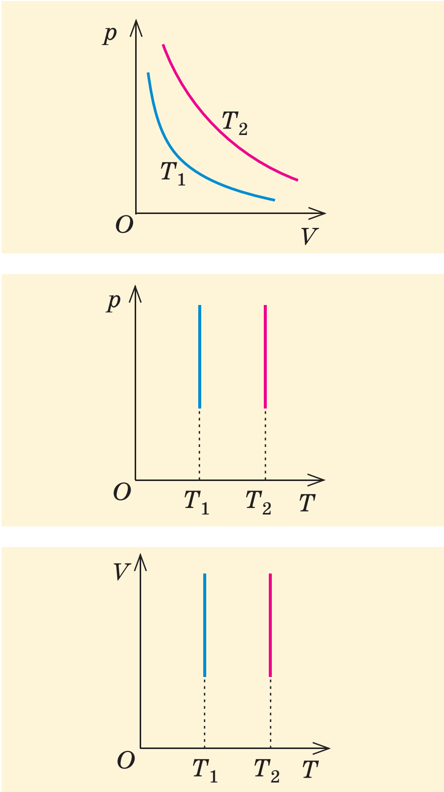


Рис. 23.2. Ізотерми в різних системах координат. Ізотерми відповідають двом різним температурам $(T_2 > T_1)$

Який вигляд має рівняння стану реального газу, можна дізнатися на електронному освітньому ресурсі за посиланням i.

3 Ізобарний процес

Це процес зміни стану певної кількості газу за незмінного тиску. Під час такого процесу змінюються температура та об'єм газу. Здійснити такий процес можна знов-таки за допомогою вертикального циліндра з поршнем. Потрібно тільки, щоб поршень рухався практично без тертя. Тоді тиск у циліндрі буде незмінним, його значення залежить від ваги та площі поршня, а також від зовнішнього (атмосферного) тиску.

Скориставшись рівнянням Клапейрона за умови $p = \text{const}$, отримаємо

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \text{ або } \frac{V}{T} = \text{const}.$$

Наведене співвідношення можна записати також у вигляді $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$. Отже, *під час ізобарного процесу об'єм газу прямо пропорційний його абсолютній температурі*.

На рис. 23.3 наведено графіки ізобарного процесу (**ізобари**).

4 Ізохорний процес

Це процес зміни стану певної кількості газу за незмінного об'єму. Під час такого процесу змінюються температура та тиск газу. Здійснити такий процес зовсім легко — треба змінювати температуру газу в герметично

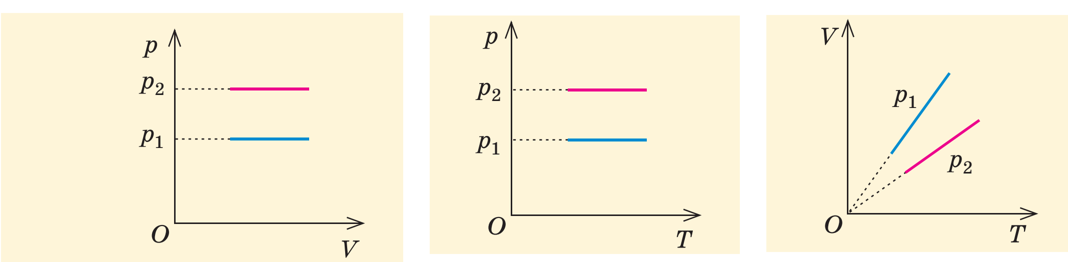


Рис. 23.3. Ізобари в різних системах координат. Ізобари відповідають двом різним значенням тиску $(p_2 > p_1)$

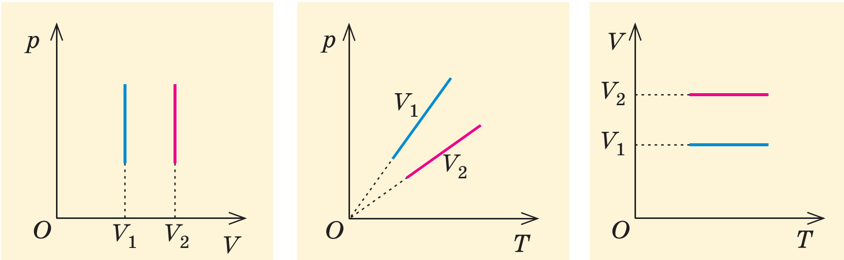


Рис. 23.4. Ізохори в різних системах координат. Ізохори відповідають двом різним значенням об'єму $(V_2 > V_1)$

закритому балоні. Очевидно, що нагрівання спричинятиме підвищення тиску, а охолодження — його зменшення.

Скориставшись рівнянням Клапейрона за умови $V = \text{const}$, отримаємо

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \text{ або } \frac{p}{T} = \text{const}.$$

Наведене співвідношення можна записати також у вигляді $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$. Отже, *під час ізохорного процесу тиск газу прямо пропорційний його абсолютній температурі*.

На рис. 23.4 наведено графіки ізохорного процесу **(ізохори)**.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Температура атмосфери Венери дорівнює 467 °С, атмосферний тиск біля поверхні — 9,3 МПа. Визначте густину атмосфери поблизу поверхні Венери. Уважайте, що атмосфера складається тільки з вуглекислого газу (CO_2), який можна вважати ідеальним газом.

Дано:
$t = 467\ °\text{C} \quad (T = 740\ \text{К})$
$p = 9{,}3\ \text{МПа} = 9{,}3 \cdot 10^6\ \text{Па}$
$M = 44 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$
$R = 8{,}31\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

ρ — ?

Розв'язання. Скористаємося рівнянням Менделєєва — Клапейрона: $pV = \frac{m}{M} RT$.

Підставивши до цього рівняння вираз $m = \rho V$, отримаємо $\rho = \frac{pM}{RT}$.

Перевіримо одиниці: $[\rho] = \frac{\text{Па} \cdot \text{кг} \cdot \text{моль} \cdot \text{К}}{\text{моль} \cdot \text{Дж} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Визначимо числове значення: $\rho = \frac{9{,}3 \cdot 10^6 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 740} = 67 \left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)$.

Відповідь: $\rho = 67\ \text{кг/м}^3$.

Задача 2. Під час ізотермічного розширення об'єм газу збільшився на 12 л, а тиск зменшився на 40 %. Визначте початковий об'єм газу.

Розв'язання. Якщо початкові об'єм і тиск газу дорівнювали відповідно V_0 і p_0, то кінцеві становили $V_0 + \Delta V$ і $0{,}6 p_0$, де $\Delta V = 12$ л. Скористаємося законом Бойля — Маріотта: $p_0 V_0 = 0{,}6 p_0 \cdot (V_0 + \Delta V)$. Звідси отримуємо $V_0 = 1{,}5 \Delta V = 18$ л.

Відповідь: $V_0 = 18$ л.

Приклад розв'язування графічної задачі на газові процеси наведено на електронному освітньому ресурсі за посиланням.

Підбиваємо підсумки

Рівняння стану ідеального газу, що пов'язує його тиск, об'єм і температуру:

- рівняння Менделєєва — Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$;
- рівняння Клапейрона $\frac{pV}{T} = \text{const}$ (для даної маси певного газу).

З рівняння Клапейрона в окремих випадках випливають рівняння, що описують різні ізопроцеси. За низьких температур і великих тисків середні відстані між молекулами зменшуються. Застосування рівняння Ван-дер-Ваальса (рівняння стану реального газу) є одним із способів урахувати розміри молекул та міжмолекулярні взаємодії, якими за таких умов уже не можна нехтувати.

Контрольні запитання

1. Що таке рівняння стану речовини? 2. За яких умов можна застосовувати рівняння Клапейрона? 3. Які ізопроцеси ви знаєте та які газові закони їх описують? 4. Запишіть рівняння Ван-дер-Ваальса. 5. У яких випадках доцільно застосовувати рівняння стану реального, а не ідеального газу?

Вправа № 23

1. Балон ємністю 40 л витримує тиск газу до 5 МПа. Визначте максимально можливу масу метану (CH_4) в цьому балоні за температури 27 °С.

2. Газ зберігають у сталевому балоні. Чи герметично закритий цей балон, якщо після збільшення температури від 7 до 47 °С тиск газу збільшився на 10 %?

3. Об'єм газу зменшили в 1,8 разу, внаслідок цього абсолютна температура газу збільшилася на 25 %, а тиск — на 200 кПа. Визначте початковий тиск газу.

4. Один моль водню стиснули за температури 0 °С до об'єму 0,224 л. Знайдіть тиск водню: а) розглядаючи його як ідеальний газ; б) відповідно до рівняння Ван-дер-Ваальса та значень сталих, наведених на електронному освітньому ресурсі за посиланням.

5. Повітряна бульбашка спливає в озері. Радіус бульбашки на глибині 70 м становить 1 мм. Яким стане радіус бульбашки поблизу поверхні води, якщо температуру води можна вважати однаковою на всіх глибинах?

6. На рис. 1 наведено графіки двох циклічних процесів з ідеальним газом. Побудуйте графіки цих процесів у двох інших системах координат.

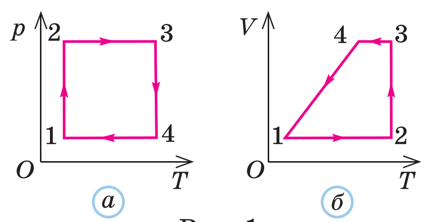


Рис. 1

7. На рис. 2 наведено графік циклічного процесу з ідеальним газом. Визначте, які точки графіка відповідають станам з найбільшим і найменшим тиском газу.

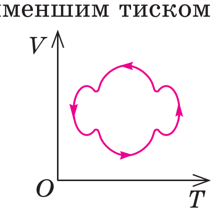


Рис. 2

8. Оцініть розміри молекули водню, скориставшись константами Ван-дер-Ваальса для водню, наведеними на електронному освітньому ресурсі (див. за посиланням).

9. У балон ємністю 5 л за температури 0 °С налили воду масою 1,1 г. Після цього балон герметично закрили та нагріли до 90 °С. Визначте тиск усередині балона, якщо вся вода перетворилася на пару.

Фізика і техніка в Україні

Науково-технологічний комплекс «Інститут монокристалів» НАН України (Харків)

Інститут монокристалів НАН України має більше ніж піввікову історію та є одним із визнаних лідерів у створенні нових кристалічних матеріалів для оптики, лазерної техніки, електроніки, детектування випромінювань. Фахівці інституту не тільки здійснюють фундаментальні дослідження структури та властивостей кристалів, тонких плівок, наноматеріалів, а й розробляють високотехнологічне обладнання для виготовлення кристалів (діелектриків, напівпровідників, сегнетоелектриків) з унікальними властивостями. Розробки Інституту широко відомі у світі, про що свідчить розширення зовнішньоекономічних зв'язків на базі створених високих технологій. Характерним для Інституту є завершений цикл розробок: від ідей і досліджень до нових матеріалів і їх упровадження у виробництво.

§ 24. НАСИЧЕНА ПАРА. КИПІННЯ. ВОЛОГІСТЬ ПОВІТРЯ

1 Пароутворення та конденсація. Насичена пара

Ви вже знаєте з курсу фізики 8 класу про можливі переходи речовини з одного стану в інший. Зараз нас цікавитимуть переходи рідини в газ і газу в рідину. На рис. 24.1 схематично показано такі переходи.

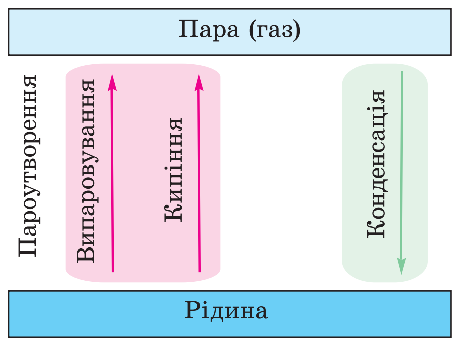


Рис. 24.1. Можливі перетворення рідини в газ і газу в рідину

Почнемо з розгляду **пароутворення**, що відбувається з поверхні рідини, тобто з **випаровування**. Молекули рідини безперервно та хаотично рухаються (коливаються та «зрідка» стрибають на сусіднє вільне місце). Це зумовлює плинність рідини. Але віддалитися від своїх сусідів молекули не можуть — щоб подолати міжмолекулярне притягання, треба виконати роботу, що набагато перевищує «можливості» молекул, тобто їх середню кінетичну енергію $\left(\overline{W}_k \sim kT\right)$. Проте завжди є молекули, кінетична енергія яких набагато перевищує середню. Такі молекули (зазвичай їх дуже мало) усе ж іноді долають сили притягання сусідів і вилітають з поверхні рідини. Тому над вільною поверхнею рідини завжди є пара, що складається з таких самих молекул.

Оскільки швидкі молекули в рідині є завжди, випаровування відбувається за будь-якої температури. Однак з її підвищенням швидкість випаровування швидко зростає (збільшується кількість швидких молекул). Крім того,

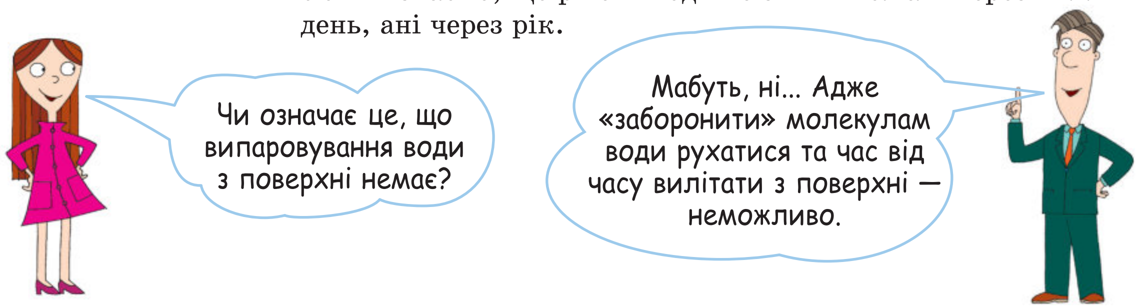
Зверніть увагу!

Різні рідини випаровуються з різною швидкістю: крапелька ефіру (летючої рідини) за кімнатної температури зникає просто на очах, крапелька води — протягом кількох хвилин, а от випаровування крапельки ртуті триватиме в десятки тисяч разів довше. Випаровування йде тим швидше, чим слабкіші зв'язки між частинками в рідині.

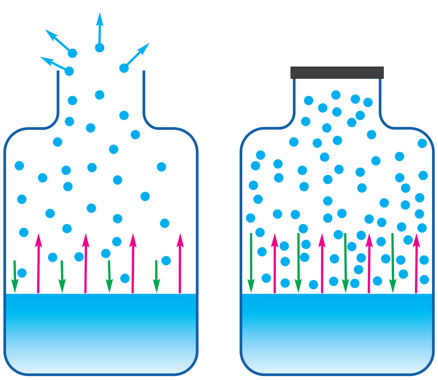
випаровування прискорюється зі збільшенням площі поверхні рідини (пролита рідина швидше висохне, якщо її розтерти по підлозі).

Під час випаровування середня кінетична енергія молекул рідини зменшується (адже її залишають молекули з найбільшою кінетичною енергією). Це означає, що за відсутності теплопередачі випаровування спричиняє охолодження рідини. Щоб температура рідини під час випаровування не зменшувалася, рідина має отримувати певну кількість теплоти (ви це відчуваєте, коли навіть у спекотний день виходите з води після купання, адже вода на шкірі отримує тепло саме від вашого тіла).

Розгляньмо тепер воду в щільно закоркованій пляшці. Усі ми знаємо, що рівень води не зміниться ані через тиждень, ані через рік.



Дійсно, випаровування відбувається звичайним чином. Проте молекулам пари в цьому випадку «нікуди подітися». Отже, випаровування спричиняє підвищення концентрації молекул пари над поверхнею води. А чим вона більша, тим більше молекул пари щосекунди «повертаються» в рідину. Отже, стає інтенсивнішою **конденсація** — *процес переходу речовини з газоподібного стану в рідкий*. За певної концентрації молекул пари настає **динамічна рівновага**: кількість молекул, які щосекунди повертаються до рідини, дорівнює кількості молекул, які щосекунди переходять із рідини в пару. Тепер макроскопічні параметри рідини та пари перестають змінюватися (якщо підтримується незмінна температура). Щосекунди мільярди мільярдів молекул покидають рідину та повертаються до неї, але необізнаний спостерігач скаже, що випаровування просто припинилося.



а *б*

Рис. 24.2. У ненасиченій парі (*а*) випаровування йде інтенсивніше за конденсацію, а на межі рідини з насиченою парою (*б*) ці процеси зрівноважують один одного. На рисунку не показано молекулярну будову рідини, червоні стрілки відповідають випаровуванню, зелені — конденсації

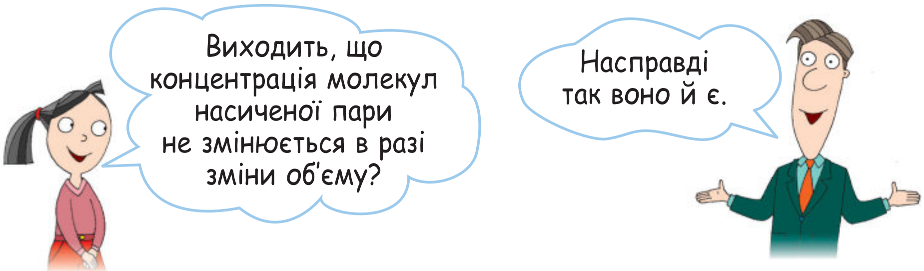
! Пару, що перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною, називають **насиченою**.

Отже, в закритій посудині пара над поверхнею рідини стає насиченою (рис. 24.2). Якщо ж процес випаровування інтенсивніший за конденсацію, то пару називають **ненасиченою**.

Подивимося, які особливі властивості має такий стан речовини, як насичена пара. Навіть коли ця пара є розрідженою, вона поводиться інакше за інші розріджені гази. Адже під час повільного (ізотермічного) стискання тиск газу зазвичай зростає, а під час розширення газу — зменшується. А от тиск насиченої пари за постійної температури не змінюється внаслідок зміни об'єму! Чому ж?

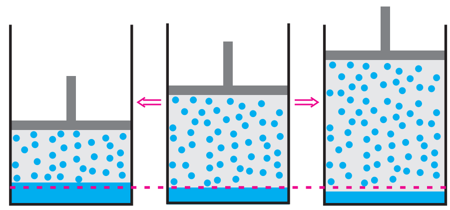
Скористаємося формулою $p = nkT$. З неї видно, що за незмінної температури тиск залежить тільки від концентрації n молекул.

? Поясніть, чому мокра білизна швидше висихає на вулиці у вітряну погоду.



Якщо внаслідок опускання поршня (рис. 24.3) концентрація молекул пари хоч трохи збільшиться, це порушить динамічну рівновагу: тепер конденсація відбуватиметься інтенсивніше, ніж випаровування. Дуже швидко «зайві» молекули пари перейдуть у рідину; концентрація молекул пари стане такою ж, як до стиснення. Ви можете переконатися самі, що й рух поршня вгору не змінить концентрації молекул пари — просто тепер випаровування відбуватиметься інтенсивніше за конденсацію.

Отже, концентрація молекул насиченої пари залежить тільки від температури (тобто не залежить від об'єму). Тоді з формул $\rho = nm_0$ і $p = nkT$ випливає:



T = const

⇓

в усіх випадках однакові n, ρ, p

Рис. 24.3. У всіх трьох випадках тиск насиченої пари однаковий. Переміщення поршня за незмінної температури спричиняє перехід частини молекул із пари в рідину або навпаки

! густина $\rho_н$ та тиск $p_н$ насиченої пари залежать тільки від температури.

Таблиця 24.1

Залежність тиску $p_н$ і густини $\rho_н$ насиченої водяної пари від температури

Температура, °C	$p_н$, кПа	$\rho_н$, г/м^3
3	0,76	6,0
6	0,93	7,3
10	1,23	9,4
14	1,60	12,1
16	1,81	13,6
18	2,07	15,4
20	2,33	17,3
25	3,17	23,0
30	4,24	30,4

Відповідні залежності наведено в табл. 24.1. За будь-якої іншої густини (та, відповідно, іншого тиску) рівновага між рідиною та паром неможлива. Якщо $p < p_н$, рідина випаровується та її кількість зменшується; якщо ж $p > p_н$, переважає процес конденсації (таку пару називають **перенасиченою**). Її можна отримати, наприклад, дуже швидким охолодженням насиченої пари. Проте такий стан речовини є нестійким і зазвичай «зайва» пара дуже швидко конденсується, доки пара не стане насиченою. Іноді (за відсутності центрів конденсації) перенасичена пара може існувати тривалий час.

Зрозуміло, що за однієї і тієї самої температури тиск насиченої пари для різних рідин є різним: він більший для летючих рідин зі слабким зв'язком між частинками та набагато менший для рідин, що повільно випаровуються (табл. 24.2).

Щоб дослідити залежність тиску насиченої пари від температури, можна налити трохи рідини в посудину, герметично закрити цю посудину та відкачати з неї повітря. Тоді в посудині залишаться тільки рідина та її насичена пара. Після цього нагріватимемо посудину. На рис. 24.4 наведено типовий графік залежності $p(T)$ для пари в такій посудині.

Ділянка *1–2* графіка відповідає насиченій парі. Як бачимо, її тиск зростає не прямо пропорційно абсолютній температурі, а значно швидше. Так і має бути: адже з нагріванням зростає концентрація молекул пари. Отже, зростають аж два множники в правій частині формули $p = nkT$. А от що відбувається далі?

Таблиця 24.2

Тиск $p_н$ насиченої пари за температури 20 °C

Рідина	$p_н$, Па
Вода	2300
Ефір діетиловий	58 000
Ртуть	0,24

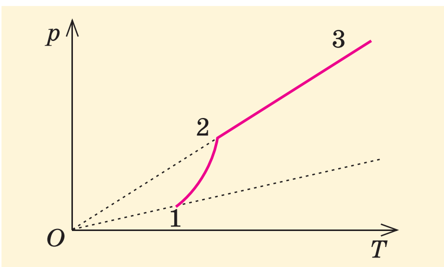
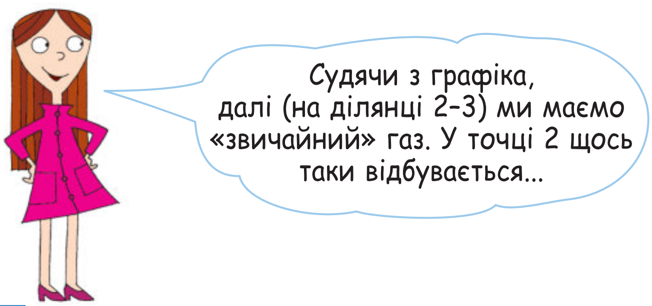
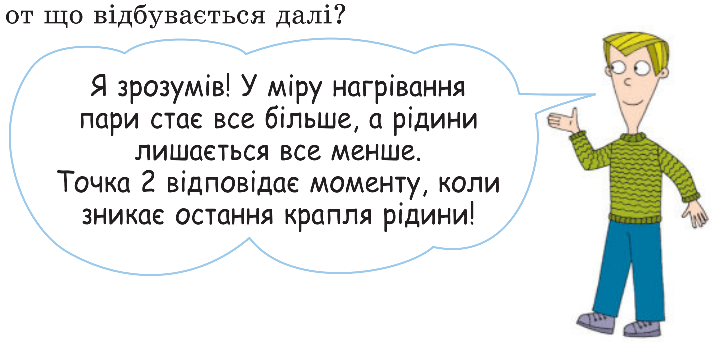


Рис. 24.4. Графік залежності тиску пари в герметично закритій посудині від температури





Дійсно, з підвищенням температури щосекунди з поверхні рідини вилітає більше молекул. Тому концентрація молекул насиченої пари (отже, її густина) зростає під час нагрівання. Тиск же насиченої пари зростає ще помітніше. Але щоб пара залишалася насиченою, «поруч» має бути рідина. Як тільки вона «скінчиться» — пара вже не буде насиченою. Отже, залежності $p_н(T)$ відповідає тільки ділянка *1–2* на рис. 24.4.

Зверніть увагу!

Не можна застосовувати до насиченої пари рівняння ізопроцесів та рівняння Клапейрона — адже маса такої пари не є сталою. А от рівняння Менделєєва — Клапейрона виконується зазвичай досить точно.

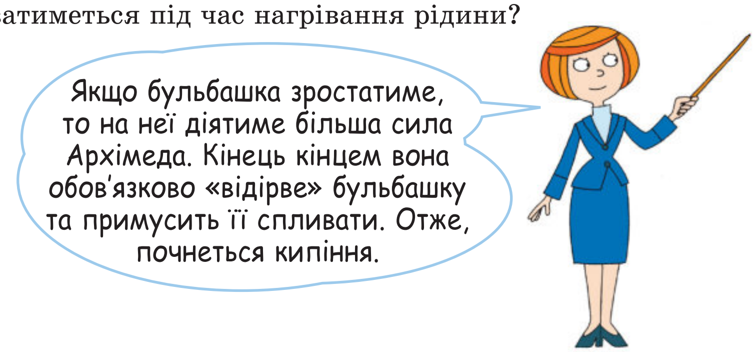
2 Кипіння

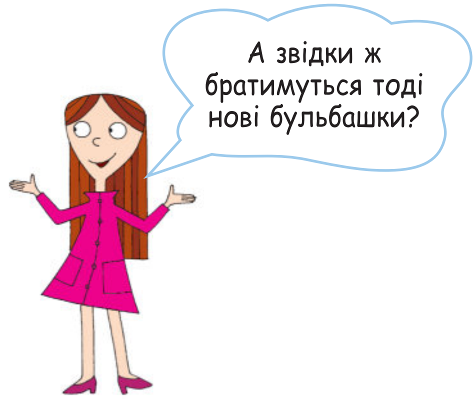
Усі ми щодня маємо справу ще з одним процесом пароутворення — **кипінням**. Ви знайомі з цим процесом і з курсу фізики 8 класу. На відміну від випаровування, процес кипіння охоплює й об'єм рідини: відбувається утворення великої кількості бульбашок, їх зростання та спливання до вільної поверхні рідини (рис. 24.5), де бульбашки лопаються з характерним звуком і викидають пару.

Кипіння, знов-таки на відміну від випаровування, відбувається тільки за певних умов: за певного тиску в кожної рідини своя **температура кипіння**.

Розберемося докладніше з процесом кипіння. Зазвичай в рідині ще до початку кипіння є маленькі бульбашки, в які збираються розчинені в цій рідині гази (надалі вважатимемо, що це повітря). Такі бульбашки мали б швидко спливати та зникати, але вони «чіпляються» за стінки та дно посудини (переважно за нерівності, подряпини тощо). Окрім повітря, в бульбашках обов'язково є насичена пара — адже з усіх боків бульбашку оточує рідина. Що ж відбуватиметься під час нагрівання рідини?

Рис. 24.5. Кипіння води у відкритій прозорій посудині





Відриваючись, кожна бульбашка обов'язково залишає на дні або стінці свою маленьку частку, а це — зародок нової бульбашки. Отже, головною умовою кипіння є швидке зростання розмірів бульбашок. Що ж для цього потрібно?

Очевидно, тиск усередині бульбашки має хоча б зрівноважувати зовнішній тиск p. Цей зовнішній тиск складається

Розберемося глибше

Виявляється, можна отримати перегріту рідину, температура якої перевищує температуру кипіння за даного тиску (наприклад, можна у відкритій посудині нагріти воду до 120 °C без кипіння). Для такої рідини тиск насиченої пари перевищує атмосферний (іноді досить помітно): $p_н > p_{атм}$. Чому ж рідина не кипить, тобто чому не ростуть бульбашки? Таке можливо, якщо рідина дуже чиста, в ній практично немає розчинених газів, а стінки посудини гладенькі. Це виключає утворення зародків бульбашок (тобто центрів пароутворення) на порошинках, бульбашках повітря, подряпинах на стінках тощо. Тому утворені бульбашки мають починати зростання майже «від нуля», тобто від дуже малих значень радіуса r бульбашки. Саме за таких значень r особливу роль відіграє тиск Лапласа (адже $p_Л \sim r^{-1}$), що може помітно перевищувати навіть атмосферний. Цей тиск заважає розширенню бульбашок на початковому етапі — найбільш «важкому». Якщо розмір бульбашки сягне певного критичного значення, то подальше зростання вже відбувається звичайним чином.

Перегрітий стан рідини не є стійким: досить одній чи кільком бульбашкам випадково сягнути критичного розміру, як починається бурхливе кипіння. Його може спричинити й легкий поштовх, перемішування рідини, потрапляння в неї піщинки.

Перегріту рідину можна отримати обережним повільним нагріванням або різким зменшенням тиску над рідиною.

Навколо фізики

Дехто з вас може знайти «автоклав» (у побуті його називають скороваркою) у себе вдома на кухні — це каструля з кришкою, що закривається герметично. За допомогою такої каструлі можна скоротити час приготування їжі в кілька разів. Проте слід стежити за станом запобіжних клапанів у кришці, які випускають пару в разі підвищення її тиску до небезпечного рівня.

Зверніть увагу!

Ви напевно чули характерний шум, який виникає ще до закипання води в чайнику. Потім цей шум зникає, а через певний час уже чути булькання води, що кипить. Такий шум виникає через різницю температур води на різних рівнях. Коли вода поблизу дна чайника вже гаряча, в ній виникають бульбашки пари. Але вони не доходять до поверхні: у середніх, ще недостатньо гарячих шарах води бульбашка майже миттєво остигає, пара конденсується і бульбашка «схлопується». Ми чуємо звук, що виникає внаслідок зіткнення протилежних стінок бульбашки.

з атмосферного $p_{атм}$, гідростатичного тиску стовпчика рідини $p_{рід} = \rho g h$ (h — глибина, ρ — густина рідини) та ще одного доданка, який називають **тиском Лапласа**. Тиск Лапласа $p_Л$ зумовлений кривизною «стінок» бульбашки, він так само заважає бульбашці зростати, як пружність стінок гумової кульки заважає надувати цю кульку. У наступних параграфах ми розповімо про тиск Лапласа дещо докладніше, а поки повідомимо тільки, що він обернено пропорційний радіусу r бульбашки: $p_Л \sim r^{-1}$.

Отже, $p = p_{атм} + \rho g h + p_Л$. Якщо розглядати кипіння «звичайної» води в каструлі, то другим і третім доданками можна знехтувати та вважати, що $p = p_{атм}$ (нагадаємо, що нормальний атмосферний тиск дорівнює тиску стовпа води заввишки приблизно 10 м). Тоді для кипіння тиск $p_{внутр}$ усередині бульбашки має дорівнювати атмосферному або трохи перевищувати його. Оскільки бульбашка містить повітря та насичену пару, саме вони й забезпечують внутрішній тиск: $p_{внутр} = p_{пов} + p_н$.

Проте врахуємо, що кількість повітря в бульбашці мізерна. Тому під час розширення бульбашки тиск повітря $p_{пов}$ швидко зменшується та стає несуттєвим. Можна вважати, що під час кипіння бульбашки заповнені тільки насиченою парою. Тоді умова кипіння має вигляд $p_н \geqslant p_{атм}$. Нагадаємо, що для певної рідини $p_н$ залежить тільки від температури. Отже, кипіння починається за такої температури, за якої $p_н = p_{атм}$.

! Тиск насиченої пари в бульбашках за температури кипіння дорівнює зовнішньому (атмосферному) тиску.

Коли рідина у відкритій посудині нагрівається до температури кипіння та закипає, для підтримання кипіння необхідно безперервно «підводити» до рідини тепло, інакше кипіння припиниться. Адже під час пароутворення поглинається певна кількість теплоти. Саме тому під час кипіння у відкритій посудині температура рідини не збільшується: уся отримана кількість теплоти витрачається на пароутворення.

З наведених міркувань зрозуміло, що температура кипіння залежить від властивостей рідини (летючі рідини киплять за нижчих температур) і від зовнішнього тиску. Чим більший тиск, тим більша й температура кипіння. За нормального атмосферного тиску (101 кПа) температура кипіння води становить 100 °С. Якщо ж відкачувати насосом повітря з колби, то вода в ній закипить і за кімнатної температури. Коли тиск перевищує атмосферний у 15 разів, температура кипіння води становить 200 °С!

Високо в горах атмосферний тиск настільки малий, що там температура кипіння води може бути меншою за 70 °C (у такій воді не звариш м’ясо). Якщо ж треба нагріти воду до високої температури без кипіння, то краще робити це в герметично закритій посудині: тоді тиск у посудині збільшиться через виникнення пари, і температура кипіння води теж збільшиться. На цьому ґрунтується дія **автоклавів**, які широко застосовують у медицині (для стерилізації медичного обладнання) та в різних галузях промисловості.

3 Вологість повітря та її вимірювання

Молекули води становлять невелику частку всіх молекул в атмосфері Землі (зазвичай не більше ніж кілька відсотків поблизу земної поверхні). Ця частка постійно змінюється залежно від багатьох чинників. Вплив навіть малої кількості водяної пари на атмосферні процеси та біосферу настільки великий, що його треба вивчати та враховувати.

Вміст водяної пари в повітрі характеризують **абсолютною** або **відносною вологістю**. *Абсолютна вологість повітря — це маса водяної пари в 1 м*^{3} *повітря, тобто густина* ρ *водяної пари в повітрі*. Зазвичай для цієї величини застосовують позасистемну одиницю: $[\rho] = \text{г}/\text{м}^3$.

Проте в більшості випадків абсолютна вологість не є достатньо змістовною характеристикою повітря. За однакових її значень повітря іноді можна вважати дуже сухим, а іноді — украй вологим. Річ у тім, що найчастіше нас цікавить швидкість випаровування води, вона ж визначається тим, наскільки близька водяна пара в повітрі до насиченої. Це характеризує *відносна вологість — відношення парціального тиску* p *водяної пари в повітрі до тиску* $p_\text{н}$ *насиченої водяної пари за даної температури*:

$$\varphi = \frac{p}{p_\text{н}} \cdot 100\,\%. \qquad (1)$$

Існує й еквівалентний вираз відносної вологості через абсолютну:

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_\text{н}} \cdot 100\,\%. \qquad (2)$$

Стійкими є стани повітря, для яких $0 \leqslant \varphi \leqslant 100\%$ ($\varphi = 0$ відповідає сухому повітрю, а $\varphi = 100\,\%$ — повітрю, що містить насичену водяну пару). Чим більша відносна вологість повітря, тим повільніше відбувається в такому повітрі випаровування води.

Нагрівання повітря спричиняє швидке збільшення $p_\text{н}$ і $\rho_\text{н}$, тобто зменшення відносної вологості. Охолодження ж повітря спричиняє збільшення відносної вологості. Якщо

під час охолодження відносна вологість доходить до 100 %, починається конденсація пари (випадання роси); подальше охолодження тоді вже не змінює значення φ.

Точка роси $t_р$ — це температура, до якої має охолонути повітря, щоб почався процес конденсації водяної пари (утворення роси).

Відносна вологість повітря значною мірою впливає на самопочуття людини. Оптимальними вважають значення φ від 40 до 60 %. За інших значень φ людина швидко втомлюється. За низької вологості висихають слизові оболонки, виникають мікротріщини, крізь які всередину організму потрапляють небезпечні мікроорганізми. За високої вологості людина дуже погано переносить спеку — адже основним механізмом терморегуляції є випаровування поту зі шкіри, а цей процес у вологому повітрі сповільнюється. Цікаво, що для зберігання книжок і картин оптимальними є приблизно такі самі значення відносної вологості, що й для життєдіяльності людини.

Для встановлення оптимальної вологості повітря застосовують зволожувачі та осушувачі. Найпростішими зволожувачами на відкритому повітрі є фонтани, що розбризкують воду, збільшуючи площу її поверхні та прискорюючи випаровування.

Найменші зміни вологості повітря впливають на атмосферні процеси: адже змінюється швидкість випаровування води з поверхні морів і океанів. А такі процеси супроводжуються поглинанням великої кількості теплоти*, а отже — охолодженням повітря та зміною його тиску. Конденсація ж пари спричиняє виділення тепла та нагрівання повітря. Перепади температури та тиску повітря викликають великомасштабні рухи в атмосфері — циклони та антициклони, урагани та тайфуни, смерчі тощо.

Отже, без вимірювань вологості повітря неможливі ані надійні метеорологічні прогнози, ані створення комфортних умов для людей. Прилади для вимірювання вологості повітря називають **гігрометрами**. Дія всіх гігрометрів ґрунтується на залежності перебігу якихось процесів (або властивостей речовини) від вологості повітря. Існують, наприклад, досить точні *конденсаційні гігрометри*, що дозволяють визначити вологість за точкою роси. Створено датчики вологості (тобто фактично гігрометри), що застосовують залежність електричних властивостей деяких полімерів від кількості

* Нагадаємо, що вода має велику питому теплоту пароутворення.

водяної пари в повітрі. Ми ж коротко познайомимо вас із простими гігрометрами, широко вживаними в побуті.

Волосяний гігрометр (рис. 24.6) дуже простий і дешевий, але не дуже точний. Його дія ґрунтується на властивості знежиреного волоса подовжуватися, якщо збільшується вологість повітря. За допомогою простого механізму зміна довжини волоса викликає переміщення стрілки по шкалі.

Психрометричний гігрометр (або просто **психрометр**) застосовують за температури вище 0 °C, зокрема в приміщеннях. Цей прилад (рис. 24.7) фактично складається з двох термометрів: сухого та вологого (його колбу загорнуто в тканину, частково занурену в воду). Оскільки вода з колби вологого термометра безперервно випаровується та охолоджує цю колбу, вологий термометр показує нижчу температуру. Чим менша вологість повітря, тим швидше йде випаровування та помітніше спричинене ним охолодження. Отже, за показаннями термометрів можна судити про вологість повітря. Для цього розроблено спеціальну психрометричну таблицю (див. її фрагмент, табл. 24.3).

Якщо, наприклад, показання термометрів психрометра дорівнюють 22 і 14 °C (очевидно, що більш високу температуру показує сухий термометр), то відносну вологість повітря слід шукати на перетину рядку, що відповідає температурі 22 °C, та стовпчика, що відповідає різниці температур 8 °C. Вологість повітря дорівнює 40 %.

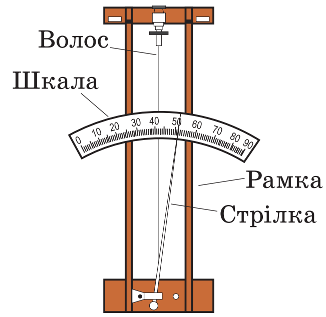


Рис. 24.6. Гігрометр волосяний

Рис. 24.7. Гігрометр психрометричний

Таблиця 24.3

Психрометрична таблиця

Показання сухого термометра, °C	Різниця показань сухого та вологого термометрів, °C									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Відносна вологість, %									
6	100	86	73	60	47	35	23	10	—	—
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	—
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
14	100	89	79	70	60	51	42	34	25	17
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Визначте відносну вологість повітря за температури $t = 20\,°\mathrm{C}$, якщо точка роси $t_\mathrm{р} = 14\,°\mathrm{C}$.

Розв'язання. Відносна вологість повітря $\rho = \frac{p(20\,°\mathrm{C})}{p_\mathrm{н}(20\,°\mathrm{C})} \cdot 100\,\%$

Якщо вважати, що під час охолодження до точки роси атмосферний тиск не змінюється, то не змінюється й парціальний тиск водяної пари. Отже, цей тиск $p(20\,°\mathrm{C})$ дорівнює тиску насиченої пари за температури $t_\mathrm{р}$, тобто $p_\mathrm{н}(14\,°\mathrm{C})$. Таким чином, $\varphi = \frac{p_\mathrm{н}(14\,°\mathrm{C})}{p_\mathrm{н}(20\,°\mathrm{C})} \cdot 100\,\%$. За табл. 24.1 знаходимо $p_\mathrm{н}(14\,°\mathrm{C}) = 1{,}60$ кПа, $p_\mathrm{н}(20\,°\mathrm{C}) = 2{,}33$ кПа. Підставивши ці значення, отримаємо $\varphi = 69\,\%$.

Відповідь: $\varphi = 69\,\%$.

Коментар

Насправді парціальний тиск водяної пари під час охолодження може трохи змінитися. Якщо ж охолодження відбувається в герметично закритому об'ємі, то до початку конденсації незмінною буде густина пари, а не парціальний тиск. Переконайтеся самі, що за таких умов отримаємо

$$\varphi = \frac{\rho_\mathrm{н}(14\,°\mathrm{C})}{\rho_\mathrm{н}(20\,°\mathrm{C})} \cdot 100\,\% = 70\,\%.$$

Така різниця зазвичай є несуттєвою.

Задача 2. Визначте точку роси, якщо термометри психрометра показують 20 і 11 °C.

Розв'язання. Показ сухого термометра дорівнює 20 °C, а різниця показань термометрів — 9 °C. За табл. 24.3 знаходимо відносну вологість повітря: $\varphi = 30\,\%$. За табл. 24.1 знаходимо $p_\mathrm{н}(20\,°\mathrm{C}) = 2{,}33$ кПа. Тоді з формули (1) для відносної вологості повітря випливає, що парціальний тиск водяної пари $p(20\,°\mathrm{C}) = p_\mathrm{н}(20\,°\mathrm{C}) \cdot \frac{\varphi}{100\,\%} = 0{,}70$ кПа. Цей тиск дорівнює тиску насиченої водяної пари за точки роси: $p(20\,°\mathrm{C}) = p_\mathrm{н}(t_\mathrm{р})$. Звертаємося знов до табл. 24.1 і бачимо, що такий тиск відповідає температурі, дещо нижчій від 3 °C. Оскільки поблизу цієї температури зміна температури $\Delta t = 1\,°\mathrm{C}$ спричиняє зміну $\Delta p_\mathrm{н}(t) \approx 0{,}06$ кПа, отримуємо приблизне значення точки роси $t_\mathrm{р} \approx 2\,°\mathrm{C}$.

Відповідь: $t_\mathrm{р} \approx 2\,°\mathrm{C}$.

Задача 3. У посудину налили трохи води та почали її нагрівання. Потім посудину герметично закрили та продовжили нагрівання, збільшивши температуру до 100 °C. Манометр показав, що за цієї температури тиск у посудині дорівнює 140 кПа. Нагрівання припинили, посудина почала остигати. Яким буде тиск у ній за температури 30 °C?

Дано:
$t_1 = 100\,°\mathrm{C}$ $(T_1 = 373\,\mathrm{K})$
$t_2 = 30\,°\mathrm{C}$ $(T_2 = 303\,\mathrm{K})$
$p_1 = 140$ кПа
$p_\mathrm{атм} = 100$ кПа
$p_{2\mathrm{н}} = 4{,}2$ кПа

p_2 — ?

Розв'язання. Початковий тиск у посудині створюють повітря та насичена водяна пара: $p_1 = p_{1\mathrm{пов}} + p_{1\mathrm{н}}$.
Оскільки початкова температура збігається з температурою кипіння води за нормального атмосферного тиску,

$$p_{1\mathrm{н}} = p_\mathrm{атм} \text{ і } p_{1\mathrm{пов}} = p_1 - p_\mathrm{атм}.$$

Об'ємом води в посудині можна знехтувати, тому охолодження повітря — ізохорний процес. Отже, $\frac{p_{2\mathrm{пов}}}{p_{1\mathrm{пов}}} = \frac{T_2}{T_1}$ і $p_{2\mathrm{пов}} = p_{1\mathrm{пов}} \frac{T_2}{T_1}$.

Кінцевий тиск у посудині

$$p_2 = p_{2\text{пов}} + p_{2\text{н}} = p_{1\text{пов}}\frac{T_2}{T_1} + p_{2\text{н}} = \left(p_1 - p_{\text{атм}}\right)\frac{T_2}{T_1} + p_{2\text{н}}$$

(значення $p_{2\text{н}}$ визначаємо за табл. 24.1).

Перевіримо одиниці: $\left[p_2\right] = \dfrac{\text{кПа}\cdot\text{К}}{\text{К}} + \text{кПа} = \text{кПа}.$

Визначимо числове значення:

$$p_2 = \frac{(140-100)\cdot 303}{373} + 4{,}2 = 37 \ \ (\text{кПа}).$$

Відповідь: $p_2 = 37$ кПа.

Коментар

Поширена помилка — застосування до суміші повітря з парою звичайного рівняння ізохорного процесу. Це призводить до неправильної відповіді $p_2 = = \dfrac{p_1 T_2}{T_1} = 114$ кПа. Така велика похибка є наслідком того, що не враховується конденсація пари.

Підбиваємо підсумки

Рідина та пара над нею «обмінюються» молекулами внаслідок випаровування (пароутворення з поверхні рідини) та конденсації. Коли пара є насиченою, ці процеси зрівноважують один одного, встановлюється динамічна рівновага. Густина та тиск насиченої пари залежать тільки від температури (не залежать від об'єму).

Під час кипіння пароутворення відбувається й в об'ємі рідини (точніше, з поверхні всіх бульбашок). Тиск насиченої пари в бульбашках за температури кипіння дорівнює зовнішньому тиску, тому температура кипіння певної рідини залежить від тиску. Під час кипіння у відкритій посудині температура рідини не змінюється.

Вміст водяної пари в повітрі характеризують абсолютною або відносною вологістю. Абсолютна вологість — це густина ρ водяної пари в повітрі, а відносна вологість φ — відношення парціального тиску p водяної пари в повітрі до тиску $p_{\text{н}}$ насиченої водяної пари за даної температури: $\varphi = \dfrac{p}{p_{\text{н}}}\cdot 100\,\%$. Замість відношення тисків пари $\dfrac{p}{p_{\text{н}}}$ можна брати відношення густин $\dfrac{\rho}{\rho_{\text{н}}}$.

Охолодження пари до точки роси $t_{\text{р}}$ спричиняє початок конденсації цієї пари.

Для вимірювання вологості повітря застосовують гігрометри різних типів.

Контрольні запитання

1. Що таке випаровування? **2.** Чому випаровування викликає охолодження рідини? **3.** Яку пару називають насиченою? **4.** Чому тиск насиченої пари не залежить від її об'єму? **5.** Опишіть процес кипіння рідини. **6.** Чому температура кипіння рідини залежить від тиску? **7.** Що таке відносна вологість повітря? **8.** Що таке точка роси?

Вправа № 24

1. У скільки разів треба зменшити тиск у колбі, щоб вода в ній закипіла за температури 20 °С? Початковий тиск дорівнював 100 кПа.

2. Визначте відносну вологість повітря за температури 18 °С, якщо парціальний тиск водяної пари становить 1,24 кПа.

3. Визначте абсолютну вологість повітря за температури 25 °С, якщо відносна вологість дорівнює 54 %.

4. Визначте відносну вологість повітря, якщо термометри психрометра показують 24 і 16 °С.

5. Скільки води треба випарувати, щоб відносна вологість повітря в кімнаті підвищилася від 20 до 50 %? Об'єм кімнати 70 м^3, температура повітря 20 °С.

6. Обидва термометри психрометра показують температуру 28 °C. Визначте відносну вологість повітря.

7. Відносна вологість повітря в приміщенні за температури 25 °C дорівнювала 60 %. Визначте масу роси, що випала з 1 м^3 повітря після зниження температури до 14 °C.

8. Визначте точку роси, якщо термометри психрометра показують 24 і 20 °C.

9. Чому в опалюваних приміщеннях узимку відносна вологість повітря менша, ніж на вулиці?

Експериментальні завдання

1. Установіть залежність температури кипіння води від вмісту в ній розчиненої солі.
2. Скориставшись вентилятором, дослідіть залежність показань термометрів психрометра від швидкості руху навколишнього повітря. Запропонуйте спосіб підвищення точності вимірювання відносної вологості повітря.

§ 25. РІВНОВАГА ФАЗ ТА ФАЗОВІ ПЕРЕХОДИ

1 Фази та фазові переходи

Ви знаєте, що речовина може перебувати у твердому, рідкому або газоподібному стані. Фізики називають певні рівноважні стани речовини **фазами**. Перетворення речовини з одного стану в інший називають **фазовими переходами**. Прикладами таких переходів є не тільки плавлення або конденсація, а й перетворення феромагнетику на парамагнетик після досягнення точки Кюрі або перехід ртуті внаслідок охолодження в надпровідний стан (ви знаєте про такі перетворення з курсу фізики 9 класу).

Ми знаємо такі макроскопічні параметри, як температура T, тиск p і об'єм V. У простих випадках цього зазвичай достатньо (а от, наприклад, для сплавів є ще такі параметри, як вміст кожного з компонентів). Давайте обмежимося саме простими випадками (скоро переконаємося, що й вони не такі прості). Урахуємо також, що для кожної «порції» речовини в певному стані існує зв'язок між p, V, T (цей зв'язок задає рівняння стану). Таким чином, можна вважати, що фазовий стан речовини визначають значення температури та тиску.

Значення цих двох величин зручно задавати положенням точки на площині з декартовою системою координат p, T. Отже, у цій площині можна накреслити своєрідну «мапу», і різним точкам на ній відповідатимуть різні стани речовини. Таку мапу, що містить багато важливої інформації, називають **фазовою діаграмою** речовини.

Для наочності посилатимемося на типову фазову діаграму (рис. 25.1). Докладніше про фазові діаграми та фазові перетворення ви можете дізнатися за посиланням.

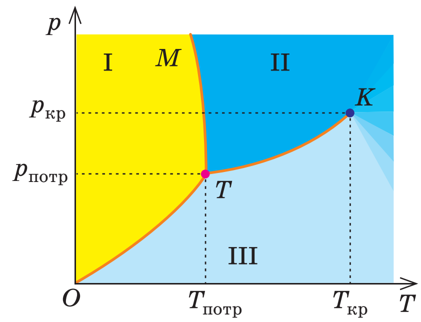
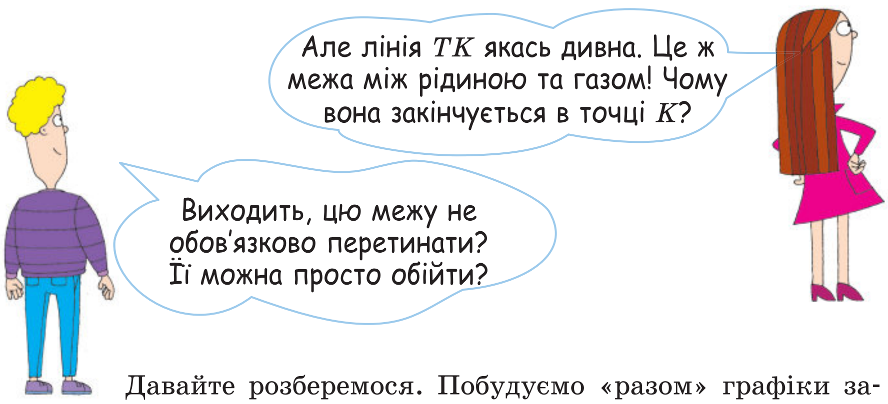


Рис. 25.1. Типова фазова діаграма речовини: жовта ділянка (I) відповідає твердому стану; синя (II) — рідині; голуба (III) — газу. На лініях, що розділяють ділянки, можливе «співіснування» двох фаз, а в точці T (**потрійній точці**) — й усіх трьох фаз

2 Перетворення рідина — пар і критична точка

Перш за все зазначимо, що лінія TK нам уже знайома. Адже вона відповідає рівновазі між рідиною та парою. Отже, ідеться про *насичену* пару, тобто лінія TK — це графік залежності тиску насиченої пари від температури (як і ділянка *1*–*2* графіка на рис. 24.4).



Давайте розберемося. Побудуємо «разом» графіки залежності густини рідини (наприклад, води) та її насиченої пари від температури. За кімнатної температури густина води більша в десятки тисяч разів. Але зі збільшенням температури вона зменшується через теплове розширення, густина ж насиченої пари швидко зростає (рис. 25.2). За якоїсь температури вони мають зрівнятися, а відповідні графіки — зійтися в одну точку. Виявляється, що обидва графіки просто «зростаються» в одну лінію.

Що ж це означає? Якщо густина пари за певної температури (її й називають **критичною**, а відповідну точку K на фазовій діаграмі — **критичною точкою**) зрівнялася з густиною води, то які відмінності залишилися між цими двома станами речовини? Виявляється — ніяких. От якщо порівнювати пару з твердим тілом, то навіть за однакової густини лишалася б принципова відмінність: наявність кристалічних ґраток у твердого тіла.

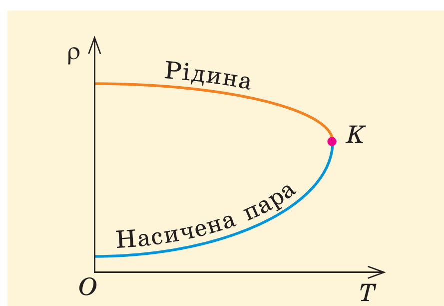


Рис. 25.2. Графіки (схематичні, без додержання масштабу) залежності густини рідини та її насиченої пари від температури. Точка K відповідає критичному стану

! За критичної температури зникають відмінності між рідиною та її насиченою парою.

Якщо температура вища за критичну, то перетворити газ на рідину просто неможливо. Саме тому всі спроби вчених отримати рідкий кисень або рідкий азот, піддаючи

Навколо фізики

Ми познайомилися лише з малою частиною того, що знають фізики про фази та фазові перетворення. Поза нашою увагою лишилося таке цікаве явище, як поліморфізм кристалів — їх здатність існувати в різних кристалічних структурах. Різні модифікації мають, наприклад, кристалічні олово і залізо, значно більшу їх кількість мають вуглець і «звичайний» лід. Фазові діаграми деяких речовин схожі на клаптеві ковдри — так багато там окремих ділянок. Наприклад, лід має щонайменше 14 різних модифікацій (кристалічних і аморфних); однак більшість із них існують за умов, далеких від «звичайних» (наприклад, за високого тиску).

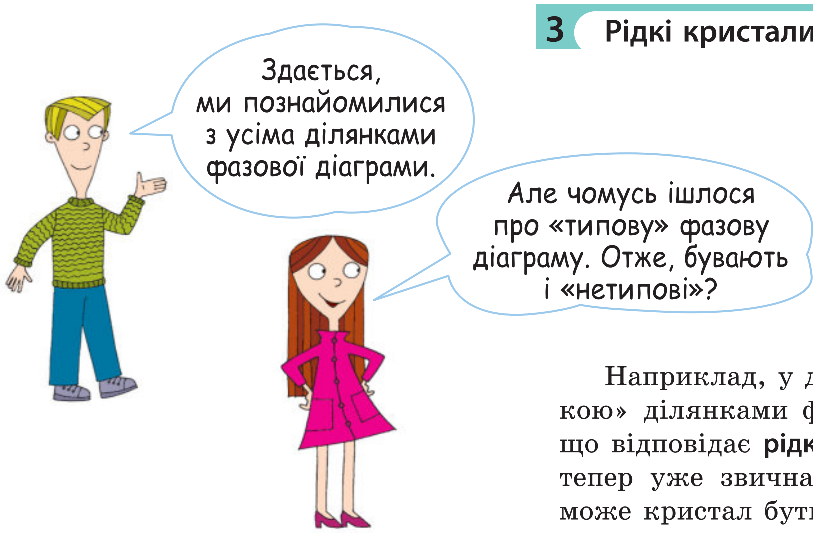
атмосферні гази сильному стисканню, були приречені на невдачу через низькі критичні температури цих газів (див. табл. 25.1)*.

Таблиця 25.1

Параметри критичних точок деяких речовин

Речовина	Критична температура $T_{кр}$, К	Критичний тиск $p_{кр}$, МПа
Гелій	5,2	0,23
Водень	33	1,3
Азот	126	3,4
Кисень	155	5,0
Карбон(IV) оксид	304	7,4
Вода	647	22
Ртуть	1750	167

3 Рідкі кристали



Наприклад, у деяких речовин між «твердою» та «рідкою» ділянками фазової діаграми є ще окрема ділянка, що відповідає **рідкому кристалу** (РК). Така назва (правда, тепер уже звична навіть дітям) попервах дивувала: як може кристал бути рідким? Як можна поєднати порядок із хаосом? Виявляється, це цілком можливо.

Рідкі кристали — це фазовий стан деяких речовин, у якому поєднуються, наприклад, плинність і **анізотропія**. Зазвичай плинність характерна тільки для рідин, тоді як анізотропія (залежність фізичних властивостей середовища від напряму) — тільки для кристалів (див. § 27).

РК дуже різноманітні, тому пояснимо їх властивості на прикладі одного типу — **нематичних РК**. Їх молекули

Матеріал про ізотерми реального газу ви знайдете на електронному освітньому ресурсі за посиланням.

* Строго кажучи, парою називають тільки газ, що може перебувати в рівновазі з рідиною або твердим тілом. Тому пара існує тільки за температур, нижчих від критичної.

сильно витягнуті (нагадують за формою сірники або голки, рис. 25.3). У стані РК центри цих молекул розташовані хаотично, але орієнтація всіх молекул є практично однаковою (існує дальній орієнтаційний порядок). Уявіть, що ви поклали сірники в коробок, який дещо довший і ширший, ніж потрібно. Якщо потрясти такий коробок, сірники ковзатимуть один уздовж одного, перемішуватимуться, але жодний із них не зможе повернутися більше ніж на кілька градусів. Така упаковка сірників є непоганою моделлю нематичного РК: вона пояснює, як поєднуються плинність і дальній порядок.

Рис. 25.3. Структура нематичного рідкого кристала

Рідкі кристали — безумовно, дуже цікавий приклад «нестандартної» будови речовини. Чим же вони можуть бути корисні? Найбільш важливою виявилася чутливість оптичних властивостей РК до змін температури та електричного поля. Завдяки цьому деякі РК помітно змінюють колір унаслідок найменших змін температури. Це застосовують, щоб знайти гарячі точки в мікроколі, локалізувати місце пухлини у людини, візуалізувати зображення в інфрачервоних променях.

РК-екрани та табло створюють яскраві зображення з мінімальною витратою електроенергії під впливом слабкого електричного поля електродів (рис. 25.4). Докладніше ви дізнаєтеся про дію таких пристроїв, коли вивчите поляризацію світла. Дослідження з молекулярної біології свідчать і про важливу роль РК у живій клітині.

Рис. 25.4. Застосування РК: *а* — візуалізація зображення, отриманого в темряві за допомогою інфрачервоних променів; *б* — екрани численних пристроїв, без яких нині не обходиться майже ніхто

4 Що треба пам'ятати про фазові переходи

Про всяк випадок коротко нагадаємо, що треба знати про фазові перетворення для розв'язування якісних і розрахункових задач (див. табл. 25.2).

Нагадаємо також, що в довідкових таблицях зазвичай наводять значення λ і L, що відповідають фазовим переходам за нормального атмосферного тиску.

Навколо фізики

Рідкі кристали відкрив 1888 року австрійський ботанік Ф. Рейнітцер. Він знайшов органічні речовини, які мали два різних рідких стани — мутний і прозорий. Один із цих станів і відповідав РК. Проте фізики та хіміки тривалий час «не визнавали» РК — адже всі вони добре навчалися в школі та знали, що існують тільки три стани речовини... Навіть коли існування РК було вже надійно доведено, їм не приділяли особливої уваги. Ситуація змінилася тільки після 1960 року, коли з'явилися перспективи широкого застосування РК: їм стали присвячувати міжнародні конференції, розробляти різноманітні рідкокристалічні пристрої.

Таблиця 25.2

Характеристики фазових переходів

Фазові переходи	Умови	Кількість теплоти Q	Фізичний зміст величин
Плавлення, кристалізація	За температури плавлення (що слабо залежить від тиску)	Поглинається (виділяється) $Q = \lambda m$	Питома теплота плавлення λ чисельно дорівнює кількості теплоти, що необхідна для перетворення 1 кг твердого кристалічного тіла на рідину за температури плавлення
Паро-утворення, конденсація	Кипіння — за температури кипіння (що залежить від тиску); випаровування — за будь-якої температури	Поглинається (виділяється) $Q = Lm$	Питома теплота пароутворення L чисельно дорівнює кількості теплоти, що необхідна для перетворення 1 кг рідини на газ за незмінної температури

Підбиваємо підсумки

Фазовий стан речовини визначають фізичні умови, перш за все значення температури та тиску. Кожному стану відповідає певна ділянка фазової діаграми; точки на межі різних ділянок відповідають можливій рівновазі фаз. Потрійна точка відповідає рівновазі всіх трьох станів речовини; критична точка — відсутності фізичних відмінностей між рідиною та її насиченою парою. Теорія Ван-дер-Ваальса (з певними поправками) дозволяє описати процеси перетворення між рідкою та газоподібною фазами речовини. Чимала кількість речовин, які мають не три можливі стани, а більше. Існують, зокрема, рідкі кристали, що поєднують характерну для рідини плинність і властивий кристалам дальній порядок.

Контрольні запитання

1. Що можна визначити за фазовою діаграмою речовини? 2. Що таке потрійна точка? 3. Яку температуру називають критичною? 4. Чим відрізняються ізотерми ідеального та реального газів? 5. Чи завжди ізотерма реального газу має горизонтальну ділянку? 6. Які властивості РК характерні для рідини? для кристала?

Вправа 25

1. Чи можливо отримати рідину, стискаючи: а) гелій за температури 4 К; б) азот за температури −150 °С; в) кисень за температури −100 °С?

2. Чи утворюватимуться під час холодів крижані візерунки на шибках, якщо парціальний тиск водяної пари в приміщенні становить: а) 0,4 кПа; б) 0,9 кПа; в) 1,2 кПа?

3. Накресліть схематично ізотерми карбон(IV) оксиду за температур 20 і 40 °С.

4. Точка, що зображає стан 1 моль води, перемістилася від правого до лівого кінця горизонтальної ділянки ізотерми, яка відповідає температурі 100 °С. Визначте кількість теплоти, що виділилася під час цього процесу. Питома теплота пароутворення води за 100 °С дорівнює 2,3 МДж/кг.

5. Порівняйте довжину горизонтальних ділянок ізотерм води в координатах p, V за температур 10 і 30 °С (скористайтеся для цього табл. 24.1).

§ 26. ПОВЕРХНЕВИЙ НАТЯГ РІДИНИ. ЗМОЧУВАННЯ. КАПІЛЯРНІ ЯВИЩА

1 Поверхневий натяг. Сила поверхневого натягу

Усі ми бачили, як падають краплі з нещільно закритого крана. Можна згадати, як бігають по воді жуки-водоміри (рис. 26.1).

У цих і багатьох інших випадках складається враження, що воду оточує якась пружна плівка. Доки вона не рветься, крапля води не падає, а комаха тримається на поверхні води. Така «плівка» на поверхні рідини дійсно є, причому складається вона з молекул тієї ж самої рідини.

Чим же молекули поверхневої «плівки» відрізняються від «внутрішніх»? Виявляється, вони дають більший внесок в загальну внутрішню енергію U рідини (ви вже знайомі з внутрішньою енергією, а в § 28 ми ще повернемося до цієї величини).

Згадаймо, що сили притягання діють практично тільки між найближчими молекулами, тобто між «сусідами». У тієї ж молекули, що перебуває безпосередньо біля поверхні рідини (рис. 26.2), таких сусідів значно менше (навіть якщо згадати про можливість наближення молекули пари, що є над рідиною). Отже, щоб вийти до поверхні, молекула мала розірвати зв'язки з кількома сусідами (подолати їх притягання). Долаючи ж сили притягання, частинка збільшує потенціальну енергію (порівняйте з рухом м'яча, підкинутого вгору).

Таким чином, перехід кожної «додаткової» молекули на поверхню збільшує внутрішню енергію рідини на певну величину. Скільки ж молекул може «вміститися» на поверхні? Оскільки рідина є практично нестисливою, на кожну «поверхневу» молекулу припадає певна фіксована площа поверхні рідини.

Отже, кількість «поверхневих» молекул пропорційна площі S вільної поверхні рідини. І доданок до внутрішньої енергії рідини (**поверхнева енергія** $U_{пов}$) теж пропорційний цій величині:

$$U_{пов} = \sigma S. \quad (1)$$

! Коефіцієнт σ називають **поверхневим натягом рідини**. Він чисельно дорівнює поверхневій енергії, що припадає на одиницю площі вільної поверхні рідини.

Із формули (1) видно, що

$$[\sigma] = \frac{Дж}{м^2} = \frac{Н}{м}.$$

Рис. 26.1. Жуки-водоміри на поверхні води: видно, як прогинається поверхня під їхніми лапками

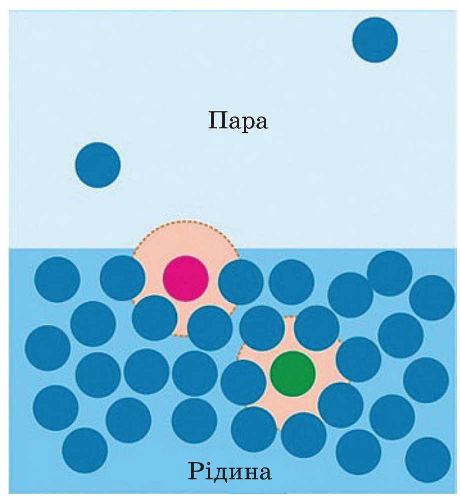
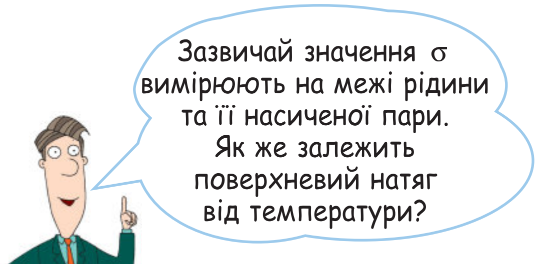
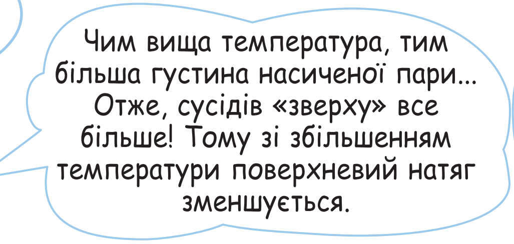


Рис. 26.2. У молекули (зафарбовано червоним) поблизу поверхні рідини менше найближчих сусідів, ніж у молекули (зафарбовано зеленим) усередині рідини. Оранжеві кола умовно показують сфери, у межах яких помітна взаємодія

Очевидно, чим більше міжмолекулярне притягання в рідині, тим більший і поверхневий натяг. Значення поверхневого натягу кількох рідин наведені в табл. 26.1.





Таблиця 26.1

Поверхневий натяг рідин за температури 20 °C

Рідина	$\sigma, \frac{мН}{м}$
Вода	73
Мильний розчин	40
Ртуть	510

Виявляється, поверхневий натяг дуже чутливий до наявності домішок у рідині. Існують поверхнево-активні речовини (вони входять до складу всіх миючих засобів), які концентруються саме на поверхні рідини та помітно зменшують поверхневий натяг. Це дає можливість розчину заходити навіть у маленькі щілини та заглиблення на поверхні тіла. А от розчинення у воді цукру спричиняє збільшення поверхневого натягу.

Уявімо певну «порцію» рідини за відсутності зовнішніх сил. Намагаючись зменшити свою поверхневу енергію, ця рідина скорочуватиме площу поверхні, але при цьому вона не може зменшити об'єм. Рідина набуває форми, що відповідає найменшій площі поверхні за заданого об'єму, тобто форми кулі. Зазвичай ми не помічаємо впливу поверхневого натягу на форму рідини, оскільки поверхнева енергія суттєво поступається потенціальній енергії рідини в полі земного тяжіння. Поверхневий натяг дається взнаки в невагомості (на космічній станції) або для дуже малих крапель рідини (наприклад, крихітні крапельки туману — майже ідеальні кулі).

Поверхнева енергія тісно пов'язана із **силою поверхневого натягу**. Така сила завжди виникає на межі поверхні рідини (наприклад, уздовж лінії дотику поверхні зі стінками посудини). Поверхня рідини, намагаючись скоротитися, «тягне» на себе те тіло, з яким вона межує.

! Сила поверхневого натягу діє на межі поверхні рідини, перпендикулярна до цієї межі та напрямлена по дотичній до поверхні рідини.

Поверхневий натяг зручно спостерігати за допомогою мильної плівки. Розгляньмо П-подібну рамку з жорсткого дроту, яка разом з рухомим прямим дротом утворює прямокутний контур. Якщо занурити такий контур у мильний розчин і витягнути, на контурі залишиться мильна плівка (рис. 26.3). Якщо тепер розмістити контур горизонтально, то мильна плівка «підтягне» дріт ліворуч, скоротивши тим самим свою площу (тертям у цій ситуації можна знехтувати). Щоб запобігти цьому та навіть трохи збільшити

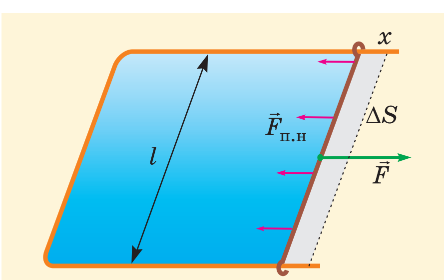


Рис. 26.3. Щоб збільшити площу мильної плівки, треба виконати роботу, яка дорівнює збільшенню поверхневої енергії плівки

площу плівки, до дроту треба прикласти певну силу $\vec{F}$, що зрівноважить силу поверхневого натягу $\vec{F}_{\text{п.н}}$.

Якщо тепер дріт переміститься праворуч на відстань x, то зовнішня сила виконає роботу $A = Fx = F_{\text{п.н}}x$. Робота зовнішньої сили дорівнюватиме збільшенню поверхневої енергії плівки: $A = \Delta U_{\text{пов}} = \sigma\Delta S = 2\sigma lx$. Множник «2» з'явився через те, що мильна плівка має дві поверхні. Отже, в даному випадку $F_{\text{п.н}} = 2\sigma l$. Якщо ж позначати l довжину межі поверхні, то отримуємо

$$F_{\text{п.н}} = \sigma l. \qquad (2)$$

Зверніть увагу!

Поверхнева енергія складається з внесків усіх «поверхневих» молекул, але сила поверхневого натягу діє лише на межі поверхні рідини.

2 Змочування та незмочування

Ми розглянули молекули рідини, що перебувають поблизу вільної поверхні цієї рідини (на межі з парою). Але завжди є такі молекули, що перебувають одночасно як поблизу вільної поверхні рідини, так і поблизу поверхні твердого тіла. Це як раз молекули поблизу *межі вільної поверхні*. Наш життєвий досвід показує, що в таких місцях поверхня рідини викривляється, утворюючи **меніск**. На якісному рівні походження меніска зрозуміле: адже тут молекули рідини зазнають притягання як з боку сусідніх молекул рідини, так і з боку частинок стінки. Якщо переважує притягання до стінки, поверхня рідини вигинається в один бік (рис. 26.4, *а*), якщо притягання сусідів — в інший (рис. 26.4, *б*). У першому випадку кажуть про **змочування** поверхні твердого тіла рідиною, у другому — про **незмочування**. Рідина на поверхні твердого тіла теж поводиться по-різному у випадках змочування (вона розтікається плівкою) та незмочування (збирається окремими краплями).

! Змочування спостерігається, коли притягання молекул рідини до частинок твердого тіла більше за притягання молекул рідини однієї до одної; незмочування — у протилежному випадку.

Важливою характеристикою змочування (незмочування) є **крайовий кут** θ (рис. 26.4). Цей кут відраховується між межею рідина — газ і поверхнею твердого тіла (зверніть увагу, що крайовий кут «розташований» усередині рідини). Випадок $0 \leqslant \theta < 90°$ відповідає змочуванню, випадок $90° < \theta \leqslant 180°$ — незмочуванню; $\theta = 0$ і $\theta = 180°$ — випадки відповідно повного змочування та повного незмочування.

У стані рівноваги певні рідина та тверде тіло завжди утворюють один і той самий крайовий кут, незалежно від кількості рідини, нахилу поверхні тощо.

Вода змочує чисте скло, проте не змочує те саме скло, коли на ньому є жировий шар або парафін. Гас змочує

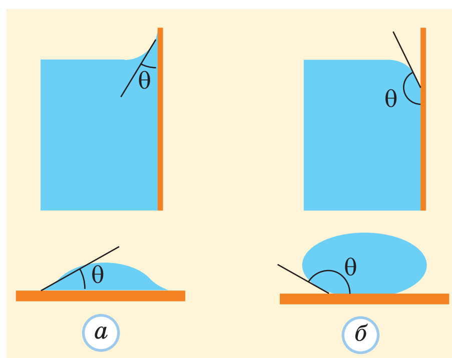


Рис. 26.4. Схематичні зображення форми поверхні рідини поблизу стінок посудини та форми крапель рідини на поверхні твердого тіла у випадку: *а* — змочування; *б* — незмочування

Навколо фізики

Можна також згадати численні застосування **флотації**. Наведемо лише один приклад — збагачення руди, яка містить багато пустої породи. Щоб уникнути необхідності плавити й цю пусту породу, руду подрібнюють до «порошинок» розмірами менше від 1 мм. Їх змішують з мастилом і водою. Одні з них (наприклад, з пустою породою) вода змочує, інші ж, які містять корисний мінерал і вкриваються шаром мастила, — ні. Якщо тепер пропускати через суміш повітря, то повітряні бульбашки «охоче» прилипають тільки до тих порошинок, які вода не змочує, та виносять їх на поверхню. Усі ж інші тонуть. Таким чином вдається ефективно розділити «корисний» вміст руди та пусту породу.

практично всі тверді тіла; ртуть не змочує більшість тіл, але змочує деякі метали (зокрема золото).

Явище змочування відіграє важливу роль у багатьох технологічних процесах. Наприклад, щоб фарба або клей розтікалися тонким шаром, а не збиралися в краплі, ці рідини мають добре змочувати відповідні поверхні.

3 Капілярні явища

Ми дізналися, що поверхневий натяг впливає на форму поверхні рідини поблизу стінок посудини. Зрозуміло, що в плавальному басейні ніхто не звертає на це особливої уваги. Але ж є такі посудини, де вся рідина перебуває поблизу стінок. Ці посудини дуже вузькі, їх називають **капілярами** (ця назва нагадує про їх «волосяну» товщину). Виявляється, що в капілярах ефекти змочування або незмочування впливають не тільки на *форму* поверхні, а й на *рівень* рідини.

Розглянемо відкритий з обох кінців вертикальний циліндричний капіляр, занурений у рідину. Уважатимемо, що спостерігається повне змочування $(\theta = 0)$, а внутрішній радіус капіляра дорівнює r. Тоді сила поверхневого натягу з боку рідини діє на внутрішню поверхню стінок капіляра вниз, а відповідна їй така сама сила $\vec{F}_{п.н}$ з боку стінок «тягне» стовпчик рідини вгору (рис. 26.5).

Рідина перебуватиме в рівновазі, якщо сила $\vec{F}_{п.н}$ зрівноважить силу тяжіння $m\vec{g}$, тобто $F_{п.н} = mg$. Оскільки межа поверхні рідини в капілярі — це коло радіуса r, можна скористатися співвідношенням $F_{п.н} = \sigma \cdot 2\pi r$. Для визначення сили тяжіння нам знадобиться об'єм рідини в капілярі. Урахуємо, що для капіляра висота h стовпчика рідини в багато разів перевищує r (інакше посудину не вважають капіляром), тому можна знехтувати впливом кривизни поверхні рідини на її об'єм V і вважати форму рідини в капілярі циліндричною (ми розглядаємо тільки ту частину капіляра, що розташована вище рівня рідини в широкій посудині). Отже, $V = \pi r^2 \cdot h$ і $mg = \rho V g = \rho \cdot \pi r^2 \cdot h \cdot g$. Тоді з умови рівноваги рідини отримуємо

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}. \qquad (3)$$

Як бачимо, для капілярів не виконується закон сполучених посудин; висота капілярного піднімання рідини тим більша, чим тонший капіляр. У випадку повного незмочування ми отримаємо таку саму формулу, але це буде вже висота капілярного *опускання*.

Отже, капіляр втягує в себе рідину, яка його змочує, і «опирається» проникненню рідини, яка його не змочує. «Втягуюча» дія проявляється, коли ми застосовуємо гніт, витираємо руки рушником або підлогу ганчіркою

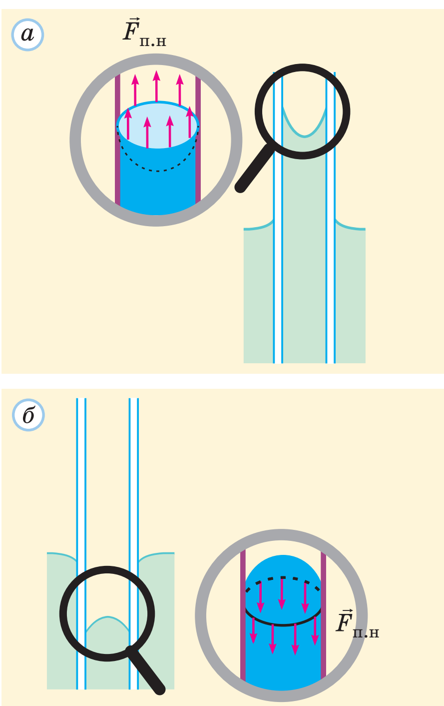


Рис. 26.5. Рівновага рідини у вертикальному циліндричному капілярі у випадку: *а* — змочування; *б* — незмочування

Навколо фізики

Ґрунт навесні після танення снігу накопичує запаси води. Проте пори в ґрунті утворюють систему капілярів, по яких вода потроху піднімається на поверхню та випаровується. Один із ефектів від весняної оранки — руйнування ґрунтових капілярів і збереження запасів вологи (корні рослин знайдуть цю вологу й на глибині). У біологічних об'єктах переміщення рідини забезпечує не тільки капілярність, а й ще більшою мірою осмос (див. матеріал до § 20 за посиланням i).

(проміжки між сусідніми нитками можна розглядати як капіляри); «відштовхуюча» дія — у так званих водовідштовхуючих тканинах, з яких виготовляють плащі, парасольки та намети.

4 Тиск Лапласа

Розглянемо рідину в капілярі дещо з інших позицій. Обмежимося знов вертикальним циліндричним капіляром і випадком повного змочування. Порівняємо тиски рідини в точках A, B, C, D (рис. 26.6).

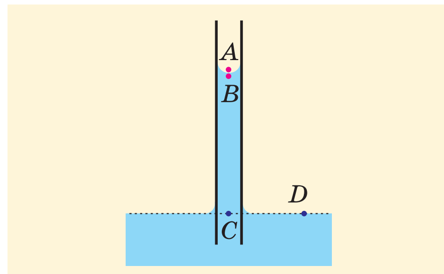
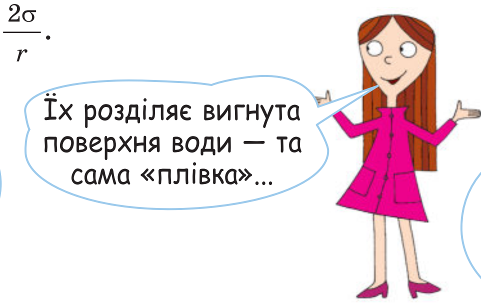
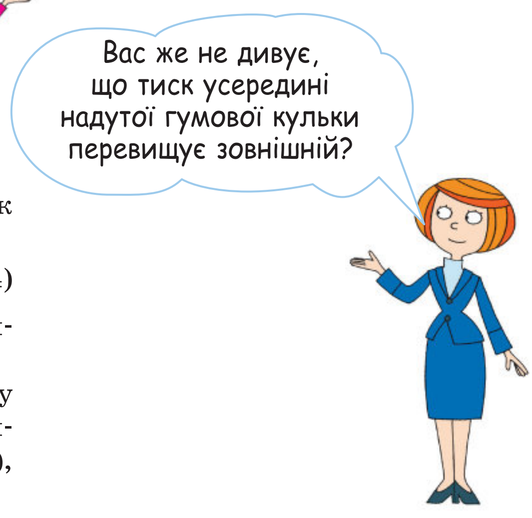


Рис. 26.6. До виводу формули тиску Лапласа

Тиск у точках A і D дорівнює атмосферному $p_{атм}$. Оскільки в стані рівноваги тиск у всіх точках однієї і тієї самої рідини, що лежать на одному рівні, є однаковим, маємо $p_C = p_D = p_{атм}$. З другого ж боку, оскільки точки B і C розділяє стовпчик рідини заввишки h, виконується співвідношення $p_C - p_B = \rho g h$, де ρ — густина рідини. Отже, $p_A - p_B = \rho g \cdot \frac{2\sigma}{\rho g r} = \frac{2\sigma}{r}$.





Отже, по різні боки від вигнутої поверхні рідини тиск відрізняється на

$$\Delta p = p_Л = \frac{2\sigma}{r}. \qquad (4)$$

Опуклість поверхні напрямлена в той бік, де тиск менший (порівняйте знов-таки з надутою гумовою кулькою).

У розглянутому випадку поверхня рідини мала форму півсфери радіуса r. Формула (4) справедлива саме у випадку сферичної поверхні. Розглядаючи кипіння (див. § 24), ми вже користувалися тим, що $p_Л \sim r^{-1}$.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Щоб виміряти поверхневий натяг рідини, учень відрахував 200 крапель цієї рідини з вертикальної тонкостінної циліндричної трубки радіусом 0,5 мм у пусту посудину. Зважування показало, що маса посудини збільшилася від 2,76 до 5,84 г. Яке значення поверхневого натягу отримав учень, якщо він уважав змочування повним?

Дано:
$N = 200$
$r = 0,5$ мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м
$m_1 = 2,76$ г $= 2,76 \cdot 10^{-3}$ кг
$m_2 = 5,84$ г $= 5,84 \cdot 10^{-3}$ кг

σ — ?

Розв'язання. Очевидно, маса однієї краплі

$$m = \frac{m_2 - m_1}{N}.$$

У момент перед самим відривом краплі вона перебуває в рівновазі під дією сил тяжіння та поверхневого натягу (рис. 1): $F_{\text{п.н}} = mg$.

Оскільки $F_{\text{п.н}} = \sigma \cdot 2\pi r$, отримуємо $\sigma = \dfrac{mg}{2\pi r} = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{2\pi N r}$.

Перевіримо одиниці: $[\sigma] = \dfrac{(\text{кг} - \text{кг}) \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \dfrac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Визначимо числове значення:

$$\sigma = \frac{(5,84 - 2,76) \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{2 \cdot 3,14 \cdot 200 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 4,8 \cdot 10^{-2} \left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right).$$

Відповідь: $\sigma = 48$ мН/м.

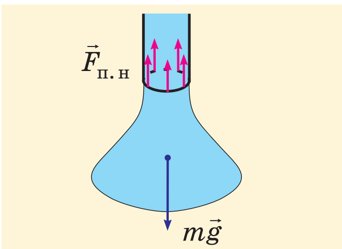


Рис. 1

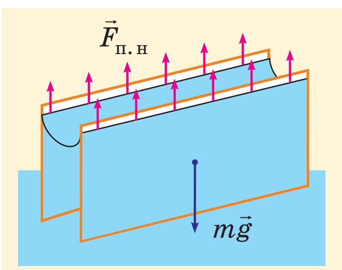


Рис. 2

Задача 2. Дві однакові паралельні вертикальні прямокутні скляні пластинки розташовані на відстані $d = 0,5$ мм одна від одної так, що нижні частини пластинок занурені у воду. Визначте, на яку висоту піднялася вода між пластинками. Змочування вважайте повним.

Розв'язання. Будемо шукати *максимальну* висоту піднімання рідини. Рідина перебуває в рівновазі за умови $F_{\text{п.н}} = mg$. Якщо довжина пластинок у горизонтальному напрямі дорівнює L, то $F_{\text{п.н}} = 2\sigma L$ (рис. 2). Якщо висота h піднімання рідини значно більша за d, то об'єм V рідини, що піднялася, можна записати як $V = dhL$, тоді її маса $m = \rho V = \rho dhL$.

З умови рівноваги рідини отримуємо $h = \dfrac{2\sigma}{\rho g d}$.

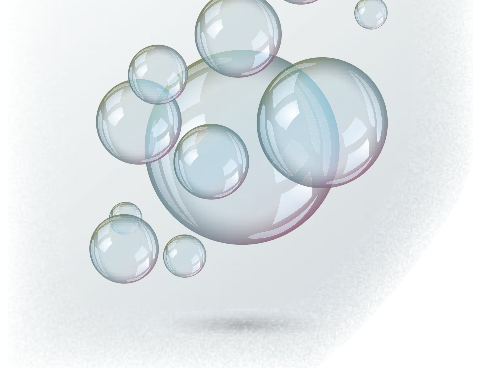
Перевіримо одиниці: $[h] = \dfrac{\text{Н} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^2}{\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}} = \text{м}$.

Підставимо значення густини води $\rho = 1000$ кг/м^3 та її поверхневого натягу $\sigma = 0,073$ Н/м. Визначимо числове значення: $h = \dfrac{2 \cdot 0,073}{10^3 \cdot 9,8 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 0,03$ (м). Як бачимо, наше припущення підтвердилося $(h \gg d)$.

Відповідь: $h = 3$ см.

Підбиваємо підсумки

Поверхневі ефекти в рідині зумовлені існуванням поверхневої енергії $U_{\text{пов}} = \sigma S$, де σ — поверхневий натяг рідини (він зменшується внаслідок нагрівання та чутливий до наявності домішок). На межі поверхні рідини виникає сила поверхневого натягу $F_{\text{п. н}} = \sigma l$, що намагається зменшити площу поверхні (l — довжина межі). Тиск по різні боки від вигнутої поверхні рідини відрізняється на величину, яку називають тиском Лапласа.



Рідина змочує тверде тіло, коли притягання молекул рідини до частинок твердого тіла більше за притягання молекул рідини однієї до одної; не змочує — у протилежному випадку. За умови змочування рідина може підніматися по капілярах (у випадку незмочування вона опускається). Висота піднімання рідини у вертикальному циліндричному капілярі за умови повного змочування $h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$.

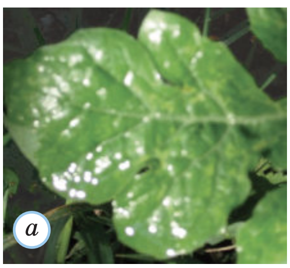
Контрольні запитання

1. Що таке поверхневий натяг? 2. Яка формула визначає силу поверхневого натягу? 3. У якому випадку спостерігається незмочування? 4. За якою формулою розраховують висоту капілярного піднімання рідини? 5. Як визначити за формою поверхні рідини, з якого боку від неї тиск більший?

Вправа 26

1. Яку роботу необхідно виконати, щоб збільшити загальну площу поверхні мильної плівки на 500 см^2?

2. На світлинах *а*, *б* показано листя різних рослин після дощу. У якому з випадків вода змочує листя?


а


б

3. Визначте висоту капілярного піднімання води та опускання ртуті у вертикальному скляному капілярі радіусом 0,2 мм. Густини води та ртуті відповідно 1000 і 13 600 кг/м^3.

4. Поясніть, чому летючі рідини мають малий поверхневий натяг.

5. Бульбашка повітря у воді та мильна бульбашка в повітрі мають однаковий радіус (3 мм). Визначте, на скільки тиск всередині кожної з бульбашок більший за зовнішній тиск.

6. Скориставшись формулою (3), наведеною в тексті параграфа, визначте умову, за якої циліндричну посудину можна вважати капіляром.

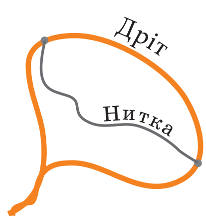
7. Яку мінімальну роботу треба виконати, щоб «розбити» краплю води радіусом 1 мм на вісім однакових крапель?

8. Скориставшись розв'язанням задачі 2, виведіть формулу тиску Лапласа, який створює циліндрична ділянка поверхні рідини (радіус циліндра r).

9. Виведіть узагальнення формули (3) для випадку, коли змочування не є повним $(\theta \neq 0)$. Переконайтеся, що ця формула описує ще й випадок незмочування.

Експериментальні завдання

1. Виготовте з жорсткого дроту замкнену петлю (не обов'язково плоску) та прив'яжіть до двох точок дроту кінці ненатягнутої нитки, як показано на рисунку. Зануривши петлю в мильний розчин і витягши її, отримайте мильну плівку з обох боків від нитки. Переконайтеся, що можна змінювати форму нитки, не порушуючи мильної плівки. Якщо ж проколоти мильну плівку з одного боку від нитки, то нитка натягнеться та прийме певну форму. Дослідіть цю форму, поясніть отримані результати.



2. Посипте поверхню води в блюдці деревною тирсою (це можна зробити за допомогою наждачного паперу та шматка деревини). Дослідіть поведінку тирси, торкаючись ненадовго поверхні води шматком цукру-рафінаду або твердого мила. Поясніть отримані результати.

§ 27. ВЛАСТИВОСТІ ТВЕРДИХ ТІЛ. ТЕПЛОВЕ РОЗШИРЕННЯ

1 Анізотропія кристалів

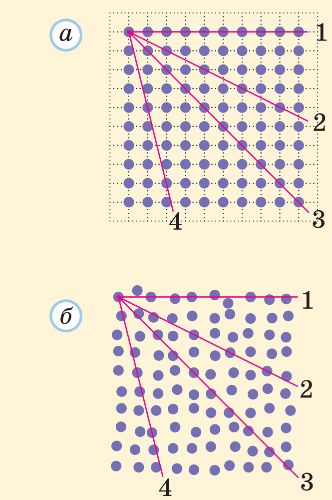


Рис. 27.1. До ілюстрації причин анізотропії кристалів. Схематичне зображення структури: *а* — кристала; *б* — речовини без дальнього порядку

Ми знаємо, що для розташування частинок у кристалах характерна наявність дальнього порядку (частинки утворюють кристалічні ґратки). Правильна зовнішня форма кристаликів солі або сніжинок є наслідком упорядкованої структури відповідних кристалів. А іншим наслідком, не так помітним на перший погляд, є **анізотропія** кристалів, тобто *залежність їх фізичних властивостей від напряму*. Інакше кажучи, анізотропна речовина може проявляти різні пружність і міцність залежно від напряму дії зовнішніх сил, по-різному пропускати електричний струм і світло в різних напрямах тощо.

Тією чи іншою мірою анізотропія властива *всім* кристалам. Чому саме кристалам? Проілюструємо це за допомогою рисунків двомірних (плоских) кристалів найпростішого типу, в яких центри частинок розташовані у вершинах квадратної сітки (рис. 27.1). Для порівняння розглянемо структуру відповідного аморфного тіла або рідини.

Якщо позначити відстань між центрами найближчих сусідніх частинок у кристалі через a, то проведена з центра якоїсь частинки пряма *1* «зустрічає» атоми теж через відстань a, а прямі *2*, *3* і *4* — відповідно через $2{,}2a$, $1{,}4a$ і $4{,}1a$. Як бачимо, відмінності досить значні. Вони впливають на передачу механічних взаємодій, поширення світла та протікання електричного струму в різних напрямах. А от у середовищі без дальнього порядку таких відмінностей немає, всі напрями рівноправні — як кажуть, таке середовище є **ізотропним**. Навіть ті відносно невеликі відмінності між напрямами *1–4*, які видно на рис. 27.1, *б*, зумовлені наявністю ближнього порядку та практично зникнуть, якщо збільшити розмір частини середовища, яка розглядається.

Є кристали, анізотропія яких найбільш помітна. Це, наприклад, слюда, яка легко розшаровується в одному напрямі на тонкі пластинки, але виявляється міцною при спробі розірвати її в напрямі, перпендикулярному до цих пластинок. Це й графіт, кристалічну структуру якого показано на рис. 27.2.

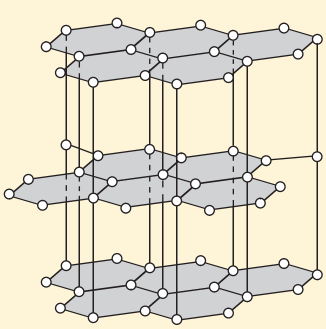
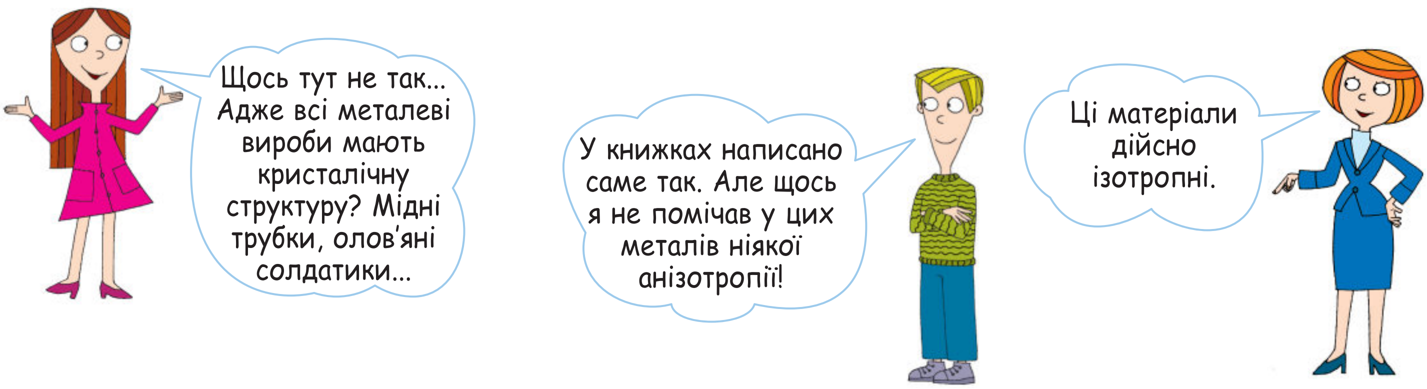


Рис. 27.2. Будова кристала графіту: атоми Карбону утворюють правильні шестикутники в заштрихованих паралельних площинах, а відстань між сусідніми площинами у 2,4 разу перевищує відстань між сусідніми атомами в одній площині

Енергія зв'язку між сусідніми атомами однієї атомної площини в 10 разів більша, ніж між найближчими атомами з різних площин. Звідси й особливі механічні властивості графіту: певні шари легко ковзають один відносно одного, що дозволяє застосовувати графітове змащення для зменшення тертя та писати за допомогою олівця. Анізотропія проявляється й у інших властивостях графіту: електропровідності, теплопровідності та звукопроникності.



Річ у тім, що досі ми розглядали **монокристали**, а зазвичай маємо справу з **полікристалами**. *Монокристал має «цільні» кристалічні ґратки*. Але як у природі, так і в техніці під час кристалізації рідини (розплаву) найчастіше утворюються полікристали. Адже після охолодження до температури кристалізації (температури плавлення) кристалічні ґратки починають рости навколо певних (найчастіше випадкових) центрів кристалізації. Такими центрами можуть стати якісь домішки, бульбашки газу тощо. Навколо кожного такого центра ростуть «свої» кристалічні ґратки, які кінець кінцем охоплюють усю речовину. Але напрями кристалічних осей у різних ґратках не узгоджені, тому «цільні» кристалічні ґратки не утворюються (рис. 27.3). *Полікристал складається з окремих дрібних кристалів (кристалічних зерен).*

Кожному окремому кристалічному зерну властива анізотропія, адже це маленький монокристал. Але кристалічні осі *різних* зерен у полікристалі напрямлені порізному, їх напрями хаотично розподілені в просторі. Тому для полікристала, що містить велику кількість кристалічних зерен, усі напрями рівноправні. Годі й чекати в такому випадку анізотропії — *полікристали ізотропні*.

Щоб отримати штучний монокристал, треба забезпечити його зростання з якогось *одного* центра, а це потребує особливих умов (наприклад, високої чистоти матеріалу).

Зрозуміло, що анізотропними є не тільки монокристали. Природна анізотропія властива й матеріалам біологічного походження, зокрема деревині.

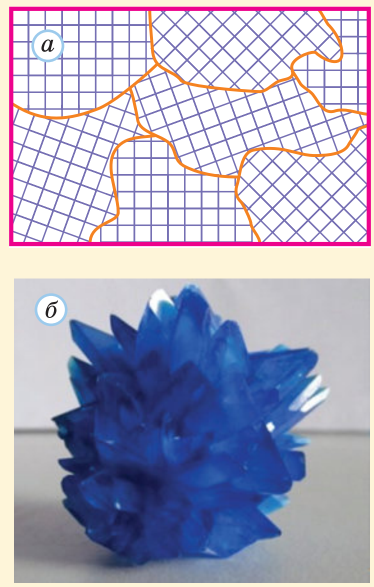


Рис. 27.3. Схематичне зображення будови полікристала, де жовтим показано межі кристалічних зерен (*а*); полікристал мідного купоросу (*б*)

Навколо фізики

У світі зростає попит на штучно виготовлені монокристали сапфіру. Цей матеріал, що поступається твердістю тільки алмазу, застосовують і для екранів мобільних телефонів, і для ілюмінаторів космічних кораблів, і в медицині (в імплантах для суглобів). Крім того, сапфір є основою для світлодіодів високої яскравості. Щоб виростити одну сапфірову пластинку завдовжки 15–20 см, потрібно 12 годин. Українські фахівці не тільки розробляють сучасні технології вирощування монокристалів сапфіру, а й виготовляють відповідне обладнання.

Механічні властивості твердих тіл характеризують їх здатність опиратися деформації та руйнуванню під дією зовнішніх сил.

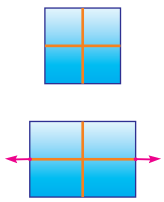
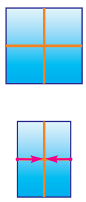
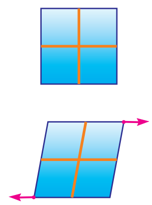
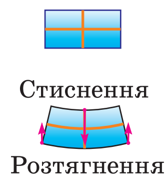
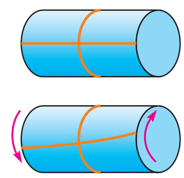
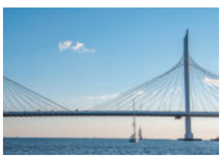
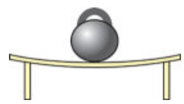
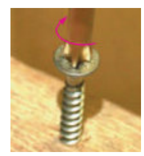
2 Механічні властивості твердих тіл

Часто доводиться чути, що тверді тіла зберігають об'єм і форму. Слід правильно розуміти це твердження: *абсолютно* тверде тіло — це спрощена модель, реальні ж тверді тіла можуть змінювати форму та об'єм (*деформуватися*), хоч зазвичай і не дуже сильно (під дією зовнішніх сил або внаслідок зміни температури).

Деформації твердих тіл можуть бути досить складними. Деякі з видів деформацій наведено в табл. 27.1.

Таблиця 27.1

Види деформацій

Розтягнення	Стиснення	Зсув	Вигин	Кручення
				
				

Деформації показано схематично, насправді вони складніші. Наприклад, на рис. 27.4 показано вигляд стрижня, що зазнає деформації розтягнення.

Доведено, що будь-яку деформацію можна розглядати як комбінацію двох основних: розтягнення (стиснення) та зсуву. Наприклад, показаний у таблиці вигин зводиться до розтягнення нижньої частини тіла та стиснення верхньої (посередині є нейтральна зона, яка практично не зазнає ані розтягання, ані стискання). Надалі ми обмежимося тільки розглядом розтягнення та стиснення.

Усі деформації розділяють на пружні та пластичні. **Пружною** називають деформацію, що *зникає* після припинення дії сил, які її спричинили (тобто після зняття навантаження). **Пластичною** ж називають деформацію, яка *залишається* й після зняття навантаження. Наприклад, деформації пружин зазвичай є пружними; але якщо занадто сильно деформувати пружину, вона вже не відновить початкової форми.

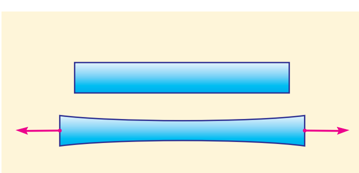


Рис. 27.4. Під час розтягання змінюються й поперечні розміри стрижня

Щоб описати деформацію розтягнення (стиснення), застосовують **абсолютне видовження** Δl (іноді його позначають x). Це різниця між довжиною l деформованого тіла (ми будемо зазвичай розглядати стрижні) та довжиною l_0 недеформованого: $x = \Delta l = l - l_0$.

Застосовують також **відносне видовження** $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$. Позитивні значення Δl і ε відповідають розтяганню, а негативні — стисканню.

Дію зовнішніх сил, що викликають деформацію, характеризує **механічна напруга** $\sigma = \frac{F}{S}$ (тут F — модуль сили пружності, що діє в поперечному перерізі стрижня площею S).

Відносне видовження є безрозмірною величиною, одиниця ж механічної напруги нам уже знайома: $[\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$. Та й сама формула механічної напруги є «копією» формули тиску. Тиск p і механічна напруга σ дійсно дуже схожі.

3 Закон Гука. Модуль Юнга

Розглянемо докладніше випадок малих пружних деформацій. Ви вже знаєте з курсу фізики 7 класу, що для таких деформацій виконується закон Гука: деформація (модуль абсолютного видовження) пружини або стрижня пропорційна модулю F сили, що спричиняє цю деформацію (нагадаємо, що при цьому пружне тіло створює таку саму за модулем силу пружності). Формулу закону Гука можна записати у вигляді

$$F = k|x| = k|\Delta l|, \qquad (1)$$

де k — жорсткість пружини або стрижня $\left([k] = \frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$.

Жорсткість стрижня залежить від його матеріалу, площі поперечного перерізу S і довжини l_0 (зазвичай зміна довжини стрижня невелика, тому суттєвої різниці між l_0 і l в даному випадку немає). Наш життєвий досвід підказує, що змінювати довжину стрижня тим важче, чим він товщий і коротший. Вимірювання підтверджують, що жорсткість стрижня з певного матеріалу прямо пропорційна S та обернено пропорційна l_0. Отже, можна записати співвідношення

$$k = E\frac{S}{l_0}, \qquad (2)$$

де E — характеристика пружних властивостей матеріалу стрижня.

Цю величину називають модулем пружності або **модулем Юнга**. З формули (2) випливає, що $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$. Якщо тепер виразити в формулі (1) F через σ, а Δl через ε, а також підставити вираз (2) для k, отримаємо

$$\sigma = E|\varepsilon|. \qquad (3)$$

Інакше кажучи, механічна напруга за малих пружних деформацій прямо пропорційна відносному видовженню. Формулу (3) називають **законом Гука в диференціальній формі**. Вона

На електронному освітньому ресурсі ви докладніше дізнаєтеся про механічні властивості твердих тіл та їх теплове розширення, а також ознайомитеся з прикладами розв'язування задач на властивості твердих тіл (див. за посиланням *i*).

Таблиця 27.2

Границя міцності на розтяг $\sigma_м$ і модуль Юнга E

Речовина	$\sigma_м$, МПа	E, ГПа
Алюміній	100	70
Мідь	50	120
Сталь	500	200

застосовна і для складних неоднорідних деформацій, коли σ і ε змінюються від точки до точки матеріалу.

Спираючись на формулу (3), можна визначити фізичний зміст модуля Юнга: це така механічна напруга, за якої $\varepsilon = 1$. За такого відносного видовження $\Delta l = l_0$, а $l = 2l_0$. Отже, *модуль Юнга дорівнює механічній напрузі, за якої довжина стрижня мала б подвоїтися (за умови виконання закону Гука!)*. Реально для переважної більшості матеріалів така велика пружна деформація неможлива.

Значення модуля Юнга давно виміряли для великої кількості матеріалів та занесли в довідкові таблиці (див., наприклад, табл. 27.2).

4 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Зі скількох сталевих дротів радіусом по 0,5 мм має складатися трос, щоб на ньому можна було підвісити вантаж масою 2 т, забезпечивши запас міцності, що дорівнює 4?

Дано:
$r = 0{,}5$ мм $= 5 \cdot 10^{-4}$ м
$m = 2$ т $= 2 \cdot 10^3$ кг
$n = 4$
$\sigma_м = 500$ МПа $= 5 \cdot 10^8$ Па

N — ?

Розв'язання

Площа горизонтального перерізу кожного дроту дорівнює πr^2. Тому вага вантажу спричиняє в дротах механічну напругу

$$\sigma = \frac{mg}{N \cdot \pi r^2}.$$

За умовою ця напруга не має перевищувати значення $\frac{\sigma_м}{n}$. Отже, $\frac{mg}{N \cdot \pi r^2} \leqslant \frac{\sigma_м}{n}$, звідки $N \geqslant \frac{mgn}{\pi \sigma_м r^2}$.

Перевіримо одиниці: $[N] = \frac{кг \cdot м}{с^2 \cdot Па \cdot м^2} = \frac{Н}{Н} = 1.$

Визначимо числове значення:

$$N \geqslant \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 4}{3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^8 \cdot \left(5 \cdot 10^{-4}\right)^2} = 199{,}7.$$

Відповідь: не менше ніж із 200 дротів.

Задача 2. Кінці вертикального алюмінієвого дроту за температури 0 °С жорстко закріпили, не натягуючи сильно дріт. До якої температури необхідно охолодити дріт, щоб у ньому виникла механічна напруга 20 МПа? Температурний коефіцієнт лінійного розширення алюмінію становить $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

Дано:
$t_0 = 0$ °С
$\sigma = 50$ МПа $= 5 \cdot 10^7$ Па
$\alpha = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$
$E = 70$ ГПа $= 7 \cdot 10^{10}$ Па

t — ?

Розв'язання

Позначимо довжину дроту l_0. Якби його кінці не були жорстко закріплені, охолодження викликало б скорочення дроту на $|\Delta l| = l_0 \alpha |\Delta t|$, що відповідає модулю відносного видовження

$$|\varepsilon| = \frac{|\Delta l|}{l_0} = \alpha |\Delta t|.$$

Насправді дріт не скоротився. Це означає, що через жорстко закріплені кінці в ньому виникла «розтягуюча» механічна напруга, яка викликає саме таке відносне видовження. За законом Гука $\sigma = E|\varepsilon|$, звідки $\sigma = \alpha E|\Delta t|$ і $|\Delta t| = \frac{\sigma}{\alpha E}$.

Перевіримо одиниці: $[\Delta t] = \frac{\text{Па}}{(°\text{C})^{-1} \cdot \text{Па}} = °\text{C}$.

Визначимо числове значення:

$$|\Delta t| = \frac{5 \cdot 10^7}{2{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 7 \cdot 10^{10}} = 32\ (°\text{C}).$$

Отже, дріт треба охолодити до температури $t = -32$ °C.

Відповідь: $t = -32$ °C.

Коментар

Оскільки $\sigma < \sigma_м$, дріт може витримати таку механічну напругу.

Підбиваємо підсумки

Монокристали мають «цільні» кристалічні ґратки, їм властива анізотропія, тобто не всі напрями в них є рівноправними. Полікристали, які складаються з окремих кристалічних зерен, є ізотропними.

Деформації твердих тіл можна розділити на різні типи:

- за геометричними характеристиками (розтягнення, стиснення, зсув тощо);
- пружні (які зникають після зняття навантаження) та пластичні (які зберігаються й після зняття навантаження).

Деформацію тіла під час розтягання (стискання) характеризують абсолютним видовженням Δl і відносним видовженням $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$.

Деформація залежить від механічної напруги $\sigma = \frac{F}{S}$. Якщо механічна напруга сягає границі міцності матеріалу, відбувається його руйнування. Графік залежності $\sigma(\varepsilon)$ називають діаграмою розтягнення. Для малих пружних деформацій виконується закон Гука: $\sigma = E|\varepsilon|$, де E — модуль Юнга (модуль пружності), що характеризує пружні властивості матеріалу.

Теплове розширення твердих тіл унаслідок зміни температури в межах певного температурного інтервалу характеризують температурні коефіцієнти лінійного та об'ємного розширення (відповідно α і β). Залежність лінійного розміру l і об'єму V тіла від температури описують формули $l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$ і $V = V_0(1 + \beta\Delta T)$. Для ізотропного твердого тіла $\beta = 3\alpha$.

Контрольні запитання

1. Що таке анізотропія? **2.** Чому полікристали є ізотропними? **3.** Що називають запасом міцності? **4.** Запишіть формулу закону Гука. **5.** Який фізичний зміст модуля Юнга? **6.** Який фізичний зміст температурного коефіцієнта лінійного розширення?

Вправа № 27

1. Які види деформацій виникають: а) у струнах гітари під час гри; б) у палях, на яких монтують тимчасову сцену; в) у кришці стола, на який поставили важку каструлю?

2. До мідного дроту з площею поперечного перерізу 2 мм^2 підвісили вантаж масою 4 кг. Знайдіть механічну напругу в дроті та його відносне видовження.

3. Яка границя міцності металу, якщо дріт із цього металу з площею поперечного перерізу 0,2 мм^2 рветься під дією вантажу масою 1,6 кг?

4. Жорсткість гумового джгута дорівнює 20 Н/м. Якою стане жорсткість цього джгута, якщо його скласти втричі?

5. Визначте механічну напругу в нижній частині вертикальної цегляної стінки заввишки 20 м. Густина цегли дорівнює 1600 кг/м^3.

6. За якої довжини мідний дріт, підвішений вертикально, рветься під власною вагою? Густина міді дорівнює 8900 кг/м^3.

7. На скільки відсотків змінюється густина алюмінію внаслідок його нагрівання від 0 до 150 °С? Температурний коефіцієнт лінійного розширення алюмінію становить $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

§ 28. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

1 Що таке термодинаміка

Ми вже познайомилися з *властивостями* речовини в різних станах. При цьому ми використовували певні уявлення про мікроскопічну *будову* речовини (середні відстані між частинками, характер їх руху та взаємодії). Застосувавши спрощені моделі, ми знайшли зв'язки між мікроскопічними та макроскопічними параметрами, що описують стан речовини, та навіть отримали рівняння стану речовини в газоподібному стані.

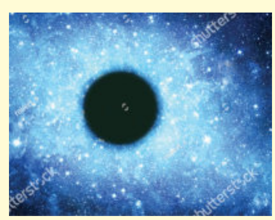
Проте згадаймо, що вчені почали вивчати властивості речовин набагато раніше, ніж змогли спиратися на відомості про їх мікроскопічну будову. Отже, тоді нічого не можна було дізнатися про мікроскопічні параметри речовин. Але попри всі труднощі було отримано важливі результати. Було створено такий розділ фізики, як **термодинаміка**.

Закони термодинаміки, які ми тепер маємо вивчити, застосовні незалежно від стану та мікроскопічної будови конкретної речовини: вони справедливі як для газів, так і для рідин або кристалів. Ці закони не втратили свого значення й тепер, коли ми багато чого знаємо про будову речовини. Вони потрібні фахівцям з енергетики, теплотехніки, хімії тощо.

! Термодинаміка вивчає найбільш загальні властивості макроскопічних систем, способи передачі та перетворення енергії в таких системах.

Навколо фізики

Ми вже знаємо, що закони термодинаміки справедливі і для твердих тіл, і для рідин, і для газів. Ці закони застосовні й до гігантських плазмових куль — зокрема, до нашого Сонця. Здавалося б, цей перелік практично вичерпує всі можливі випадки. Проте відносно недавно (особливо після робіт англійського фізика-теоретика Стівена Хокінга) стало зрозуміло: закони термодинаміки справедливі й для таких незвичайних об'єктів, як розсіяні у Всесвіті чорні діри. Виявилося, що чорні діри, подібно до інших тіл, мають певну температуру. Вони не тільки поглинають енергію, а й випромінюють її (тим більше, чим вища їх температура). Температура чорної діри тісно пов'язана з її масою.



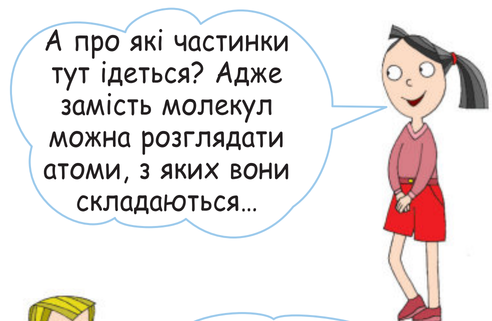
Зрозуміло, що під час вивчення термодинаміки ми матимемо справу тільки з макроскопічними параметрами систем. Будь-яка макроскопічна система (термодинамічна система) за незмінних зовнішніх умов обов'язково переходить до стану теплової (термодинамічної) рівноваги. Ми вже обговорювали це поняття в § 22. Для описання рівноважних станів речовини нам знадобляться такі макроскопічні параметри, як об'єм V, тиск p, температура T та деякі інші. Нагадаємо, що температура характеризує тільки рівноважні стани систем.

Під час швидких процесів теплова рівновага може порушуватися. Ми обмежимося вивченням таких повільних процесів, під час яких стан системи в будь-який момент можна вважати рівноважним.

2 Внутрішня енергія

З курсу фізики 8 класу ви вже знаєте про **внутрішню енергію.**

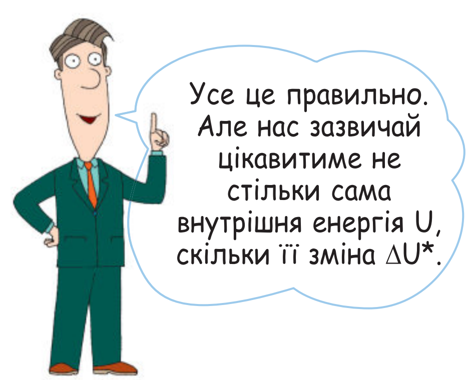
! Внутрішня енергія тіла складається з кінетичної енергії хаотичного руху його частинок та потенціальної енергії їх взаємодії однієї з одною.



Отже, внутрішню енергію U визначає стан тіла (його температура, характер розташування та взаємодії його частинок), а не положення й рух тіла як цілого.

Ми розглядатимемо такі теплові процеси, що не «зачіпають», наприклад, поведінку нуклонів усередині ядра. Тому зазвичай враховуватимемо взаємодію між атомами, йонами, молекулами (саме їх і називатимемо частинками, не зважаючи на їх внутрішню структуру).

Внутрішня енергія будь-якого тіла залежить від значень макроскопічних параметрів, що його характеризують. Наприклад, внутрішня енергія U води певної маси залежить від температури та тиску (подумайте самі, чому ми «забули» про ще один макроскопічний параметр — у даному випадку про об'єм). Проте для конденсованого стану речовини (для рідин і твердих тіл) не вдається отримати якусь більш-менш загальну формулу залежності $U(T, p)$. А от для «найпростішого» стану речовини — розрідженого одноатомного газу — отримати таку формулу легко. Адже такий газ можна розглядати як ідеальний, тобто нехтувати потенціальною енергією взаємодії його молекул. За такої умови внутрішня енергія збігається із сумарною



* Для точного визначення внутрішньої енергії потрібне було б, зокрема, точне визначення «нульового рівня», від якого відраховується потенціальна енергія взаємодії частинок.

Про внутрішню енергію багатоатомних газів ви можете дізнатися на електронному освітньому ресурсі за посиланням.

кінетичною енергією хаотичного (теплового) руху всіх N молекул, тобто $U = N\overline{W}_k$. Оскільки середня кінетична енергія теплового руху молекул $\overline{W}_k = \frac{3}{2}kT$, внутрішня енергія $U = \frac{3}{2}NkT$. Виразивши N через кількість речовини ν і сталу Авогадро N_A (за формулою $N = \nu N_A$) та врахувавши, що універсальна газова стала $R = kN_A$, отримуємо:

$$U = \frac{3}{2}\nu RT = \frac{3}{2}\cdot\frac{m}{M}RT. \quad (1)$$

Застосувавши рівняння Менделєєва — Клапейрона, цю формулу можна записати й інакше: $U = \frac{3}{2}pV$.

Зазначимо, що внутрішня енергія реального газу залежить не тільки від його температури. Можна вважати, що в даному випадку $U = U(T,V)$. Тому температура реального газу може змінитися внаслідок його розширення у вакуум.

3 Перший закон термодинаміки. Робота газу

Внутрішня енергія є одним із численних видів енергії. Вона «бере участь» у нескінченних перетвореннях енергії та переходах енергії від одних тіл до інших. Внутрішня енергія певного тіла може змінюватися внаслідок різних процесів.

Розгляньмо випадок, коли зовнішні сили, що діють на тіло, виконують роботу A. Якби результатом дії цих сил був розгін тіла або його піднімання, то виконана робота дорівнювала б зміні *механічної* енергії тіла. Якщо ж зовнішні сили спричиняють зміну внутрішнього стану тіла (наприклад, якщо ми стискаємо газ або нагріваємо тіло тертям), то робота дорівнює зміні *внутрішньої* енергії: $A = \Delta U$.

Але внутрішній стан тіла може змінитися й без виконання механічної роботи. Наприклад, ложку можна нагріти в гарячій воді або охолодити в морозильній камері. Ви вже знаєте з курсу фізики 8 класу, що в таких випадках (під час **теплопередачі**) тіло отримує або віддає певну **кількість теплоти** Q, так що $\Delta U = Q$.

У загальному випадку виконання роботи та теплопередача можуть відбуватися одночасно або по черзі, тоді (див. рис. 28.1, *а*):

$$\Delta U = Q + A. \quad (2)$$

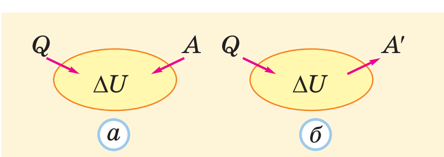


Рис. 28.1. Ілюстрація двох форм запису першого закону термодинаміки

Саме це співвідношення й називають **першим законом термодинаміки**. Цей закон — окремий випадок загального закону збереження енергії.

Нагадаємо, що вважатимемо $Q > 0$, коли тіло (або система тіл) отримує енергію внаслідок теплопередачі, і $Q < 0$, коли воно *віддає* енергію. Робота A зовнішніх сил теж може бути додатною (коли ми стискаємо газ або нагріваємо тіло тертям) або від'ємною (коли газ у пляшці розширяється та виштовхує корок). Іноді буває зручно розглядати замість роботи зовнішніх сил роботу газу A', яка відрізняється від A тільки знаком: $A' = -A$. Тоді перший закон термодинаміки можна записати у вигляді (див. рис. 28.1, *б*):

$$Q = \Delta U + A'. \qquad (3)$$

Важливим окремим випадком є теплопередача в замкненій системі (за відсутності механічної роботи). Тоді $\Delta U = A' = 0$, звідки отримуємо $Q = 0$. Якщо така система містить N окремих тіл, то $Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_N = 0$. Це рівняння називають **рівнянням теплового балансу** (зрозуміло, що воно є окремим випадком закону збереження енергії). Воно означає, що одні тіла системи отримують саме стільки енергії, скільки інші втрачають.

Розглянемо газ у циліндрі з рухомим поршнем (рис. 28.2). Якщо газ розширяється (штовхає поршень праворуч), то сила $\vec{F}$ тиску газу на поршень площею S виконує додатну роботу A'. Найпростіше підрахувати цю роботу, якщо сила не змінюється. Оскільки $F = pS$, сила є незмінною під час ізобарного процесу $(p = \text{const})$. Тоді $A' = F\Delta l = pS\Delta l = p\Delta V$.

Отже, для ізобарного процесу $A' = p\Delta V$ (відповідно $A = -p\Delta V$). Ця формула справедлива також для *малого* етапу *будь-якого* процесу (настільки малого, щоб зміною тиску можна було знехтувати).

Очевидно, що під час ізохорного процесу $\Delta V = 0$, отже й $A' = A = 0$.

Як же бути в загальному випадку, коли зміною тиску не можна нехтувати? Наприклад, як знайти роботу газу під час ізотермічного розширення? Можна скористатися універсальним методом, який декому з вас уже знайомий з курсу фізики 9 класу. Розгляньмо графік розширення газу в координатах p, V (рис. 28.3). Якщо подумки розбити процес на велику кількість малих етапів, то на кожному з них газ виконує малу роботу, що дорівнює $p\Delta V$. Добуток $p\Delta V$ чисельно дорівнює площі прямокутника зі сторонами p і ΔV, яка практично не відрізняється від площі під відповідною ділянкою графіка.

Отже, сумарна площа всіх аналогічних прямокутників практично дорівнює площі під графіком залежності $p(V)$ і в той же час дорівнює сумарній роботі газу A'. Отриманий результат є не приблизним, а точним (похибка прямує до нуля, якщо брати все менші значення ΔV). Якщо об'єм газу зменшується, то A' просто змінює знак.

! Модуль роботи газу $|A'|$ чисельно дорівнює площі під графіком залежності тиску газу від його об'єму.

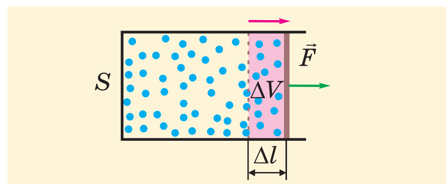


Рис. 28.2. Виводимо формулу для роботи газу під час ізобарного процесу

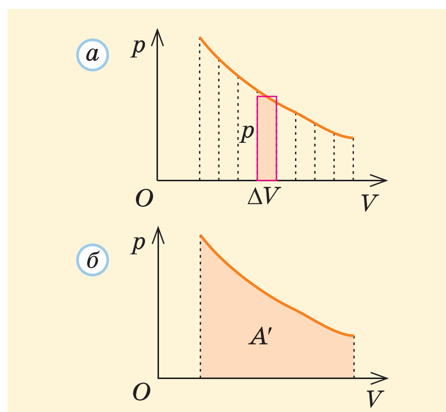


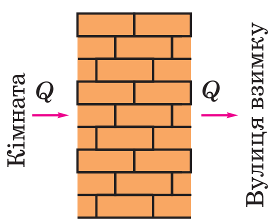
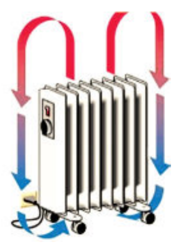
Рис. 28.3. Знаходимо роботу газу під час довільного процесу: *а* — площа прямокутної смужки дорівнює площі зафарбованої ділянки під графіком; *б* — сумарна площа всіх таких смужок чисельно дорівнює роботі газу A'

4 Види теплопередачі. Теплоємність газу. Адіабатний процес

Згадаймо тепер про фізичний зміст кількості теплоти Q та процеси теплопередачі. Кількість теплоти характеризує енергію, що передається нібито «самотужки», тобто без виконання механічної роботи. Коротку інформацію про види теплопередачі, відомі вам з курсу фізики 8 класу, наведено в табл. 28.1.

Таблиця 28.1

Види теплопередачі

Теплопровідність	Конвекція	Випромінювання
Зумовлена хаотичним рухом частинок речовини та їх взаємодією; не супроводжується перенесенням самої речовини	Перенесення тепла потоками рідини або газу	Перенесення енергії електромагнітними хвилями
Найбільшу теплопровідність мають метали, найменшу — розріджені гази (зіткнення молекул відбуваються рідко). Теплопровідність не відбувається у вакуумі. Теплоізоляційні матеріали (наприклад, пористі) мають низьку теплопровідність	Природна конвекція в полі тяжіння зумовлена тим, що під час нагрівання речовина розширяється, її густина зменшується. Така рідина або газ «спливає» у холодних шарах речовини через дію сили Архімеда. Існує також вимушена (примусова) конвекція	Теплове випромінювання властиве всім тілам, його інтенсивність швидко зростає зі збільшенням температури тіла. На відміну від інших, цей вид теплопередачі найкраще відбувається між тілами у вакуумі
		

Теплопередача не завжди пов'язана зі зміною температури тіла (наприклад, під час танення снігу весною його температура довго залишається рівною 0 °C). Проте найчастіше отриману або віддану тілом кількість теплоти можна виразити через зміну його температури ΔT (або, що те ж саме, через зміну температури Δt за шкалою Цельсія). Можна записати, що $Q = C\Delta T = C\Delta t$. Тут C — **теплоємність** тіла. Вона чисельно дорівнює кількості теплоти, яку необхідно передати тілу для нагрівання на 1 К. Очевидно, $[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$. Теплоємність однорідного тіла пропорційна його масі (або, що те ж саме, кількості речовини в цьому тілі). Тому зручно користуватися ще двома фізичними величинами (див. табл. 28.2).

Таблиця 28.2

Теплові характеристики речовини

Питома теплоємність c	Молярна теплоємність* C
Чисельно дорівнює кількості теплоти, яку має отримати 1 кг речовини для нагрівання на 1 К: $c=\frac{Q}{m\cdot\Delta T}$	Чисельно дорівнює кількості теплоти, яку має отримати 1 моль речовини для нагрівання на 1 К: $C=\frac{Q}{\nu\cdot\Delta T}$
Одиниця: $[c]=\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$	Одиниця: $[C]=\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$
Формула кількості теплоти $Q=cm\cdot\Delta T$	Формула кількості теплоти $Q=C\nu\cdot\Delta T$

Особливо важливим є процес, під час якого теплоємність дорівнює нулю. Очевидно, це означає, що $Q=0$, хоч температура тіла змінюється $(\Delta T\neq 0)$.

Процес, який відбувається в теплоізольованій системі, називають **адіабатним**. Інакше кажучи, під час цього процесу відсутня теплопередача. Перш за все виникає питання, як можна виключити теплопередачу. Адже будь-яка теплоізоляція лише сповільнює передачу тепла, а не зупиняє її. Виявляється, можна обійтися навіть і без теплоізоляції, якщо процес буде достатньо швидким, теплопередача просто «не встигатиме» за ним. Скільки має тривати процес, щоб його можна було вважати адіабатним, залежить від багатьох чинників. Іноді це десяті частки секунди, а іноді можуть бути й години.

Оскільки для адіабатного процесу $Q=0$, з першого закону термодинаміки випливає: $\Delta U=A=-A'$. Під час адіабатного розширення $A'>0$, тому $\Delta U<0$. Оскільки внутрішня енергія ідеального газу пропорційна його абсолютній температурі, отримуємо $\Delta T<0$. У випадку ж адіабатного стискання $\Delta T>0$. Отже,

! під час адіабатного розширення газ охолоджується, а під час адіабатного стискання — нагрівається.

? Доведіть самостійно співвідношення між молярною та питомою теплоємностями: $C=cM$.

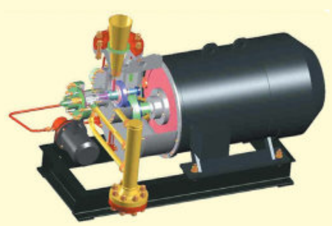
Отриманий результат можна наочно пояснити й на основі молекулярно-кінетичних уявлень. Припустимо для простоти, що зіткнення молекул газу з поршнем є пружними. Тоді кожна молекула відлітає від нерухомого поршня, не змінивши модуля швидкості. Якщо ж поршень рухається *від* молекули (тобто газ розширяється), модуль швидкості кожної молекули після зіткнення дещо

З матеріалів, розміщених на електронному освітньому ресурсі, ви дізнаєтеся, що теплоємність газу під час різних процесів може відрізнятися в багато разів (див. за посиланням i).

* Стандартне позначення молярної теплоємності (C), на жаль, не відрізняється від позначення теплоємності. Тому слід бути уважними — наприклад, перевіряти одиниці величин.

Навколо фізики

У 30-х роках XX століття різко зросла потреба в кисні для металургії. Найкращим шляхом отримання кисню (а паралельно й азоту) стало зрідження повітря та розділення його на окремі складові. Для такого зрідження потрібно було навчитися охолоджувати великі маси повітря приблизно на 150 °C (критичні температури кисню та азоту відповідно −119 і −147 °C). Усі застосовані способи охолодження ґрунтувалися на процесах, близьких до адіабатного: газ «змушували» виконувати роботу, що спричиняло зменшення внутрішньої енергії (тобто охолодження). Найефективнішу установку (турбодетандер) створив видатний радянський фізик П. Л. Капиця. У цій установці, яка й нині широко застосовується, газ витрачає свою внутрішню енергію на обертання турбіни. У багатьох випадках ця турбіна, у свою чергу, обертає генератор, який виробляє електроенергію.



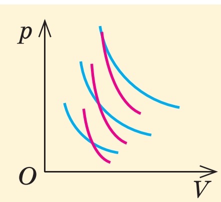


Рис. 28.4. Через будь-яку точку, що описує стан газу, можна провести ізотерму (сині лінії) та адіабату (червоні лінії), причому кут нахилу адіабати до осі абсцис завжди більший (адіабата «крутіша» за ізотерму)

зменшується. А зменшення середньої квадратичної швидкості руху молекул — це й є охолодження газу. Якщо змінити напрям руху поршня (тобто стискати газ), спостерігатиметься підвищення температури.

Майже всі ви напевно помічали, як нагрівається насос, коли ви накачуєте повітря в м'яч або шину велосипеда. Головною причиною нагрівання тут є саме адіабатне стискання повітря (а не тертя, як дехто вважає). У циліндрах теплового двигуна Дизеля повітря внаслідок адіабатного стискання нагрівається до 500–700 °C; розпилене дизельне паливо, потрапивши в таке гаряче повітря, моментально спалахує.

Адіабатне охолодження повітря відіграє важливу роль у кругообігу води в природі. Коли тепле вологе повітря піднімається на висоту кількох кілометрів, де значно менший тиск атмосфери, воно розширяється, виконуючи роботу. Внаслідок цього повітря охолоджується нижче від точки роси, водяна пара конденсується та утворює хмари.

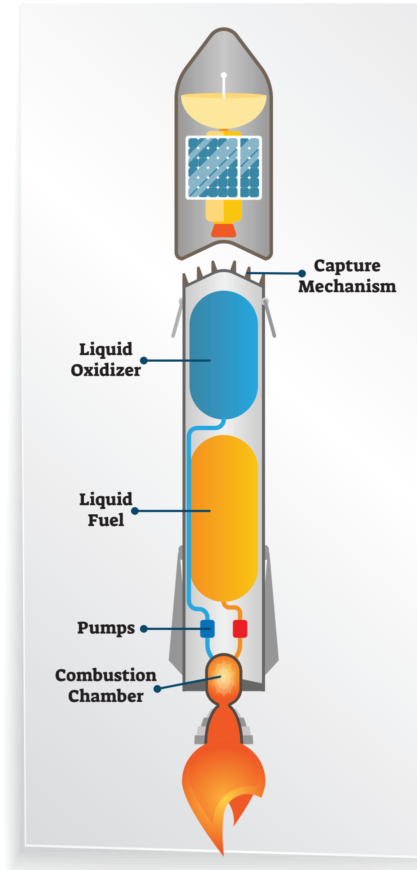
Порівняємо графіки адіабатного та ізотермічного процесів у координатах p, V. Відповідно до рівняння Клапейрона тиск газу пропорційний величині $\frac{T}{V}$. Якщо, наприклад, відбувається адіабатне розширення, то тиск зменшується не тільки через збільшення знаменника цього виразу, а ще й через зменшення чисельника. Отже, тиск зменшується швидше, ніж під час ізотермічного процесу. Це означає, що коли провести обидва графіка через одну точку, то адіабата йде «крутіше», ніж ізотерма (рис. 28.4).

Можна довести (ви самі ще не вивчили відповідні розділи математики), що адіабатний процес описується рівнянням $pV^{\gamma} = \text{const}$, де відношення $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ є важливою характеристикою газу (його називають показником адіабати). Оскільки $C_p = C_V + R$, показник адіабати $\gamma > 1$. Для одноатомних газів $\gamma = \frac{5}{3}$.

У загальному випадку теплоємність газу може змінюватися протягом процесу. Проте існують процеси, під час яких теплоємність газу є незмінною (їх називають **політропними**). Ізопроцеси та адіабатний процес є окремими випадками політропних процесів. Політропний процес описується рівнянням $pV^n = \text{const}$, де показник політропи $n = \frac{C - C_p}{C - C_V}$.

? Скориставшись матеріалами, розміщеними за посиланням **i**, переконайтеся самостійно, що для двохатомного газу $\gamma = 1{,}4$.

Підбиваємо підсумки



Термодинаміка вивчає найбільш загальні властивості макроскопічних систем, способи передачі та перетворення енергії в таких системах. Закони термодинаміки не «прив'язані» до якоїсь конкретної структури речовини. Термодинаміка враховує існування внутрішньої енергії U тіл, яка складається з кінетичної енергії хаотичного руху частинок та потенціальної енергії їх взаємодії однієї з одною. Внутрішня енергія є функцією макроскопічних параметрів, що описують стан тіла.

Внутрішня енергія ідеального газу певної маси залежить тільки від його температури. Для одноатомного ідеального газу $U=\frac{3}{2}\nu RT=$ $=\frac{3}{2}\cdot\frac{m}{M}RT$.

Перший закон термодинаміки ($\Delta U=Q+A$ або $Q=\Delta U+A'$) є окремим випадком закону збереження енергії. Для ізобарного процесу або малого етапу довільного процесу робота газу $A'=p\Delta V$, а робота зовнішніх сил $A=-p\Delta V$. У загальному випадку модуль роботи газу чисельно дорівнює площі під графіком $p(V)$ залежності тиску газу від його об'єму.

Молярні теплоємності ідеального газу під час ізобарного та ізохорного процесів пов'язані співвідношенням $C_p=C_V+R$. Для одноатомного ідеального газу $C_V=\frac{3R}{2}$.

Адіабатний процес, який відбувається в теплоізольованій системі, супроводжується зміною температури газу: температура збільшується під час стискання газу та зменшується під час його розширення.

Контрольні запитання

1. Що вивчає термодинаміка? 2. З чого складається внутрішня енергія тіла? 3. Поясніть, чому внутрішня енергія ідеального газу залежить тільки від його температури. 4. За якою формулою можна визначити роботу газу під час ізобарного процесу? 5. Які види теплопередачі вам відомі? 6. Що таке питома теплоємність речовини? молярна теплоємність? 7. Який процес називають адіабатним та за яких умов він відбувається?

Вправа № 28

1. Визначте внутрішню енергію 5 моль гелію за температури 27 °С.

2. Газ, що займав об'єм 4 л, розширився до об'єму 9 л за сталого тиску 200 кПа. Яку роботу виконав газ?

3. Визначте зміну внутрішньої енергії газу, який отримав кількість теплоти 4 кДж і виконав роботу 9 кДж.

4. Значення яких із величин ΔU, Q, A є від'ємними у випадку: а) ізохорного охолодження газу; б) ізотермічного розширення газу?

5. Яку роботу виконали під час адіабатного стискання 2 моль аргону, якщо температура газу підвищилася від 20 до 50 °С?

6[R]. З якою найменшою швидкістю має рухатися свинцева куля, щоб після зіткнення з перешкодою вона наполовину розплавилася? Початкова температура кулі дорівнювала 27 °С. Температура плавлення свинцю дорівнює 327 °С, питома теплоємність — $0{,}14\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення — $25\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

7[R]. Калориметр містить лід масою 100 г за температури −10 °С. У калориметр вносять мідну кульку масою 500 г. Визначте температуру цієї кульки, якщо після встановлення теплової рівноваги виявилося, що 25 г льоду перетворилися на воду. Питомі теплоємності льоду та міді відповідно 2,1 і $0{,}4\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$, питома теплота плавлення льоду $330\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$.

8. На рис. 1 показано графіки процесів з одноатомним ідеальним газом. Визначте роботу газу, зміну його внутрішньої енергії та отриману газом кількість теплоти для кожного з процесів.

9. Доведіть, що робота газу протягом одного циклу показаного на рис. 2 процесу чисельно дорівнює площі всередині графіка.

10. Визначте роботу газу протягом одного циклу показаного на рис. 3 процесу.

11. Під час ізобарного нагрівання Неон отримав кількість теплоти 10 кДж. Яку роботу виконав газ протягом цього процесу?

12. Криптон у початковому стані за тиску 200 кПа займає об'єм 5 л. Газ зазнав політропного розширення до об'єму 10 л, показник політропи дорівнює 2. На скільки змінилася внутрішня енергія газу?

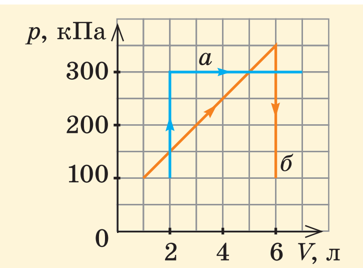


Рис. 1

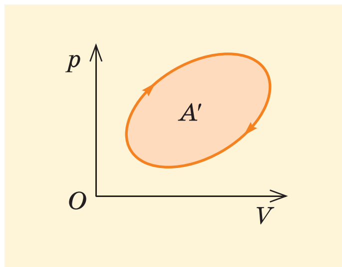


Рис. 2

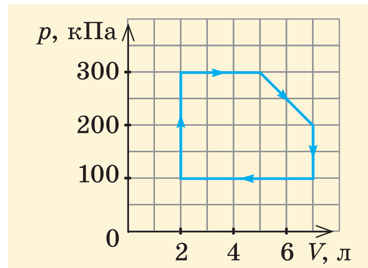
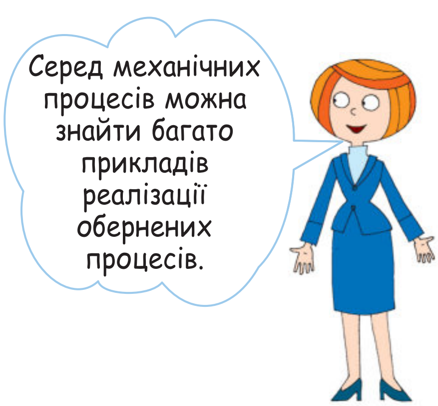


Рис. 3

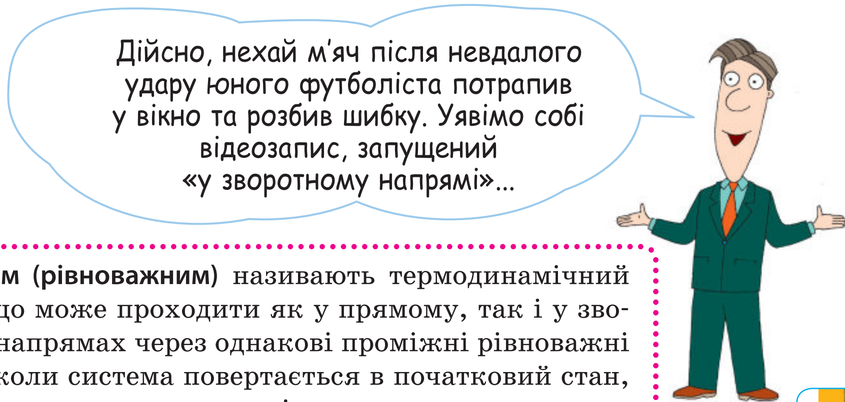
§ 29. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ. ТЕПЛОВІ МАШИНИ



1 Оборотні та необоротні процеси

Ми вже знаємо, що під час будь-яких процесів у замкненій (ізольованій) системі загальна енергія цієї системи не може змінюватися. При цьому енергія може переходити від одних частин системи до інших, змінювати свою форму. Якщо взяти будь-який реальний процес у замкненій системі та подумки змінити його напрям на протилежний, то уявний зворотний процес ніяк не порушуватиме закон збереження енергії та його окремий випадок — перший закон термодинаміки. За сучасними науковими поглядами всі процеси, «дозволені» загальними законами природи, є дійсно можливими.

Наприклад, штучний супутник Землі можна запустити вздовж тієї самої траєкторії у зворотному напрямі. Електрон або «частинка світла» (фотон) після певних процесів теж можуть змінити напрям руху на протилежний і здійснити зворотний рух. Проте більшість процесів навколо нас є необоротними. Наприклад, коли шайба ковзає льодовим майданчиком, її швидкість зменшується (кінетична енергія переходить у внутрішню, шайба та лід нагріваються) і кінець кінцем шайба зупиняється. Зворотний процес був би дуже дивним: шайба мала б рушити з місця та розганятися, при цьому шайба та лід мали б охолоджуватися. Навряд чи хто спостерігав таке або щось схоже.



! **Оборотним (рівноважним)** називають термодинамічний процес, що може проходити як у прямому, так і у зворотному напрямах через однакові проміжні рівноважні стани, а коли система повертається в початковий стан, у навколишньому середовищі не залишається макроскопічних змін.

Звернімо увагу: у всіх випадках, коли діє сила тертя або йдеться про руйнування матеріалу, процес явно є необоротним. А оскільки майже всі процеси в макросвіті відбуваються «за участі» тертя, реальні процеси завжди є необоротними. Наприклад, читаючи ці рядки, ви стаєте старше, а ніяк не молодше. «Стрілу часу» не можна запустити в зворотний бік!

Очевидно, має існувати якийсь закон природи, з якого це випливає. Цей закон називають **другим законом термодинаміки**.

2 Другий закон термодинаміки

Необоротність процесів підмітили значно раніше, ніж змогли пояснити. На основі узагальнення експериментальних даних було запропоновано кілька формулювань закону, що встановлює необоротність певних теплових процесів. Дещо пізніше стало зрозуміло, що йдеться про один і той самий закон, який і назвали другим законом термодинаміки. Наведемо два найбільш відомих формулювання.

Р. Клаузіус (1850): *неможливо здійснити процес, єдиним результатом якого буде передача тепла від тіла з меншою температурою до тіла з більшою температурою.*

В. Кельвін (1851): *неможливо здійснити періодичний процес, єдиним результатом якого буде виконання роботи за рахунок кількості теплоти, відібраної у якогось тіла.*

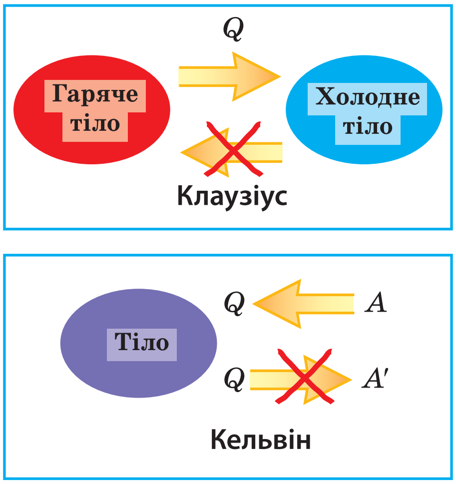


Рис. 29.1. Два формулювання другого закону термодинаміки: можливі та неможливі процеси

В обох формулюваннях ідеться про неможливість здійснення *зворотного* процесу, коли *прямий* процес є цілком можливим (рис. 29.1). В обох випадках важливо, що йдеться про *єдиний* результат процесу, тобто не має бути *ніяких* інших змін у самих тілах і навколишньому середовищі.

3 Цикли теплових машин. Цикл Карно

Відкриття законів термодинаміки тісно пов'язане з вивченням роботи теплових двигунів. Уже винайдення парової машини у XVIII столітті стало одним із найважливіших чинників промислової революції. Проте разом з новими можливостями з'явилася й нова проблема: як забезпечити виконання потрібної роботи за мінімальної витрати палива. За сучасною термінологією — як забезпечити максимально можливий коефіцієнт корисної дії (ККД) теплового двигуна? Адже ККД перших промислових парових машин не перевищував кількох відсотків.

На електронному освітньому ресурсі ви дізнаєтеся про глибокий зміст другого закону термодинаміки та про ентропію — міру невпорядкованості системи (див. за посиланням i).

Сучасна техніка дає широкий вибір різних типів теплових двигунів. Але всі вони мають один загальний принцип дії та, відповідно, однакові необхідні елементи. Перш за все потрібний нагрівник, від якого надходитиме певна кількість теплоти $Q_н$. Має бути також робоче тіло, яке безпосередньо виконує роботу A за рахунок отриманої кількості теплоти. Найчастіше як робоче тіло застосовують газ, тому що тільки газ помітно збільшує свій об'єм унаслідок нагрівання, виконуючи при цьому роботу. Іноді (наприклад, у двигунах внутрішнього згоряння) нагрівник «за сумісництвом» є ще й робочим тілом. А ще обов'язково потрібен холодильник, що «забиратиме» кількість теплоти $Q_х$ (рис. 29.2). Холодильник — це не відомий вам побутовий пристрій, а просто тіло, температура якого $T_х$ менша від температури нагрівника $T_н$. Найчастіше роль холодильника виконує навколишнє середовище.

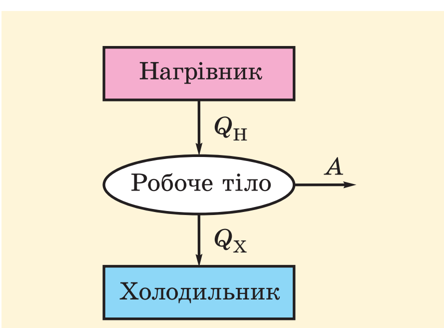
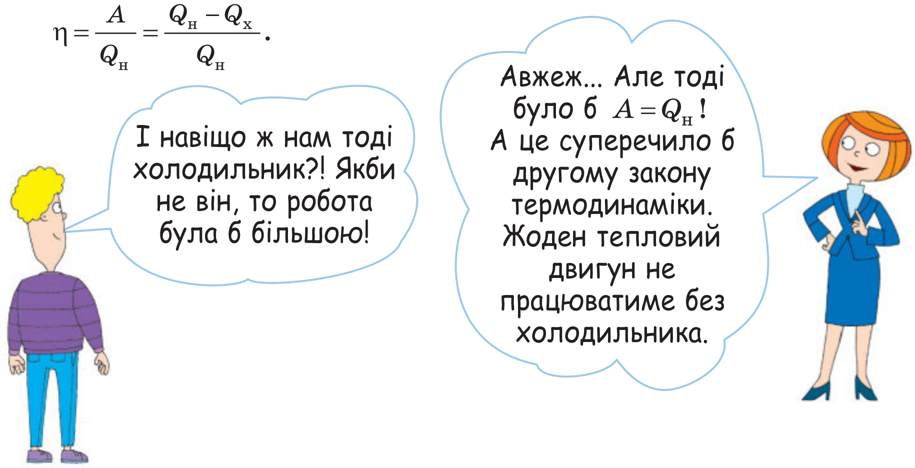


Рис. 29.2. Складові частини теплового двигуна

Теплова машина працює циклічно. Відповідно до закону збереження енергії для кожного циклу виконується співвідношення $A = Q_н - Q_х$. Отже, ККД теплової машини $\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н}$.



Щоб пояснити наочно роль холодильника, скористаємося простою моделлю теплового двигуна (рис. 29.3): газ під поршнем у вертикальному циліндрі, який почергово приводять у тепловий контакт з нагрівником і холодильником. Отримавши тепло від нагрівника, газ розширяється та піднімає поршень (виконує роботу). Проте після цього потрібно знов опустити поршень, щоб можна було повторити процес. Якщо газ не охолодити перед стисканням, то на цьому етапі доведеться виконати над газом таку саму роботу, яку він виконав під час розширення. Інакше кажучи, доведеться під час стискання газу витратити всю енергію, отриману під час розширення цього газу. Якщо ж температуру газу попередньо знизити, застосувавши холодильник, то тиск газу зменшиться і стискати його буде легше.

То як же можна забезпечити максимальний ККД циклічного процесу роботи теплового двигуна? Уявімо собі різні теплові двигуни, що працюють за однакової температури $T_н$ нагрівника та однакової температури $T_х$ холодильника. Виявляється, що найбільшому значенню ККД відповідає оборотний цикл. Для такої теплової машини «зворотний цикл» означає, що вона буде не виконувати, а «*поглинати*» роботу (таку саму за модулем, як і при прямому циклі), *відбирати* у холодильника кількість теплоти $Q_х$ та *передавати* нагрівнику кількість теплоти $Q_н$ (за модулем ці кількості теплоти такі самі, як і при прямому циклі).

На початку XIX століття французький учений С. Карно опублікував роботу, в якій було закладено основи сучасної термодинаміки. У цій роботі було введено поняття **ідеальної теплової машини**, яка має максимально можливий ККД за певних значень $T_н$ і $T_х$. Цикл роботи такої машини відтоді називають **циклом Карно**. Він складається тільки з оборотних процесів. А які ж існують оборотні процеси?

Ми знаємо, що процес теплопередачі є необоротним, адже тепло завжди передається від гарячого тіла до холодного. Отже, оборотним можна вважати процес без теплопередачі — адіабатний процес. Проте за певних умов і теплопередача «не заважає» оборотності процесу. Наприклад, якщо газ *повільно* розширюється, перебуваючи в контакті з нагрівником, то температуру газу можна вважати практично незмінною та рівною температурі нагрівника (теплопередача від нагрівника встигає компенсувати втрати внутрішньої енергії на роботу під час розширення). Якщо напрям процесу змінити (повільно стискати газ), то він «поверне» нагрівнику всю отриману кількість теплоти. Інакше кажучи, процес теплопередачі можна вважати зворотним за практично рівних температур обох тіл.

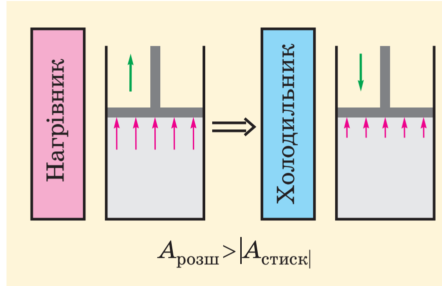


Рис. 29.3. Проста модель теплового двигуна: завдяки використанню холодильника під час стискання газу витрачають менше енергії, ніж отримують під час розширення

З матеріалів, розміщених на електронному освітньому ресурсі, ви дізнаєтеся, як обмеження на ККД теплового двигуна випливає з другого закону термодинаміки, і довідаєтеся про холодильні машини та теплові насоси (див. за посиланням).

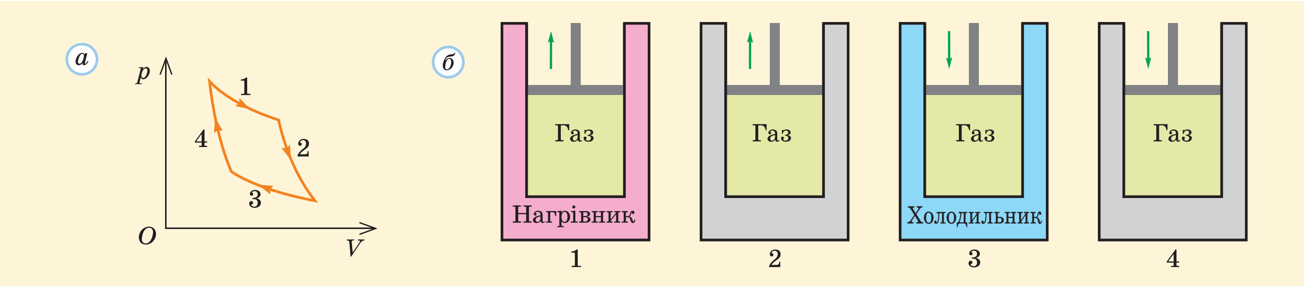


Рис. 29.4. Цикл Карно: *а* — графік циклу в координатах *p*, *V*; *б* — етапи процесу:
1 — ізотермічне розширення за температури нагрівника;
2 — адіабатне розширення з охолодженням до температури холодильника;
3 — ізотермічне стискання за температури холодильника;
4 — адіабатне стискання до початкового стану
(Сірим умовно показано теплоізоляцію.)

Цикл Карно не застосовується в реальних теплових машинах. У реальних теплових двигунів коефіцієнт корисної дії суттєво менший від η_{max}. Проте й для них виконується загальна закономірність: зменшення $T_х$ та збільшення $T_н$ сприяють підвищенню ККД теплового двигуна. Оскільки холодильником зазвичай слугує навколишнє середовище, то найчастіше $T_х \approx 300$ К. Температура ж нагрівника обмежена властивостями конструкційних матеріалів. Якщо, наприклад, $T_н \approx 800$ К, то отримуємо $\eta_{max} \approx 60\,\%$.

Карно запропонував оборотний цикл, що складається з двох ізотермічних і двох адіабатних процесів (рис. 29.4).

ККД ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно, залежить тільки від температур нагрівника $T_н$ та холодильника $T_х$. Цей ККД є максимально можливим за певних значень $T_н$, $T_х$:

$$\eta_{max} = \frac{T_н - T_х}{T_н}.$$

Як видно з наведеної формули, ККД ідеальної теплової машини тим вищий, чим менша температура холодильника порівняно з температурою нагрівника. Оскільки $0 < T_х < T_н$, цей ККД не можна збільшити до одиниці.

Підбиваємо підсумки

Теплові процеси в макроскопічних системах є необоротними. Відповідно до другого закону термодинаміки неможливо здійснити процес, єдиним результатом якого буде передача тепла від тіла з меншою температурою до тіла з більшою температурою. Необоротність має статистичну природу. Замкнена макроскопічна система внаслідок хаотичного руху частинок завжди переходить до «максимально невпорядкованого» стану. Ентропія, що характеризує ступінь невпорядкованості такої системи, не може зменшуватися.

Із другого закону термодинаміки випливає обмеження на ККД теплових двигунів: він не може перевищувати ККД ідеального теплового двигуна за заданих значень температур нагрівника та холодильника. Ідеальний тепловий двигун працює за оборотним циклом — наприклад, за циклом Карно, що складається з двох ізотермічних і двох адіабатних процесів. ККД такого циклу $\eta_{max} = \frac{T_н - T_х}{T_н}$.

Контрольні запитання

1. Наведіть другий закон термодинаміки у формулюваннях Клаузіуса та Кельвіна. 2. Наведіть приклади необоротних процесів навколо нас. 3. Поясніть зв'язок між необоротністю та хаотичним рухом мікроскопічних частинок. 4. Чому тепловий двигун не може працювати без холодильника? 5. Від чого залежить ККД ідеального теплового двигуна? 6. З яких процесів складається цикл Карно? 7. Поясніть принцип дії теплового насоса.

Вправа № 29

1. Робоче тіло теплового двигуна протягом кожного циклу роботи отримує від нагрівника кількість теплоти 20 кДж та виконує роботу 6 кДж. Визначте ККД двигуна.

2. Тепловий двигун протягом певного часу виконав роботу 7 кДж і передав холодильнику кількість теплоти 21 кДж. Визначте ККД цього двигуна.

3. Ідеальний тепловий двигун працює за температури нагрівника 127 °С і температури холодильника 17 °С. Визначте кількість теплоти, переданої холодильнику під час виконання двигуном корисної роботи 5,5 кДж.

4. Ідеальний тепловий двигун працює за температури холодильника −23 °С. Якою має бути температура нагрівника, щоб ККД двигуна дорівнював 80 %?

5. Температура нагрівника ідеального теплового двигуна дорівнює 546 °С. Холодильником цього двигуна є сніг за температури 0 °С. Визначте масу снігу, що розтане під час виконання двигуном корисної роботи 13,2 МДж. Питома теплота плавлення льоду дорівнює 330 кДж/кг.

6. Тепловий насос, що працює за оборотним циклом, забезпечує опалення приміщення за температури зовнішнього повітря −3 °С. У приміщенні підтримують температуру 27 °С. Протягом певного часу теплові втрати приміщення становили 5 МДж. Скільки електричної енергії витратив за цей час тепловий насос?

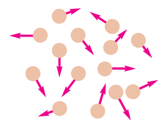
7. Скориставшись зв'язком між ентропією та кількістю теплоти (див. за посиланням i), доведіть формулу для ККД ідеальної теплової машини.

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 3 «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА»

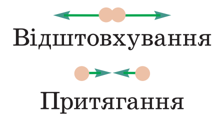
1 Ви дізналися про основні положення молекулярно-кінетичної теорії (МКТ):

Усі речовини складаються з окремих частинок

Частинки безупинно та хаотично рухаються



Частинки взаємодіють між собою



2 Ви дізналися, що різні стани речовини відрізняються за характером розташування та хаотичного руху частинок цієї речовини.

3 Ви зрозуміли, що ідеальний газ — це модель реального газу, в якій нехтують розмірами окремих частинок і взаємодією між ними. Ця модель добре описує розріджений газ. Тиск газу на стінки зумовлений хаотичним рухом молекул газу та їх зіткненням зі стінками:

$$p=\frac{1}{3}nm_0\overline{v^2}=\frac{2}{3}n\overline{W}_k.$$

4 Ви дізналися, що температура характеризує стан теплової рівноваги макроскопічної системи та визначає напрям теплопередачі між різними системами. З точки зору МКТ температура характеризує середню кінетичну енергію поступального руху молекул: $\overline{W}_k=\frac{3}{2}kT$, де T — температура за шкалою Кельвіна. Середня квадратична швидкість хаотичного руху молекул $\bar{v}_{\text{кв}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

5 Ви довідалися, що макроскопічні параметри кожного тіла пов'язані між собою рівнянням стану. Найпростіший вигляд має рівняння стану ідеального газу: $pV=\frac{m}{M}RT$ (рівняння Менделєєва — Клапейрона). Для заданої маси певного газу виконується співвідношення $\frac{pV}{T}=\text{const}$ (рівняння Клапейрона). З рівняння стану випливають закони, що описують ізопроцеси (ізотермічний, ізобарний, ізохорний).

6 Ви зрозуміли, що пароутворення може відбуватися різними шляхами:

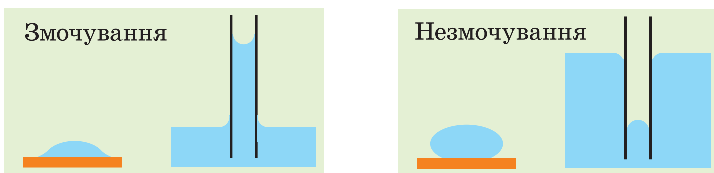
Пароутворення

Випаровування (з поверхні, за будь-якої температури). Вилітають молекули з найбільшою швидкістю	Кипіння (в об'ємі, за температури кипіння). Температура кипіння залежить від тиску

Якщо пара перебуває в динамічній рівновазі зі своєю рідиною, таку пару називають насиченою. Густина та тиск насиченої пари залежать тільки від її температури (не залежать від об'єму). Зменшення об'єму пари за сталої температури спричиняє конденсацію частини пари, а збільшення об'єму — збільшення маси пари через пароутворення. Різниця між рідиною та насиченою парою зникає за критичної температури.

7 Ви дізналися, що перебіг багатьох процесів залежить від відносної вологості повітря $\varphi = \frac{p}{p_н} \cdot 100\,\% = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\,\%$. Ця величина показує, наскільки близька водяна пара в повітрі до насиченої. Охолодження повітря до точки роси збільшує відносну вологість повітря до $100\,\%$.

8 Ви дізналися, що вільна поверхня рідини намагається скоротитися до мінімуму, щоб зменшити поверхневу енергію $U_{пов} = \sigma S$, де σ — поверхневий натяг рідини. На межі поверхні рідини перпендикулярно до цієї межі по дотичній до поверхні діє сила поверхневого натягу $F_{п.н} = \sigma l$. На межі рідини з твердим тілом спостерігається змочування (незмочування), що спричиняє викривлення поверхні рідини та капілярні явища. За умови повного змочування (незмочування) висота капілярного піднімання (опускання) рідини $h = \frac{2\sigma}{\rho g r}$.



9 Ви зрозуміли, що анізотропія (залежність властивостей кристала від напряму) є прямим наслідком упорядкованого розташування частинок в усьому об'ємі тіла. Рідини, аморфні тіла та полікристали є ізотропними. Для малих пружних деформацій твердих тіл виконується закон Гука: $\sigma = E|\varepsilon|$, де σ, ε і E — відповідно механічна напруга, відносне видовження та модуль Юнга матеріалу. Унаслідок збільшення механічної напруги деформація перетворюється на пластичну, а згодом матеріал руйнується.

10 Ви довідалися, що найбільш загальні властивості макроскопічних систем, способи передачі та перетворення енергії в таких системах вивчає термодинаміка. Перший закон термодинаміки випливає із закону збереження енергії: $\Delta U = Q + A$. Тут U — внутрішня енергія тіла (для одноатомного ідеального газу $U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} RT$), а робота зовнішніх сил на малій ділянці будь-якого процесу $A = -p\Delta V$. Під час адіабатного процесу (в теплоізольованій системі) розширення газу спричиняє його охолодження, а стискання — нагрівання. Другий закон термодинаміки стверджує, що реальні процеси в макроскопічних системах є необоротними, замкнена система завжди переходить у найбільш неупорядкований стан. Через це неможливо створити тепловий двигун з ККД, що дорівнює $100\,\%$. Найбільший ККД ідеального теплового двигуна залежить від температур застосованих нагрівника та холодильника:

$$\eta_{max} = \frac{T_н - T_х}{T_н}.$$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 3 «МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА»

1 (*1 бал*) Молярна маса вуглекислого газу (CO_2) дорівнює:

а) 0,024 кг/моль; б) 0,028 кг/моль; в) 0,044 кг/моль; г) 0,05 кг/моль.

2 (*1 бал*) Якщо температуру газу в герметично закритому балоні збільшити від 7 до 147 °C, то тиск газу збільшиться:

а) в 1,5 разу; б) у 2,25 разу; в) у 21 раз; г) у 441 раз.

3 (*1 бал*) Тиск водяної пари в повітрі за температури 30 °C становить 2,12 кПа. Відносна вологість повітря дорівнює:

а) 7 %; б) 15 %; в) 50 %; г) 70 %.

4 (*1 бал*) До металевого дроту з площею поперечного перерізу 0,15 мм^2 підвішено вантаж, масу якого поступово збільшують. Дріт рветься, коли маса вантажу сягає 3 кг. Границя міцності металу, з якого виготовлено дріт, дорівнює:

а) 20 МПа; б) 45 МПа; в) 50 МПа; г) 200 МПа.

5 (*2 бали*) Якщо густина газу дорівнює 12 кг/м^3, а середня квадратична швидкість руху його молекул — 500 м/с, то тиск газу становить:

а) 0,5 МПа; б) 1 МПа; в) 2 МПа; г) 3 МПа.

6 (*2 бали*) Середня кінетична енергія поступального руху молекул метану за температури 27 °C дорівнює:

а) $5{,}7 \cdot 10^{-22}$ Дж; б) $2{,}1 \cdot 10^{-21}$ Дж; в) $5{,}7 \cdot 10^{-21}$ Дж; г) $6{,}3 \cdot 10^{-21}$ Дж.

7 (*2 бали*) На рис. 1 наведено графік процесу з ідеальним газом в координатах p, V. Графік цього процесу в координатах p, T наведено:

а) на рис. 2; б) на рис. 3; в) на рис. 4; г) на рис. 5.

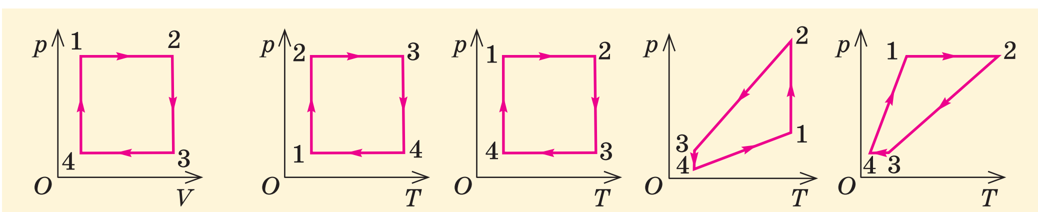


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3 Рис. 4 Рис. 5

8 (*2 бали*) Температури нагрівника та холодильника ідеального теплового двигуна дорівнюють відповідно 177 і –3 °C. ККД цього двигуна дорівнює:

а) 40 %; б) 59 %; в) 65 %; г) 77 %.

9 (*3 бали*) Суміш газів містить гелій і метан (CH_4). Середня квадратична швидкість руху атомів Гелію дорівнює 960 м/с. Визначте середню квадратичну швидкість руху молекул метану.

10 (*3 бали*) Рідина густиною 900 кг/м^3 піднімається в тонкостінному циліндричному капілярі радіусом 0,2 мм на висоту 4 см. Визначте поверхневий натяг рідини та силу поверхневого натягу, що діє з боку рідини на капіляр. Уважайте, що $g = 10$ м/с^2, а змочування є повним.

11 (*4 бали*) На рис. 6 показано графік процесу з ідеальним газом. Визначте, у скільки разів змінилася абсолютна температура газу внаслідок цього процесу.

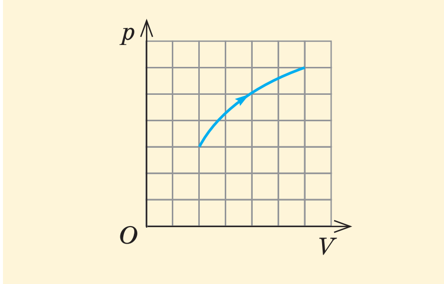


Рис. 6

12 (*4 бали*) Залізну пластинку нагріли від 0 до 200 °С. На скільки відсотків збільшилася площа пластинки? Температурний коефіцієнт лінійного розширення заліза дорівнює $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ К$^{-1}$.

13 (*5 балів*) Термометри психрометра показують 20 і 14 °С. На скільки градусів має зменшитися температура, щоб почалося утворення роси? Відповідь наведіть з точністю до 1 °С.

14 (*5 балів*) Один моль гелію мав початкову температуру 27 °С. Гелій спочатку нагрівається до 127 °С в ізохорному процесі, а потім зазнає збільшення об'єму вдвічі в ізобарному процесі. Визначте кількість теплоти, яку отримав газ.

! Звірте ваші відповіді з наведеними в кінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму поділіть на три. Одержаний результат відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

Тренувальні тестові завдання з комп'ютерною перевіркою ви знайдете на електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання».

ОРІЄНТОВНІ ТЕМИ ПРОЕКТІВ

1. Сучасні засоби вивчення будови речовини.
2. Наднизькі температури — для чого та як їх отримують.
3. Конструювання та випробування газового термометра.
4. Рідкі кристали в техніці.
5. Створення матеріалів із заданими властивостями — мрія чи реальна мета?
6. Створення моделей сучасних теплових двигунів.

ТЕМИ РЕФЕРАТІВ І ПОВІДОМЛЕНЬ

1. Історія температурних шкал.
2. Гейзери в природі.
3. Наночастинки як особлива форма речовини.
4. Форма поверхні рідини та тиск Лапласа.
5. Кристалічні модифікації льоду.
6. Багатоликий Карбон: форми його існування в природі.
7. Теплоємність багатоатомних газів.
8. Від вічного двигуна другого роду до законів термодинаміки.

ТЕМИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1. Вивчення конденсаційного гігрометра.
2. Вивчення впливу домішок на поверхневий натяг води.
3. Вирощування кристалів різними методами.
4. Дослідження діаграм розтягнення металів і сплавів.
5. Вимірювання ККД різних теплових двигунів.

На електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання» ви знайдете не тільки корисні поради, що допоможуть вам у роботі над проектом, рефератом і в проведенні експерименту, а й цікаві додаткові відомості, енциклопедичну сторінку про молекулярну фізику та термодинаміку.

Розділ 4

ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ

§ 30. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ. НАПРУЖЕНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

1 Електричні взаємодії та електричне поле

! Мірою інтенсивності електричних взаємодій, у яких бере участь тіло, є його **електричний заряд** q.

Ви знаєте з курсу фізики 8 класу, що не всі частинки беруть участь в електромагнітних взаємодіях.

Якщо йдеться про елементарну частинку, то заряд є такою самою незмінною її характеристикою, як маса. Заряд же інших тіл є сумою зарядів усіх елементарних частинок у тілі.

Досліди показали, що однакові заряджені частинки (наприклад, два електрони) завжди відштовхують одна одну. А от між різними зарядженими частинками можуть діяти сили відштовхування або притягання. Учені припустили, що існують електричні заряди двох видів, які назвали позитивними $(q > 0)$ і негативними $(q < 0)$. Заряди одного знаку (однойменні) відштовхуються, а заряди протилежних знаків (різнойменні) притягаються (рис. 30.1). Це припущення дозволило правильно описати характер усіх електричних взаємодій.

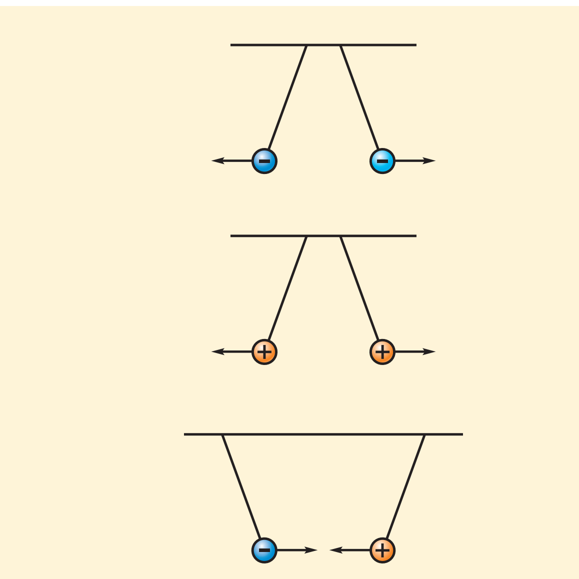


Рис. 30.1. Взаємодія заряджених тіл залежно від знаків зарядів

У Міжнародній системі одиниць (СІ) одиницею електричного заряду є **кулон** (1 Кл). Нагадаємо, що $1\ \text{Кл} = 1\ \text{А} \cdot \text{с}$.

Одним із важливих загальних законів природи є **закон збереження електричного заряду:**

! в ізольованій (замкненій) системі тіл алгебраїчна сума зарядів усіх тіл залишається незмінною:

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_n = \text{const}.$$

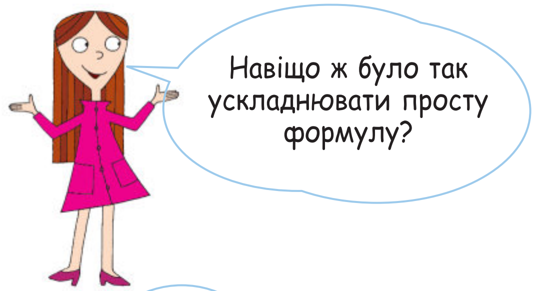
Цей закон виконується навіть тоді, коли заряджені частинки народжуються або гинуть! Найчастіше вони народжуються та гинуть такими парами (позитивна і негативна частинки), що їх загальний заряд дорівнює нулю.

Найпростішою моделлю зарядженого тіла є **точковий заряд** — *заряджене тіло, розмірами якого в певній задачі можна знехтувати*. Взаємодію точкових зарядів описує **закон Кулона:**

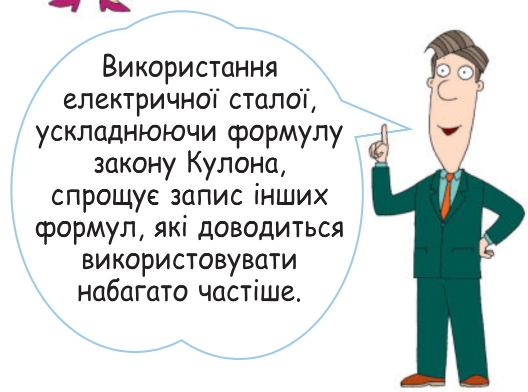
! модуль сили взаємодії між двома нерухомими точковими зарядами у вакуумі прямо пропорційний модулям цих зарядів і обернено пропорційний квадрату відстані r між ними:

$$\boxed{F = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}.} \qquad (1)$$

Досліди показали, що коефіцієнт пропорційності в законі Кулона $k = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. Фізичний зміст цього коефіцієнта такий: два точкових заряди по 1 Кл кожний, розташовані на відстані 1 м один від одного у вакуумі, взаємодіяли б із силою, що дорівнює $9 \cdot 10^9$ Н.



Коефіцієнт k у СІ виражають через іншу величину, **електричну сталу** ε_0, за формулою $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Електрична стала $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$. Що таке фарад (1 Ф), ви скоро дізнаєтеся. Отже, формула закону Кулона має вигляд:

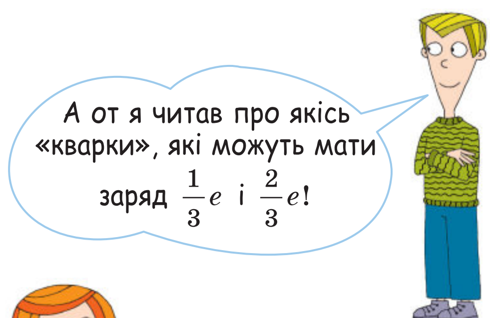


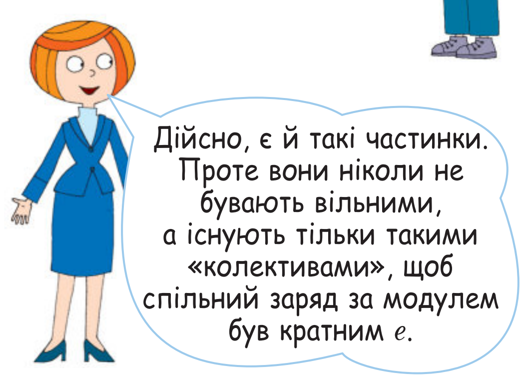
$$\boxed{F = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}. \qquad (2)$$

Проте під час розв'язання задач ви можете користуватися й більш зручною попередньою формулою (1).

Якщо заряд тіла дорівнює нулю, таке тіло називають нейтральним. Якщо це точкове тіло, то воно не бере участі в електричних взаємодіях. Проте «неточкові» (протяжні) тіла беруть участь в електричних взаємодіях, навіть коли ці тіла нейтральні!

Модуль заряду електрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл називають **елементарним електричним зарядом** (нагадаємо, що електрон має негативний електричний заряд). Усі заряджені частинки речовини мають заряди, кратні за модулем елементарному електричному заряду.

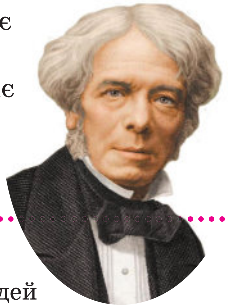




Електрична взаємодія між тілами може відбуватися без щільного контакту, на певній відстані. Як же передається електрична взаємодія від одного тіла до іншого? Протягом століть найвидатніші вчені уникали навіть обговорення цього питання, бо вважали це безперспективним — «саме так влаштовано наш світ». У першій половині XIX ст. геніальну гіпотезу висловив англійський фізик М. Фарадей: він припустив, що кожне заряджене тіло створює **електричне поле**, яке діє на інші заряджені тіла. Він ніби бачив своїм «внутрішнім оком» (тобто геніальною інтуїцією) це поле у вигляді невидимих ниток, які простягнуті в просторі між двома зарядженими тілами. Фактично Фарадей стверджував, що електричне поле («посередник» під час електричної взаємодії) є ще однією, досі незнаною, формою матерії.

! Таким чином, електричне поле — це форма матерії, через яку здійснюється взаємодія між електрично зарядженими тілами.

Кожне заряджене тіло створює електричне *поле*, яке діє на інші заряджені тіла.



Майкл Фарадей

З курсу фізики 9 класу ви знаєте, що електричне поле є окремим випадком **електромагнітного поля***. Поле — не просто «вигадка» (нехай дуже зручна) на кшталт паралелей і меридіанів на земній кулі. Доведено, що електромагнітне поле дійсно є формою матерії, тобто воно реально існує. Про це свідчить перш за все існування певної **швидкості передачі електричної взаємодії.** Якщо перемістити одне заряджене тіло трохи далі від іншого, то сила їх електричної взаємодії зменшиться. Головне питання — коли це відбудеться: відразу чи через певний проміжок часу Δt. Тобто чи є швидкість передачі електричної взаємодії нескінченною? Досліди показали, що ця швидкість має певне значення (вона збігається зі швидкістю світла). Отже, протягом проміжку часу Δt в просторі між зарядженими тілами відбуваються деякі зміни. Об'єкт, який зазнає цих змін, — саме електромагнітне поле. Кінець кінцем зміна поля спричиняє зміну сили взаємодії зарядів.

Електромагнітне (зокрема електричне) поле має енергію та навіть масу. А от про паралелі та меридіани ми дуже скоро ще згадаємо — як і про «нитки» Фарадея...

У цьому розділі ми розглядатимемо тільки **електростатичне поле** — *поле нерухомих заряджених тіл*. Зрозуміло, що поле може бути електростатичним тільки в певній системі відліку.

2 Напруженість електричного поля. Силові лінії

Щоб поняття електричного поля по-справжньому «працювало», потрібно ввести фізичні величини, які характеризують це поле. Для цього розгляньмо силу $\vec{F}$, яка діє в певній точці електричного поля на точковий заряд q. Ця сила залежить як від значення заряду q, так і від електричного поля. Залежність $\vec{F}$ від q є прямо пропорційною: якщо, наприклад, об'єднати дві кульки із зарядами q, на кожну з яких поле діє із силою $\vec{F}$, то на «об'єднане» тіло із зарядом $2q$ поле діятиме із силою $2\vec{F}$. Отже, $\vec{F} \sim q$ (знак ~ позначає пряму пропорційність). Цей висновок відповідає й означенню електричного заряду.

Розгляньмо тепер відношення $\dfrac{\vec{F}}{q}$. Це *векторна* величина. Вона не залежить від модуля заряду — у скільки б разів він не змінився, саме у стільки разів зміниться й $\vec{F}$. Ця величина не залежить і від знака q — адже якщо замінити заряд на протилежний, то напрям сили $\vec{F}$ теж зміниться на протилежний, тобто замість $\vec{F}$ матимемо $-\vec{F}$.

* Електричне поле — це «складова» електромагнітного поля, дія якої на заряджені частинки не залежить від швидкості їх руху.

Отже, відношення $\frac{\vec{F}}{q}$ для певної точки поля ніяк не залежить від заряду q! Тому це відношення характеризує тільки електричне поле в зазначеній точці.

Відношення $\frac{\vec{F}}{q}$ називають **напруженістю** електричного поля. Якщо взяти $q = +1$ Кл, то напруженість збігатиметься з $\vec{F}$ за напрямом і числовим значенням.

> **!** Напруженість $\vec{E}$ електричного поля чисельно дорівнює силі, з якою поле в даній точці діє на одиничний позитивний заряд: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$.

Напруженість є силовою характеристикою електричного поля. Як випливає з означення, одиниця напруженості $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$. Ви скоро дізнаєтеся, що частіше вживають інший запис цієї самої одиниці (В/м).

Визначимо напруженість електричного поля, яке створює нерухомий позитивний точковий заряд q в точці, віддаленій від нього у вакуумі на відстань r. Для цього уявімо, що ми помістили в цю точку малий «пробний» заряд q_1. Згідно з означенням напруженості поля $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_1}$ (ділити треба саме на значення пробного заряду, на який діє сила, а не на значення заряду, який створює поле). Отже, модуль напруженості $E = \frac{F}{|q_1|}$. Оскільки за законом Кулона $F = \frac{|q| \cdot |q_1|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, отримуємо $E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Проте напруженість — векторна величина, тому слід визначити й напрям $\vec{E}$. Це легко зробити: одиничний позитивний заряд відштовхуватиметься від позитивного заряду q, тому вектор $\vec{E}$ напрямлений від цього заряду (рис. 30.2, *а*). Для негативного заряду q формула модуля напруженості така сама, але напрям $\vec{E}$ протилежний — до заряду q (рис. 30.2, *б*). Як бачимо, напруженість поля точкового заряду спадає обернено пропорційно квадрату відстані від заряду.

Рис. 30.2. Напруженість електричного поля позитивного точкового заряду в точках *1*, *2*, *3* напрямлена від цього заряду, а напруженість поля негативного точкового заряду в точках *4*, *5*, *6* напрямлена до цього заряду. В обох випадках модуль напруженості тим менший, чим далі точка від заряду

У складніших випадках більш-менш зручної формули для визначення E може й не бути, не кажучи вже про напрям напруженості. Тому описати «загальний вигляд» якогось електричного поля не просто. Виявляється, існує зручний спосіб наочного зображення електричного поля. Це так звані **силові лінії електричного поля**.

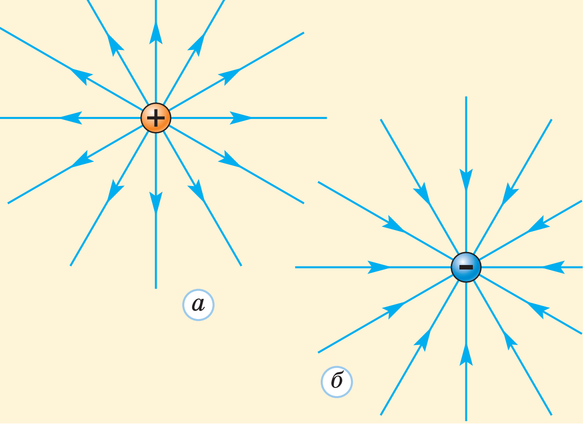


Рис. 30.3. Силові лінії електричного поля точкового заряду: позитивного (*а*) та негативного (*б*)

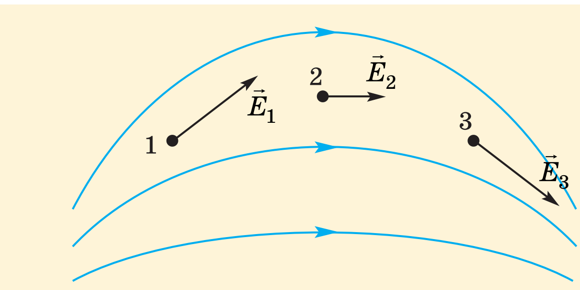


Рис. 30.4. Силові лінії електричного поля та напруженість поля в різних точках

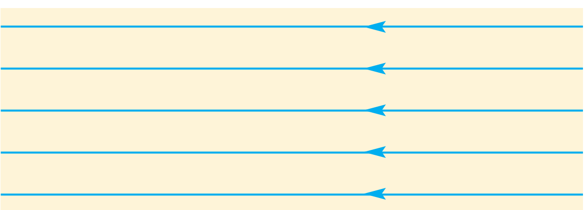


Рис. 30.5. Силові лінії однорідного електричного поля

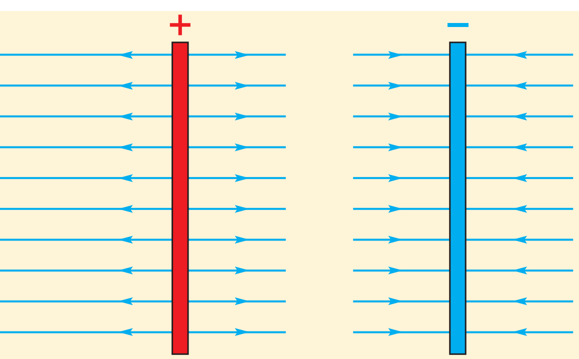


Рис. 30.6. Силові лінії нескінченної рівномірно зарядженої площини

Почнемо знов із прикладу — поля позитивного точкового заряду. Проведемо з цього заряду «промені» через рівні кутові інтервали (рис. 30.3, *а*).

Якщо ми бажаємо знати напрям $\vec{E}$ у будь-якій точці такого променя, то відповідь проста — цей напрям збігається з напрямом самого променя.

Звернімо увагу й іще на одну закономірність: чим далі від заряду, тим модуль $\vec{E}$ менший і тим далі один від одного проходять промені. Ці промені є силовими лініями розглянутого електричного поля. Виявляється, аналогічні лінії існують для всіх електричних полів. Наприклад, на рис. 30.3, *б* показано силові лінії поля негативного точкового заряду. Які ж закономірності існують для силових ліній довільного електричного поля?

Обмежимося поки тільки електростатичним полем. Загальні правила прості.

1 Силові лінії не можуть бути замкненими або починатися (закінчуватися) просто «у просторі». Силові лінії електростатичного поля починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних.

2 Напруженість електричного поля в будь-якій точці напрямлена по дотичній до силової лінії в цій точці.

3 Модуль напруженості електричного поля в певній точці тим більший, чим ближче одна до одної проходять силові лінії поблизу цієї точки.

На рис. 30.4 показано приклад силових ліній і вектори напруженості електричного поля в кількох точках. Щоб накреслити силові лінії, потрібно спочатку визначити напрями та модулі напруженості поля хоча б у кількох точках. Чим більше таких точок, тим точнішою буде картина силових ліній.

Очевидно, що різні силові лінії не можуть ані перетинатися (у кожній точці вектор $\vec{E}$ має певний напрям), ані дотикатися одна до одної (у точці дотику напруженість поля мала б зростати до нескінченності).

Електричне поле в певному об'ємі називають однорідним, якщо його напруженість у всіх точках цього об'єму однакова за модулем і однаково напрямлена. Силові лінії однорідного електричного поля показано на рис. 30.5.

Таке електричне поле створює, наприклад, нескінченна площина, по якій рівномірно розподілений електричний заряд (рис. 30.6). Якщо розглядати поле поблизу центра зарядженої плоскої пластини, її можна подумки замінити саме такою площиною.

Напруженість E електричного поля у цьому випадку залежить лише від заряду, який припадає на одиницю площі пластини, тобто від величини $\sigma = \frac{q}{S}$ (її називають

поверхневою густиною заряду). Можна довести, що у вакуумі $E = \dfrac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$ (див. вправу 30.9).

Зазначимо, що силові лінії — не більше ніж зручний спосіб наочного зображення електричного поля, такого об'єкта в природі не існує (згадаймо знову про паралелі та меридіани). Тим більше дивно, що силові лінії таки можна побачити! Для цього заповнимо плоску посудину діелектричною рідиною (наприклад, рициновою олією) та насиплемо в рідину діелектричні частинки (наприклад, манну крупу). Якщо тепер за допомогою спеціального пристрою створити в рідині досить сильне електричне поле, частинки крупи «шикуватимуться» саме вздовж силових ліній цього поля (рис. 30.7, див. також рис. 33.6).

Про пояснення цього явища ви дізнаєтеся в наступному параграфі.

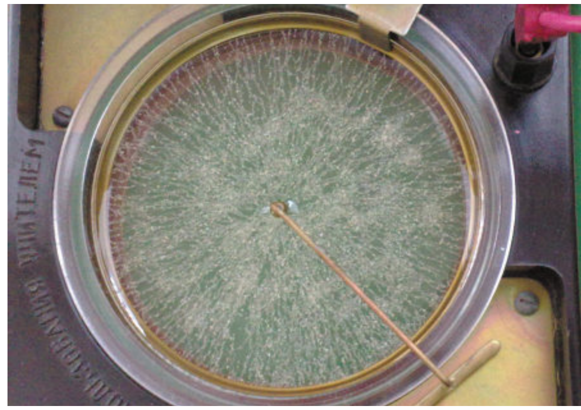


Рис. 30.7. Діелектричні частинки в полі точкового заряду

3 Дослід Міллікена

Значення елементарного електричного заряду вперше визначив американський учений Роберт Міллікен (рис. 30.8) у дослідах, здійснених протягом 1908–1916 років. У його експериментальній установці вертикальне однорідне електричне поле створювали дві різнойменно заряджені металеві пластини.

Міллікен досліджував рух маленьких крапель мастила (на відміну від водяних крапель вони повільно випаровувалися, їх масу можна було вважати незмінною). За відсутності електричного поля краплі практично відразу починали рухатися рівномірно з такою швидкістю, що сила опору повітря зрівноважувала силу тяжіння. Спостерігаючи за рухом окремої краплі за допомогою мікроскопа, можна було виміряти швидкість її падіння. Це дозволяло визначити радіус і масу краплі. Після «вмикання» електричного поля воно починало діяти на заряджені краплі (початкові заряди виникали через тертя об повітря), тому швидкість їх руху змінювалася. Це вже дозволяло визначити заряди крапель.

Заряди можна було змінювати, піддаючи краплі рентгенівському або радіоактивному випромінюванню. Можна було й зовсім зупинити рух краплі (рис. 30.9), підібравши відповідне значення напруженості електричного поля.

Здійснивши численні вимірювання, Міллікен отримав різні можливі значення заряду краплі. Виявилося, що всі вони є цілими кратними певного мінімального заряду. Саме цей мінімальний заряд і було інтерпретовано як модуль заряду електрона (тобто елементарний електричний заряд e). Отримане Міллікеном значення e відрізнялося від відомого зараз лише на 1 %.

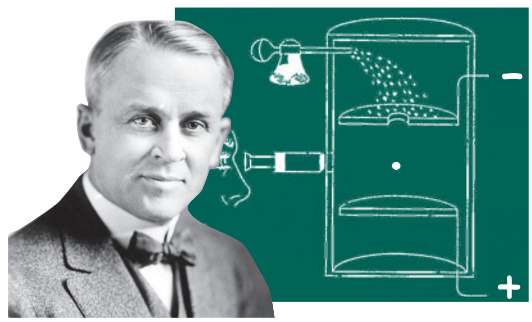


Рис. 30.8. Роберт Міллікен (1868 — 1953), видатний американський фізик, лауреат Нобелівської премії з фізики. Виміряв заряд електрона, вивчав фотоелектричний ефект і космічні промені

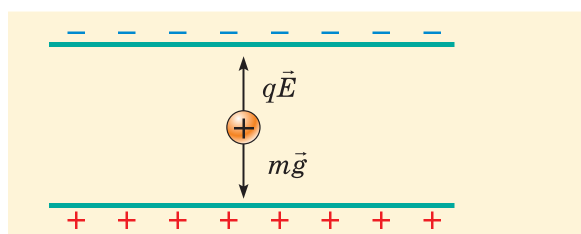


Рис. 30.9. Крапля може висіти між пластинами нерухомо за умови $mg = qE$

4 Принцип суперпозиції

Напруженість електричного поля в певній точці можна визначити експериментально. А як це зробити теоретично? Ми вже знаємо відповідь для випадку поля позитивного або негативного точкового заряду. Що ж до інших випадків, то врахуємо: будь-який заряд можна подумки «розбити» на точкові заряди. Кожний із таких зарядів q_n ($n = 1, 2, \ldots$) створює в точці A (рис. 30.10) «своє» електричне поле з напруженістю $\vec{E}_n$.

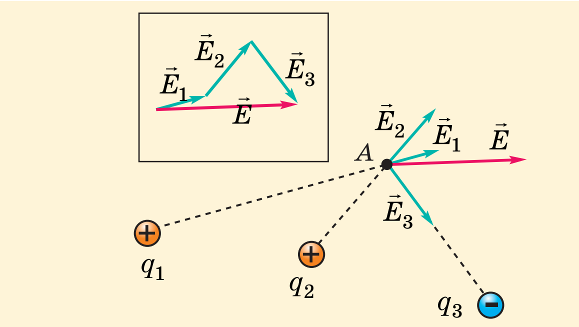


Рис. 30.10. Визначення напруженості електричного поля трьох точкових зарядів за принципом суперпозиції: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$

Досліди показали справедливість **принципу суперпозиції:**

> **!** якщо точкові заряди 1, 2, ..., n створюють у точці електричні поля з напруженістю $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \ldots, \vec{E}_n$, то вся система точкових зарядів створює у цій точці електричне поле з напруженістю $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$.

Розгляньмо, наприклад, поле системи з двох точкових зарядів $+q$ і $-q$ (таку систему називають **диполем**). Нехай заряди розміщені у вакуумі на відстані b один від одного. Визначимо напруженість електричного поля цих зарядів у точці A, яка розташована на відстані c від кожного із зарядів. На рис. 30.11 показано напруженість $\vec{E}_+$, $\vec{E}_-$ електричного поля кожного із зарядів у точці A. Згідно з принципом суперпозиції $\vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$. Оскільки $E_+ = E_- = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}$, вектор $\vec{E}_A$ є діагоналлю відповідного ромба і напрямлений паралельно прямій, на якій містяться заряди. Оскільки виділені на рис. 30.11 трикутники є подібними, то їх сторони пропорційні: $\dfrac{E_A}{E_+} = \dfrac{b}{c}$. Звідси $E_A = \dfrac{qb}{4\pi\varepsilon_0 c^3}$.

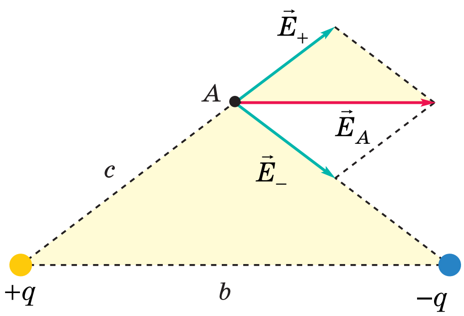


Рис. 30.11. Застосування принципу суперпозиції для визначення напруженості електричного поля диполя в точці A

Дослідивши поле диполя в різних точках, можна дійти висновку щодо приблизного вигляду силових ліній цього поля. Вони мають виходити із заряду $+q$ рівномірно у всі боки й так само входити в заряд $-q$. У точках, рівновіддалених від обох зарядів, лінії мають іти паралельно осі диполя (прямій, на якій містяться заряди). Отже, отримуємо приблизну картину (рис. 30.12).

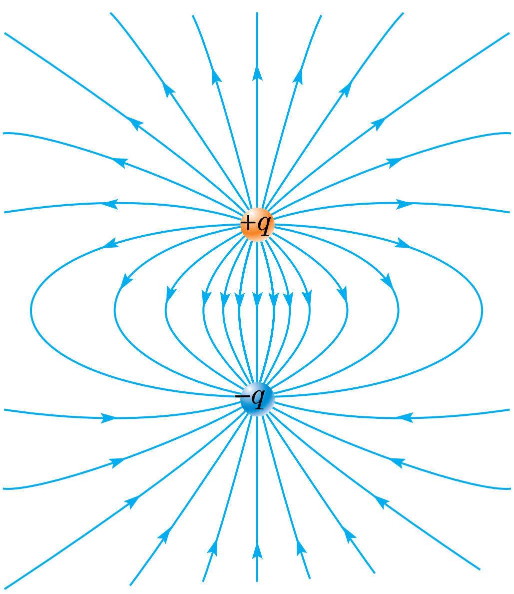


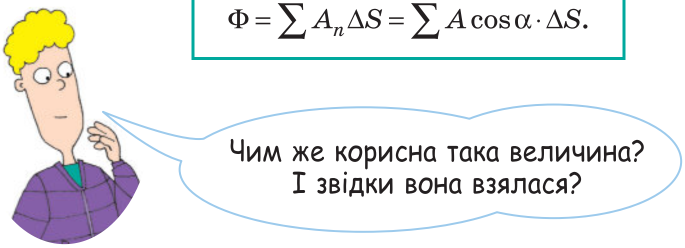
Рис. 30.12. Силові лінії електричного поля диполя

5 Теорема Гауса

Електричне поле є одним із численних прикладів векторних полів. З точки зору математики задати векторне поле $\vec{A}(\vec{r})$ — це значить поставити у відповідність кожній точці певної ділянки простору з радіус-вектором $\vec{r}$ певний вектор $\vec{A}(\vec{r})$. Під час вивчення векторних полів часто застосовують таке поняття, як потік Φ вектора через поверхню.

Розіб'ємо подумки певну поверхню на такі малі ділянки, щоб у всіх точках кожної ділянки можна було вважати вектори $\vec{A}(\vec{r})$ однаковими, а самі ділянки — плоскими. Проведемо перпендикулярно до кожної ділянки площею ΔS так званий вектор нормалі $\vec{n}$. Тоді потік вектора $\vec{A}$ через кожну ділянку — це величина $\Delta\Phi = A_n \Delta S$ ($A_n = A\cos\alpha$ — проекція вектора $\vec{A}$ на напрям нормалі $\vec{n}$, рис. 30.13), а повний потік через усю поверхню — це сума потоків через її ділянки:

$$\boxed{\Phi = \sum A_n \Delta S = \sum A\cos\alpha \cdot \Delta S.} \quad (3)$$



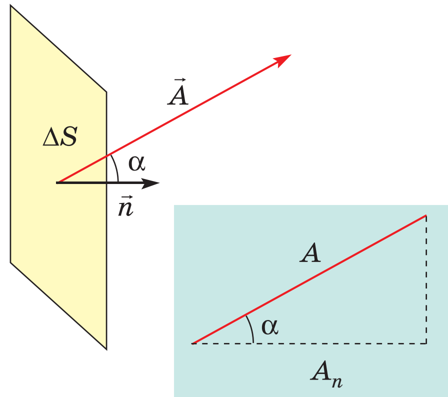


Рис. 30.13. До визначення потоку вектора через поверхню

Зверніть увагу!

Якщо розглядається замкнена поверхня, то вектори нормалі мають бути напрямлені назовні.

Набагато раніше за електричне вчені розглянули інше векторне поле, а саме поле швидкостей $\vec{v}(\vec{r})$ частинок рухомої рідини. У цьому випадку добуток $v_n \Delta S = v\Delta S \cdot \cos\alpha$ показує, який об'єм рідини протікає через ділянку поверхні протягом одиниці часу (рис. 30.14), тобто Φ дійсно являє собою потік рідини через поверхню.

Нас цікавитиме **потік вектора напруженості електричного поля** $\Phi = \sum E_n \Delta S$. Ця величина має наочний зміст: вона пропорційна кількості силових ліній, що перетинають дану поверхню (рис. 30.15). При цьому для замкненої поверхні кожна силова лінія, що виходить назовні, дає додатний внесок до загальної суми, а кожна лінія, що входить усередину, — від'ємний.

Розгляньмо спочатку найпростіший випадок — потік вектора $\vec{E}$ поля точкового заряду через сферичну поверхню, центр якої збігається із зарядом (рис. 30.16, *а, б*). Перш за все звернімо увагу: незалежно від радіуса сфери

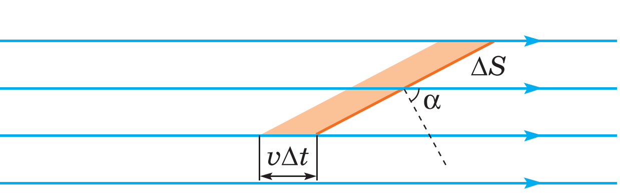


Рис. 30.14. Потік рідини через поверхню

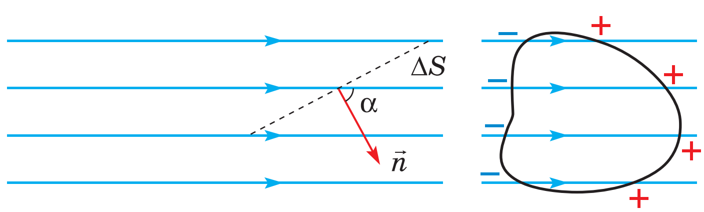


Рис. 30.15. Кількість силових ліній, що перетинають поверхню, пропорційна cos α та модулю напруженості електричного поля; для замкненої поверхні лінії, що входять усередину, слід «рахувати» зі знаком мінус

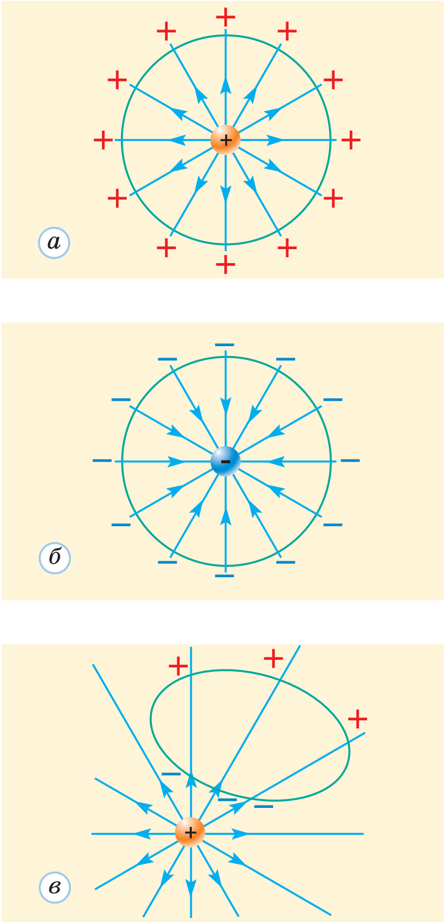


Рис. 30.16. Тільки «внутрішні» заряди створюють потік $\vec{E}$ через замкнену поверхню

її перетнуть усі силові лінії, що виходять із заряду або входять у нього. Отже, потік Φ через сферичну поверхню не повинен залежати від радіуса r цієї поверхні. Переконаймося в цьому. Оскільки силові лінії в кожній точці поверхні перпендикулярні до неї, отримуємо $E_n = E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ для позитивного заряду і $E_n = -E = \frac{-|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ для негативного. Очевидно, в обох випадках $E_n = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$. Оскільки площа сфери $S = 4\pi r^2$, отримуємо $\Phi = E_n S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$.

Якщо замінити сферичну поверхню на будь-яку іншу замкнену поверхню, що охоплює заряд, то потік через цю поверхню буде таким самим — адже її перетинатимуть ті ж самі силові лінії. Якщо ж якийсь заряд розташований ззовні від замкненої поверхні, то він не створює потоку через цю поверхню: кожна силова лінія поля такого заряду входить і виходить через поверхню (рис. 30.16, *в*), тобто дає нульовий внесок у загальний потік Φ.

Залишилося перейти від одиничного точкового заряду до системи таких зарядів (адже будь-який розподіл зарядів зводиться до такої системи). Якщо поле створюють N різних точкових зарядів, то згідно з принципом суперпозиції в будь-якій точці $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N$. Отже, проекція напруженості на напрям нормалі до поверхні $E_n = E_{1n} + E_{2n} + \ldots + E_{Nn}$, а загальний потік вектора $\vec{E}$ через замкнену поверхню $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots + \Phi_n$. Урахуємо тепер, що внесок зовнішніх по відношенню до цієї поверхні зарядів дорівнює нулю, і отримаємо остаточне формулювання **теореми Гауса**.

! Потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню у вакуумі прямо пропорційний електричному заряду, що міститься всередині цієї поверхні: $\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$.

За допомогою теореми Гауса можна визначити напруженість електричного поля за симетричного розташування зарядів. Розгляньмо, наприклад, поле зарядженої сфери за умови рівномірного розподілу заряду q по її поверхні. Якщо ми проведемо будь-яку замкнену поверхню всередині сфери, то вона не міститиме зарядів. Отже, потік $\vec{E}$ через будь-яку «внутрішню» для сфери поверхню дорівнює нулю. Це означає, що всередині сфери електричне поле взагалі відсутнє. Залишається визначити поле ззовні від сфери. Із симетрії системи випливає, що всі силові лінії напрямлені радіально. Легко показати, що поле не відрізняється від поля точкового заряду q, розташованого в центрі сфери (рис. 30.17).

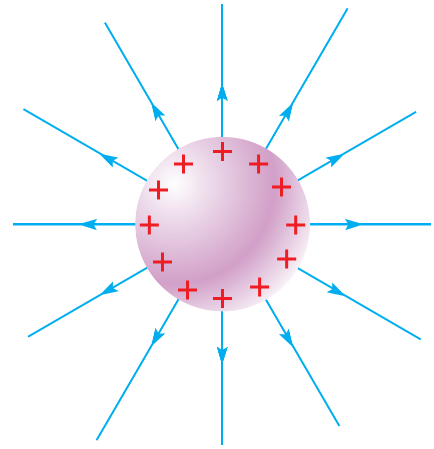


Рис. 30.17. Електричне поле рівномірно зарядженої сфери

6 Вчимося розв'язувати задачі

Задача. Точкові заряди $q_1 = 80$ нКл і $q_2 = -20$ нКл розташовані у вакуумі на відстані $b = 20$ см один від одного. Визначте напруженість електричного поля цих зарядів у точках A і B (рис. 1).

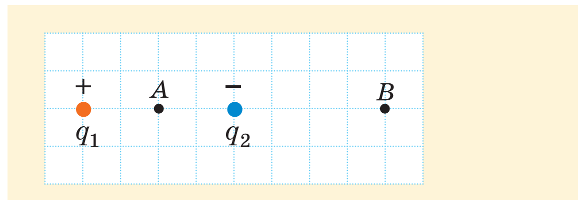


Рис. 1

Розв'язання. Точка A розташована на відстані $\frac{b}{2}$ від кожного із зарядів. Згідно з принципом суперпозиції напруженість поля в цій точці $\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A}$. Оскільки $\vec{E}_{1A}$ і $\vec{E}_{2A}$ напрямлені в один бік (рис. 2), то модуль напруженості $E_A = E_{1A} + E_{2A} = k\frac{q_1}{\left(\frac{b}{2}\right)^2} + k\frac{|q_2|}{\left(\frac{b}{2}\right)^2} = 4k\frac{q_1 + |q_2|}{b^2}$. Точка ж B розташована на відстані $2b$ від заряду q_1 і на відстані b від заряду q_2. Оскільки $\vec{E}_B = \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B}$, а вектори $\vec{E}_{1B}$ і $\vec{E}_{2B}$ напрямлені протилежно (рис. 3), то модуль напруженості $E_B = |E_{1B} - E_{2B}| = \left|k\frac{q_1 - 4|q_2|}{4b^2}\right|$. Перевіривши одиниці величин і підставивши числові значення, отримаємо $E_A = 90\,\frac{\text{кН}}{\text{Кл}}$ і $E_B = 0$ (у точці B електричні поля зарядів компенсують одне одного).

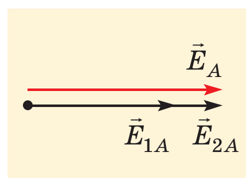


Рис. 2

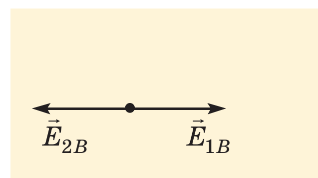
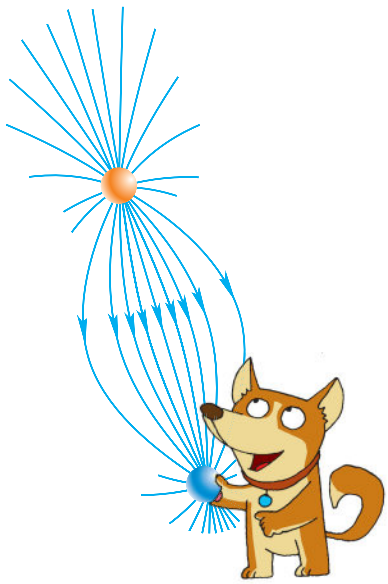


Рис. 3

Відповідь: $E_A = 90$ кН/Кл, $E_B = 0$.

Підбиваємо підсумки

Електричний заряд тіла є мірою інтенсивності електричних взаємодій, у яких бере участь це тіло. Одиницею електричного заряду в СІ є кулон. Існують два види електричних зарядів: позитивні і негативні. Однойменно заряджені тіла відштовхуються, а різнойменно заряджені — притягаються. В ізольованій (замкненій) системі тіл алгебраїчна сума зарядів усіх тіл залишається незмінною. Усі заряджені частинки речовини мають заряди, кратні за модулем елементарному електричному заряду $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.
Точковий заряд — це заряджене тіло, розмірами якого в певній задачі можна знехтувати. Закон Кулона: модуль сили взаємодії між двома нерухомими точковими зарядами у вакуумі прямо пропорційний модулям цих зарядів і обернено пропорційний квадрату відстані r між ними: $F = k\frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.
Взаємодія між зарядженими тілами здійснюється через електромагнітне (зокрема електричне) поле. Електричне поле нерухомих зарядів називають електростатичним.
Напруженість $\vec{E}$ електричного поля (силова характеристика поля) дорівнює силі, з якою поле в даній точці діє на одиничний позитивний заряд: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$. Одиниця



напруженості $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$. Напруженість електричного поля точкового заряду у вакуумі $E = k\frac{|q|}{r^2} = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$.

Силові лінії — зручний спосіб наочного зображення електричного поля. Напруженість електричного поля в будь-якій точці напрямлена по дотичній до силової лінії в цій точці; модуль напруженості електричного поля у певній точці тим більший, чим ближче одна до одної проходять силові лінії поблизу цієї точки. Силові лінії електростатичного поля починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних. Якщо точкові заряди створюють у точці електричні поля з напруженістю $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \ldots, \vec{E}_n$, то вся система точкових зарядів створює у цій точці електричне поле з напруженістю $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$ (принцип суперпозиції).

Потік вектора напруженості електричного поля через поверхню $\left(\Phi = \sum E_n \Delta S\right)$ можна уявити як кількість силових ліній електричного поля, що перетинають цю поверхню. Потік $\vec{E}$ через довільну замкнену поверхню у вакуумі залежить від електричного заряду, що міститься всередині цієї поверхні: $\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$.

Контрольні запитання

1. У чому полягає закон збереження електричного заряду? 2. Що таке точковий заряд? 3. Який фізичний зміст коефіцієнта у формулі закону Кулона? 4. Що таке напруженість електричного поля? 5. Поясніть, яку інформацію про електричне поле можна отримати з картини його силових ліній. 6. Як знайти напруженість електричного поля системи точкових зарядів? 7. Які фізичні величини пов'язує теорема Гаусса?

Вправа № 30

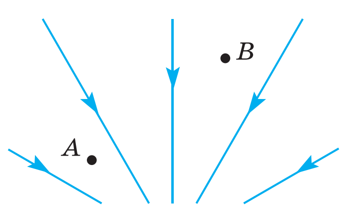
1. Дві однакові металеві кульки мають заряди −6 нКл і 8 нКл. Якими стануть заряди кульок, якщо вони торкнуться одна одної?

2. З якою силою взаємодіяли б у вакуумі два точкових заряди по 1 Кл на відстані 1 км?

3. Чи може тіло мати електричний заряд $2{,}5\cdot10^{-20}$ Кл? $2{,}5\cdot10^{-19}$ Кл? $-8\cdot10^{-19}$ Кл? $1{,}6\cdot10^{-18}$ Кл?

4. Визначте напруженість електричного поля точкового заряду 60 нКл у вакуумі на відстані 3 см від заряду.

5. За картиною силових ліній електричного поля (див. рисунок) порівняйте модулі напруженості поля в точках A і B. Чи однаково напрямлені напруженості поля в цих точках?



6. Яких однакових електричних зарядів слід надати двом космічним апаратам масами по 10 т, щоб електричне відштовхування врівноважило силу всесвітнього тяжіння, яка діє між апаратами? Відстань між апаратами набагато більша за їх розміри. Гравітаційна стала $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

7. Два однакових точкових заряди по 90 нКл розміщені у вакуумі на відстані 16 см один від одного. Визначте напруженість електричного поля цих зарядів у точці, яка розташована на відстані 10 см від кожного із зарядів.

8. Точкові заряди $q_1 = -30$ нКл і $q_2 = 230$ нКл розміщені у вакуумі на відстані 26 см один від одного. Визначте напруженість електричного поля цих зарядів у точці, яка розташована на відстані 10 см від першого заряду і 24 см від другого.

9. Скориставшись теоремою Гауса, виразіть напруженість поля однорідно зарядженої площини у вакуумі через поверхневу густину σ заряду цієї площини.

§ 31. РЕЧОВИНА В ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОМУ ПОЛІ

1 Провідники в електростатичному полі

Ви знаєте, що в провідниках, на відміну від діелектриків, існують вільні заряджені частинки (наприклад, у металах це вільні електрони). Зазвичай у нейтральному провіднику ці частинки розподілено по об'єму провідника рівномірно. Тому якщо виділити подумки будь-яку частину провідника, її заряд дорівнюватиме нулю (наприклад, у металі негативний заряд вільних електронів буде скомпенсований позитивним зарядом йонів кристалічної ґратки).

Електричне поле спричиняє перерозподіл вільних заряджених частинок по об'єму провідника. Розгляньмо, наприклад, металеву пластину відразу після «вмикання» однорідного електричного поля, напруженість якого $\vec{E}_0$ перпендикулярна до поверхні пластини (рис. 31.1, *а*).

Оскільки заряд електронів негативний, вони змістяться в напрямі, протилежному $\vec{E}_0$. Таким чином, відбувається *перерозподіл зарядів* (його називають також **електростатичною індукцією**): біля однієї поверхні пластини виникає надлишок негативного заряду, а біля іншої — надлишок позитивного. Ці заряди створюють *власне* електричне поле $\vec{E}_1$, напрямлене протилежно $\vec{E}_0$. Згідно з принципом суперпозиції повна напруженість електричного поля в провіднику $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$. Модуль напруженості $E = E_0 - E_1 < E_0$, тобто поле всередині провідника зменшується.

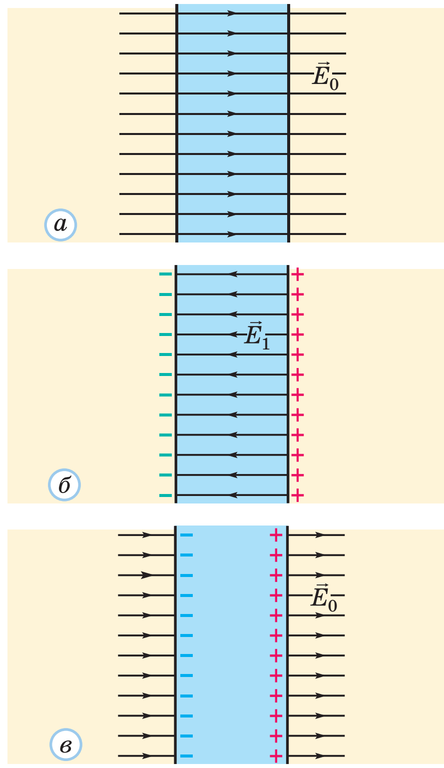
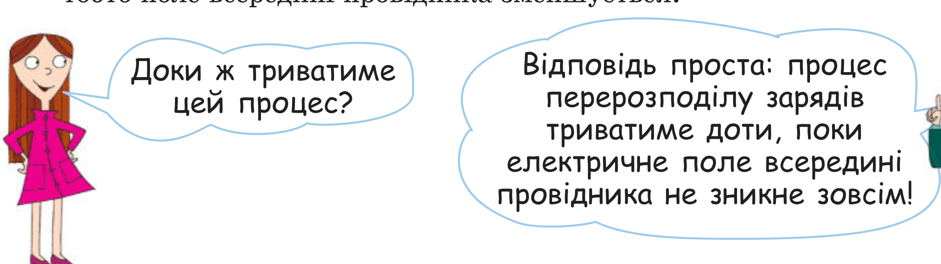


Рис. 31.1. У провіднику під дією зовнішнього електричного поля з напруженістю $\vec{E}_0$ відбувається перерозподіл зарядів; ці заряди створюють усередині провідника власне електричне поле з напруженістю $\vec{E}_1 = -\vec{E}_0$, яке компенсує зовнішнє поле



Отже, урешті-решт отримуємо $E_1 = E_0$ і $E = 0$ (рис. 31.1, *б, в*). Насправді процес перерозподілу зарядів відбувається дуже швидко. Такий самий результат отримаємо за будь-якої форми провідника.

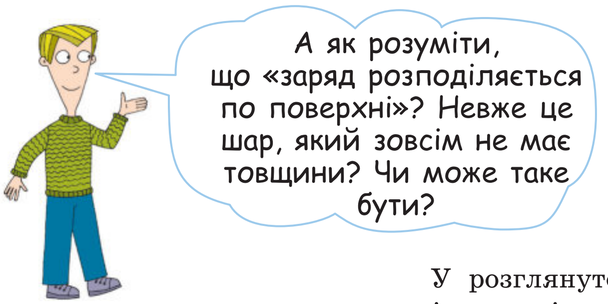
Зазначимо, що це справедливо тільки для *електростатичного* поля, в інших випадках електричне поле проникатиме всередину провідника.

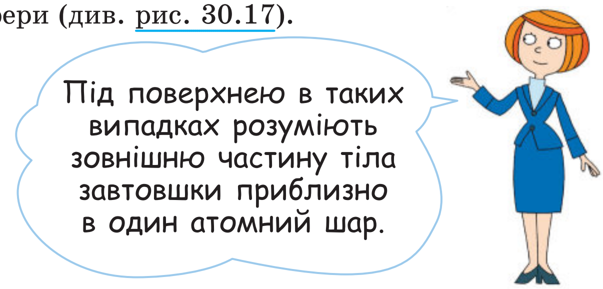
! Електростатичне поле не може проникати всередину провідника.

Якби всередині провідника існував будь-який нескомпенсований електричний заряд, то відповідно до теореми Гауса він створював би всередині провідника й електричне поле (на кожному заряді починалися б або

! Заряд провідника розподіляється тільки по його поверхні.

закінчувалися силові лінії). Отже, такого некомпенсованого заряду не може бути. Це справедливо як для нейтральних, так і для заряджених провідників. Якщо зарядити металеву кулю, то весь її заряд розподілиться по поверхні. Отже, електричне поле буде таким самим, як для зарядженої сфери (див. рис. 30.17).





У розглянутому вище прикладі (рис. 31.1) перерозподіл зарядів спричинив зміну напруженості електричного поля тільки *всередині* провідника. Це не правило, а скоріше виняток: зазвичай перерозподіл зарядів у провіднику спричиняє зміну електричного поля й навколо провідника. *Силові лінії електростатичного поля поблизу поверхні провідника утворюють з цією поверхнею прямий кут:* якщо б вони були «нахилені» до поверхні, відбувався б перерозподіл зарядів між різними ділянками поверхні провідника, аж доки причина такого перерозподілу — складова напруженості електричного поля вздовж поверхні — не зникла б.

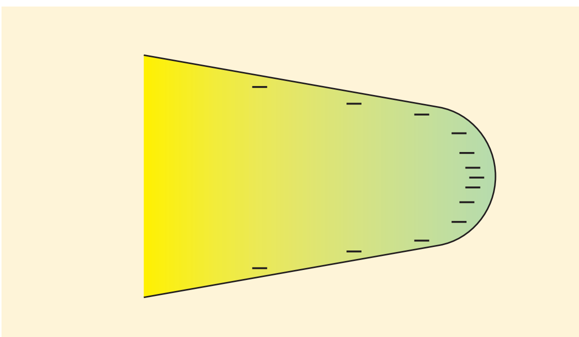


Рис. 31.2. Неоднорідний розподіл електричних зарядів по поверхні провідника біля вістря

Заряд розподіляється по поверхні більшості провідників нерівномірно. Найбільш «щільно» заряди розміщуються там, де радіус кривизни поверхні найменший (наприклад, біля вістря, як на рис. 31.2). Саме біля цих ділянок поверхні напруженість електричного поля максимальна.

На рис. 31.1, *в* ми бачимо, що силові лінії поля обриваються на одній поверхні провідника (закінчуються на негативних поверхневих зарядах) і продовжуються з іншого боку (починаються на позитивних поверхневих зарядах). Усередині ж провідника поле відсутнє. А тепер подумки видалимо якусь внутрішню частину провідника (утворимо порожнину, рис. 31.3). Оскільки ми не змінили розподілу зарядів, поле в усіх точках залишиться незмінним. Отже, у порожнині електростатичного поля не буде. Не буде й електричних зарядів на поверхні порожнини.

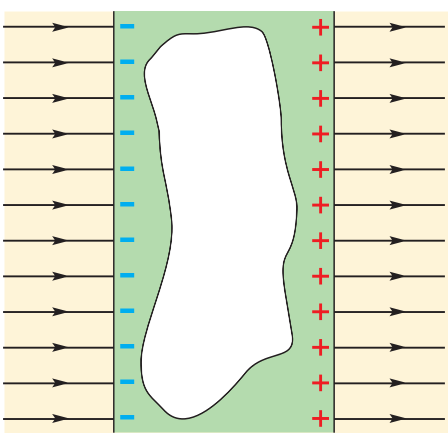


Рис. 31.3. Електростатичне поле відсутнє не тільки всередині самого провідника, а й у порожнині в провіднику

Цей висновок лишається справедливим навіть для порожнистого провідника з дуже тонкими стінками (його можна отримати, загорнувши якесь діелектричне тіло в тонку алюмінієву фольгу).

На цьому ґрунтується **електростатичний захист**. Будь-яке тіло, прилад або живу істоту можна захистити від дії електростатичного поля, навіть дуже сильного, помістивши всередину замкненої провідної (найчастіше металевої) оболонки. Навіть якщо замінити суцільні стінки металевою сіткою, поле практично не проникатиме всередину (рис. 31.4).

Усе сказане щодо провідників в електростатичному полі добре ілюструють досліди, в яких можна спостерігати силові лінії (рис. 31.5).

Зверніть увагу на те, що частинки крупи не стали «шикуватися» усередині провідника (фігурного електрода), а також на напрям і густину силових ліній поблизу поверхні провідників.

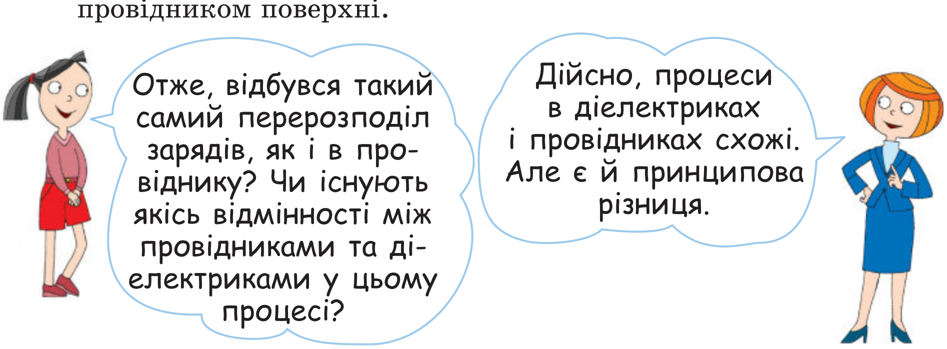
Рис. 31.4. Приклад електростатичного захисту

Рис. 31.5. Силові лінії електростатичного поля поблизу провідників

2 Діелектрики в електростатичному полі

У діелектриках практично немає вільних заряджених частинок. Але є зв'язані заряджені частинки в складі атомів, молекул або йонів. Тому під дією електричного поля і в діелектриках відбувається певний перерозподіл зарядів. За відсутності зовнішнього електричного поля діелектрик можна розглядати як однорідну «суміш» зарядів обох знаків, тому заряд будь-якої частини об'єму діелектрика дорівнює нулю.

Під дією зовнішнього електричного поля заряджені частинки «суміші» трохи зміщуються: позитивні заряди — у напрямі напруженості поля, а негативні — у протилежному напрямі. Якщо тепер визначити заряд якогось об'єму *всередині* діелектрика, то він знов дорівнюватиме нулю. А от поблизу поверхні ситуація інша: ми бачимо, що на одній поверхні виникає негативний заряд, а на іншій — позитивний (на рис. 31.6 для простоти показано діелектричну пластину). Ці заряди називають *зв'язаними*, а сам процес — **поляризацією діелектрика**. Зв'язані заряди, на відміну від вільних, не можна «зняти», торкнувшись провідником поверхні.



Перерозподіл зарядів в обох випадках спричиняє появу «власного» електричного поля з напруженістю $\vec{E}_1$, яка напрямлена протилежно до напруженості $\vec{E}_0$ зовнішнього поля. Тому поле всередині діелектрика послаблюється: $E = E_0 - E_1 < E_0$. Проте існує принципова відмінність: перерозподіл вільних зарядів у провіднику триває аж до повного зникнення електричного поля в ньому,

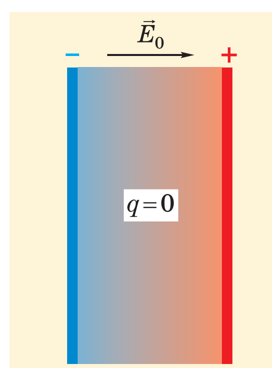
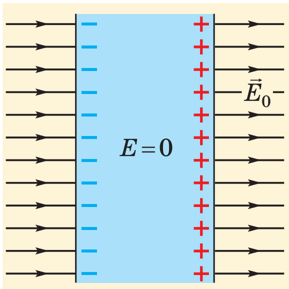
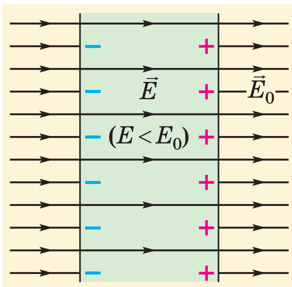


Рис. 31.6. Поляризація діелектричної пластини під дією електричного поля: на поверхнях виникають зв'язані заряди протилежних знаків



Провідник



Діелектрик

Рис. 31.7. Перерозподіл зарядів у провіднику спричиняє виникнення електричного поля в пластині, а поляризація діелектрика — лише послаблення поля в пластині

Таблиця 2.1

Діелектрична проникність

Діелектрик	ε
Вода	81
Гас	2,1
Мастило	2,5
Парафін	2
Слюда	7

З матеріалів, розміщених за посиланням, ви дізнаєтеся про різні типи діелектриків, зокрема сегнетоелектрики, електрети та п'єзоелектрики.

а поява зв'язаних зарядів у діелектрику лише послаблює зовнішнє поле (рис. 31.7).

Якщо заряди перебувають у безмежному однорідному діелектричному середовищі (практично це означає, що це середовище закінчується досить далеко від зарядів), то через поляризацію діелектрика сила F електричної взаємодії менша від сили F_0 взаємодії тих самих зарядів на такій самій відстані у вакуумі. Відношення $\frac{F_0}{F}$, яке показує, у скільки разів послаблюється електрична взаємодія в діелектрику порівняно з вакуумом, є характеристикою певного діелектрика. Це відношення називають **діелектричною проникністю діелектрика** та позначають ε.

! Діелектрична проникність діелектрика ε показує, у скільки разів послаблюється електрична взаємодія в безмежному однорідному діелектрику порівняно з вакуумом: $\varepsilon=\frac{F_0}{F}$.

З наведеного означення випливає, що для вакууму $\varepsilon=1$. Діелектрична проникність повітря трохи більша, але зазвичай можна вважати, що вона теж дорівнює одиниці. Діелектричні проникності кількох діелектриків наведено в табл. 2.1.

Оскільки з наведеного означення випливає, що $F=\frac{F_0}{\varepsilon}$, точкові заряди в діелектрику взаємодіють із силою

$$F=\frac{|q_1|\cdot|q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

Напруженість електричного поля будь-якої системи зарядів у безмежному однорідному діелектрику теж послаблюється в ε разів:

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Таким чином, напруженість поля точкового заряду в діелектрику

$$E=\frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}.$$

У провідниках $E=0$, тому під час розв'язування задач електростатики провідник можна формально розглядати як діелектрик, у якого $\varepsilon\to\infty$.

Зверніть увагу!

У ситуації, показаній на рис. 31.6 (нескінченна пластина, поверхня якої перпендикулярна до силових ліній однорідного електричного поля), формула $E=\frac{E_0}{\varepsilon}$ теж справедлива. Але в загальному випадку знайти напруженість електричного поля всередині тіла з діелектрика — досить складна задача (навіть якщо це тіло перебуває в однорідному зовнішньому полі). Слід також ураховувати, що діелектричне тіло впливає і на електричне поле поблизу від нього.

Навколо фізики

Найбільша напруженість електричного поля зарядженого тіла в повітрі становить близько 3 МВ/м. За більшої напруженості повітря втрачає діелектричні властивості, починається газовий розряд. Максимальна напруженість електричного поля в рідких і твердих діелектриках (її називають електричною міцністю діелектрика) може бути більшою приблизно у 100 разів. Проте електричні поля всередині атомів, а тим більше всередині атомних ядер, можуть перевищувати наведені значення ще в мільярди разів.

3 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Поясніть, чому частинки манної крупи в рициновій олії «шикуються» уздовж силових ліній сильного електричного поля (див. рис. 30.7 і 31.5).

Розв'язання. Електричне поле спричиняє перерозподіл зарядів усередині кожної частинки крупи. Позитивні заряди зазнають зміщення в напрямі силової лінії, а негативні — у протилежному напрямі. Після перерозподілу зарядів кожну таку частинку можна розглядати як диполь. Ці диполі починають взаємодіяти *один з одним*: між позитивним зарядом одного диполя і негативним зарядом сусіднього диполя виникає притягання. Саме тому частинки крупи й «шикуються» вздовж силових ліній (рис. 1). Рідина потрібна лише для зменшення тертя (можна було б розмістити дрібні частинки на сухій поверхні та постукувати по ній).

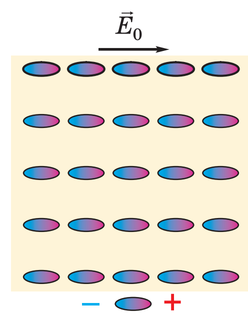


Рис. 1

Задача 2. Дві заряджені кульки підвішені на шовкових нитках (рис. 2). Як зміняться кути відхилення ниток від вертикалі, якщо посередині між кульками розмістити великий незаряджений брусок?

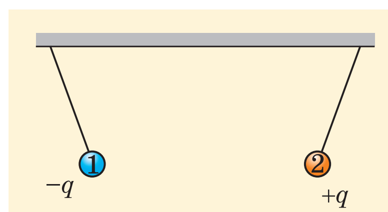


Рис. 2

Розв'язання. В умові не сказано, провідний брусок чи діелектричний. Проте це й не має принципового значення: під дією електричного поля в будь-якій речовині відбувається перерозподіл зарядів (рис. 3). Згідно з принципом суперпозиції на кульку *1* діють електричні поля зарядів $+q$, $+Q$ і $-Q$. Сумарна напруженість поля $\vec{E} = \vec{E}_{+q} + \vec{E}_{+Q} + \vec{E}_{-Q}$. Оскільки вектори $\vec{E}_{+q}$, $\vec{E}_{+Q}$ напрямлені ліворуч, а вектор $\vec{E}_{-Q}$ — праворуч, отримуємо $E = E_{+q} + E_{+Q} - E_{-Q}$. Оскільки заряд $+Q$ розміщений до кульки *1* ближче за інші заряди, то $E_{+Q} > E_{-Q}$. Отже, $E_{+Q} - E_{-Q} > 0$ і $E > E_{+q}$. Кут відхилення нитки від вертикалі збільшиться (зрозуміло, для кульки *2* отримаємо таку саму відповідь). Як бачимо, навіть незаряджений діелектрик може не тільки послабляти, а й підсилювати електричне поле! Це зумовлено зарядами, які виникають унаслідок поляризації на поверхні діелектрика.

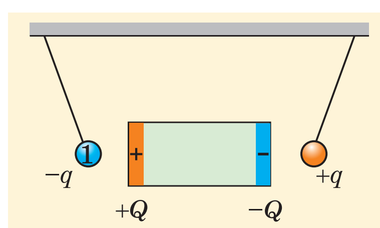


Рис. 3

Задача 3. Смужка з алюмінієвої фольги лежить на дерев'яному столі. До її краю підносять заряджену ебонітову паличку. Як зміниться сила взаємодії між смужкою та паличкою, якщо вкоротити смужку?

Розв'язання. Згадаємо, чим взагалі зумовлена взаємодія *зарядженої* палички та *незарядженої* смужки. Електричне поле палички спричиняє перерозподіл зарядів у смужці (рис. 4). Це поле діє на позитивний і негативний заряди в протилежні боки. Модулі зарядів однакові, а напруженість поля біля різних кінців смужки суттєво відрізняється (поблизу палички вона більша). Тому сила притягання більша за силу відштовхування, а рівнодійна $\vec{R}$ цих сил напрямлена до палички. Саме ця рівнодійна і є силою взаємодії між смужкою та паличкою. Модуль цієї сили $R = F_1 - F_2$. Якщо вкоротити смужку, то сила F_1 практично не зміниться, а сила F_2 збільшиться. Отже, їх рівнодійна зменшиться.

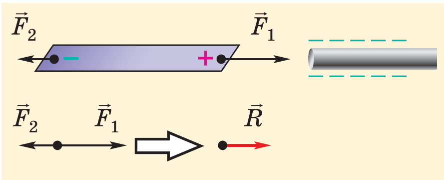


Рис. 4

Підбиваємо підсумки

Електричне поле спричиняє в речовині перерозподіл зарядів.

Електростатичне поле не може проникати всередину провідника. Заряд провідника розподіляється тільки по його поверхні, силові лінії зовнішнього електростатичного поля поблизу поверхні провідника утворюють з цією поверхнею прямий кут.

Будь-який об'єкт можна захистити від дії електростатичного поля, помістивши всередину замкненої провідної (найчастіше металевої) оболонки.

Перерозподіл зарядів у діелектрику під дією електричного поля (поляризація діелектрика) спричиняє послаблення електричного поля всередині діелектрика та появу зв'язаних зарядів на його поверхні.

Діелектрична проникність діелектрика ε показує, у скільки разів послаблюється електрична взаємодія в безмежному однорідному діелектрику порівняно з вакуумом: $\varepsilon = \frac{F_0}{F}$. У стільки ж разів послаблюється й електричне поле в діелектрику.

Сила взаємодії двох точкових зарядів у безмежному однорідному діелектрику $F = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$, напруженість електричного поля точкового заряду в безмежному однорідному діелектрику $E = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$.

Контрольні запитання

1. Як розподіляється наданий провіднику електричний заряд? **2.** Як напрямлені силові лінії електростатичного поля поблизу поверхні провідника? **3.** Що таке поляризація діелектрика? **4.** Поясніть фізичний зміст діелектричної проникності діелектрика.

Вправа № 31

1. Силові лінії однорідного електростатичного поля напрямлені вертикально. Накресліть картину силових ліній цього поля, коли в ньому розміщено: а) горизонтальну мідну пластинку; б) горизонтальну скляну пластинку.

2. Аркушу алюмінієвої фольги надали негативного електричного заряду. Де перебуватимуть надлишкові електрони? Як зміниться відповідь, якщо заряджену фольгу намотати на олівець?

3. У скільки разів зміниться сила взаємодії двох заряджених кульок, якщо їх занурити в гас, не змінивши відстані між ними?

4. Три пластинки розташовані в однорідному електростатичному полі. Визначте за картиною силових ліній поля (рис. 1), яка з цих пластинок залізна, яка слюдяна, а яка — парафінова.

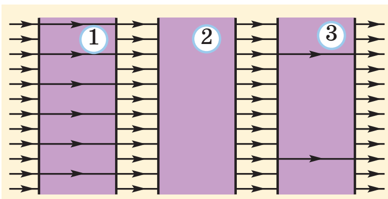


Рис. 1

5. Визначте напруженість електричного поля точкового заряду 21 нКл у гасі на відстані 6 см від заряду.

6. У скільки разів зміниться сила взаємодії двох маленьких заряджених кульок, якщо їх занурити в гас, зменшивши відстань між ними в 3 рази?

7. Смужки з фольги та паперу лежать поруч на столі. До них підносять заряджену ебонітову паличку (рис. 2). Опишіть взаємодію між кожною смужкою та паличкою; між двома смужками. Сила взаємодії якої смужки з паличкою більша?

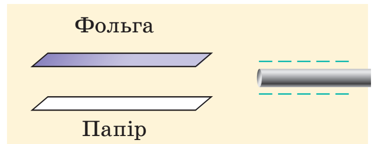


Рис. 2

8. Електричний заряд кульки дорівнює нулю. Чи може така кулька брати участь в електричних взаємодіях? Обґрунтуйте свою відповідь.

9. Позитивний точковий заряд міститься над центром великої горизонтальної площадки, укритої листовим залізом. Накресліть силові лінії електричного поля цієї системи.

Експериментальне завдання

Застосувавши алюмінієву фольгу, забезпечте електростатичний захист клаптиків паперу на столі. Переконайтеся, що на них не діятиме зовнішнє електростатичне поле.

§ 32. ПОТЕНЦІАЛ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

1 Робота при переміщенні заряду в електростатичному полі

Розгляньмо переміщення «пробного» точкового заряду q в електростатичному полі. Щоб поле було електростатичним, заряди, які його створюють, мають бути нерухомими. Тому «пробний» заряд q має бути малим, щоб його переміщення не спричинило переміщення інших зарядів і внаслідок цього — зміну електричного поля.

Уявімо, що заряд перемістився по замкненій траєкторії $B1C2B$ (рис. 32.1), тобто його кінцеве положення збігається з початковим (це точка B). Тоді початковий і кінцевий стани системи нічим не відрізняються. Отже, енергія електростатичного поля не змінилася. А це означає, що поле не виконало роботи.

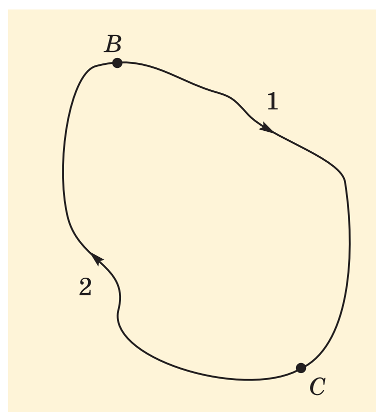


Рис. 32.1. Робота електростатичного поля під час переміщення заряду по замкненій траєкторії дорівнює нулю

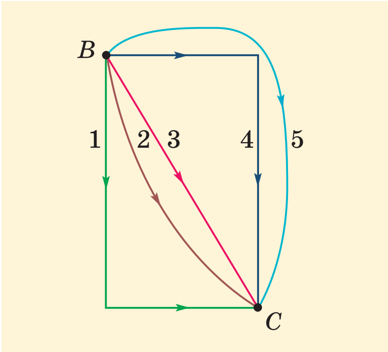


Рис. 32.2. Якщо переміщати заряд будь-якою з траєкторій від точки B до точки C, робота електростатичного поля буде однаковою

! Під час переміщення заряду по замкненій траєкторії робота електростатичного поля дорівнює нулю.

Зрозуміло, на окремих ділянках траєкторії кулонівська сила з боку поля $\vec{F} = q\vec{E}$ могла виконувати роботу. На одних ділянках ця робота була додатною, на інших — від'ємною. Але сумарна робота на всіх ділянках дорівнює нулю. Нагадаємо: поля, для яких виконується ця умова, називають **потенціальними**, і тільки для руху в таких полях можна вводити поняття потенціальної енергії.

Отже, електростатичне поле є потенціальним. Тому *робота електростатичного поля під час переміщення заряду не залежить від форми траєкторії* (рис. 32.2). Інакше кажучи, ця робота залежить тільки від положень початкової та кінцевої точок.

2 Потенціал електростатичного поля. Різниця потенціалів

Для визначення роботи електростатичного поля потрібно ввести енергетичну характеристику поля. Скористаємося для цього тим, що кожній точці поля відповідає певна потенціальна енергія W_p взаємодії заряду q з полем. Проте ця енергія не є характеристикою поля — вона залежить і від значення заряду q. Оскільки сила, з якою поле діє на заряд, прямо пропорційна q, потенціальна енергія W_p теж прямо пропорційна q. Звідси випливає, що відношення $\frac{W_p}{q}$ не залежить від заряду. Отже, ця величина може бути характеристикою поля в певній точці. Її називають **потенціалом** і позначають φ.

! Потенціал певної точки електростатичного поля чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду в цій точці поля: $\varphi = \frac{W_p}{q}$.

Одиниця потенціалу — **вольт** $\left(1\,\text{В} = 1\,\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right)$.

Як ви вже знаєте, роботу потенціальної сили під час переміщення тіла з точки 1 у точку 2 можна виразити через потенціальні енергії тіла у цих точках: $A = W_{p1} - W_{p2}$. Оскільки $W_{p1} = q\varphi_1$, $W_{p2} = q\varphi_2$, отримуємо співвідношення $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Величину $\varphi_1 - \varphi_2$ називають різницею потенціалів точок 1 і 2. Для електростатичного поля цю величину називають також напругою і позначають U. Отже, напруга $U = \varphi_1 - \varphi_2$ визначає роботу електростатичного поля під час переміщення заряду: $A = qU$.

! Напруга **(різниця потенціалів)** між точками 1 і 2 чисельно дорівнює роботі електростатичного поля під час переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2.

Одиницею напруги, як і потенціалу, є вольт.

Потенціал (як і потенціальну енергію) не можна виміряти безпосередньо. Значення потенціалу залежить від вибору так званого *нульового рівня* — точки, у якій потенціал уважають рівним нулю. Якщо змінити вибір нульового рівня, значення потенціалів усіх точок зміняться, проте напруга між будь-якими двома точками не зміниться. Отже, не зміняться величини, які можна виміряти експериментально. Під час розгляду поля системи зарядів найчастіше нульовий рівень вибирають дуже далеко від зарядів («на нескінченності»).

3 Зв'язок напруженості з різницею потенціалів

Ви вже знайомі з двома характеристиками електричного поля: силовою (це напруженість $\vec{E}$) і енергетичною (це потенціал φ). Через ці величини можна виразити силу, яка діє на заряд $\left(\vec{F}=q\vec{E}\right)$, потенціальну енергію заряду $\left(W_p=q\varphi\right)$ і роботу поля під час переміщення заряду $\left(A=q\left(\varphi_1-\varphi_2\right)=qU\right)$.

Між силовою та енергетичною характеристиками поля існує зв'язок. Щоб встановити його, розгляньмо спочатку роботу поля під час переміщення позитивного заряду q в однорідному полі (рис. 32.3).

З одного боку, ця робота дорівнює $A=q\left(\varphi_1-\varphi_2\right)$. З другого боку, ми можемо виразити цю роботу через напруженість поля. Для цього замінимо криволінійну траєкторію відрізком прямої між точками 1 і 2 (робота не залежить від форми траєкторії). Робота $A=Fs\cos\alpha=qEs\cos\alpha$. Прирівнюючи два останніх вирази для роботи, отримуємо $\varphi_1-\varphi_2=Es\cos\alpha$. Зазначимо, що $d=s\cos\alpha$ — проекція переміщення на напрям силових ліній.

Отже, остаточно $U=\varphi_1-\varphi_2=Ed$. Ви легко можете переконатися, що розгляд переміщення негативного заряду дав би такий самий результат. Отриманий результат справедливий і для малих переміщень у неоднорідному полі (на короткому відрізку поле «не встигає» суттєво змінитися).

Подивимося на наслідки цього співвідношення. Перш за все з нього видно, що одиницю напруженості можна записати як В/м (вище ми наводили це твердження без доказу). Крім того, якщо $d>0$ (тобто переміщення відбувається за напрямом силових ліній), $\varphi_1-\varphi_2>0$, тобто потенціал зменшується.

Отже, *силові лінії електростатичного поля напрямлені в бік зменшення потенціалу*. Чим більша напруженість, тим швидше зменшується потенціал під час переміщення вздовж силової лінії (напруженість характеризує швидкість зміни потенціалу).

Навколо фізики

Повітря, яким ми дихаємо, містить заряджені частинки — йони. Вміст йонів залежить від пори року, чистоти повітря та метеорологічних умов. Ці частинки, нібито непомітні для нас, відіграють важливу роль у життєдіяльності: як показали досліди, видалення йонів негативно впливає на здоров'я піддослідних тварин. Уважають, що корисними є негативні йони. Концентрація таких йонів у горах становить близько 10^4 см$^{-3}$, на березі океану або в лісі щонайменше $3\cdot10^3$ см$^{-3}$, а от на міських вулицях — лише від 100 до 500 см$^{-3}$. Концентрація йонів значно вища поблизу водопадів або фонтанів. Удома збільшити концентрацію йонів у повітрі можна за допомогою спеціальних йонізаторів.

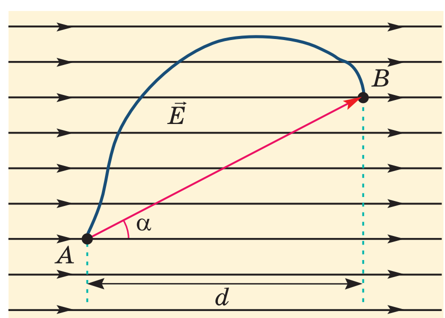


Рис. 32.3. Різниця потенціалів між точками A і B дорівнює Ed. Під час переміщення в напрямі силових ліній потенціал зменшується

Зверніть увагу!

Цікаво, як поводяться розглянуті характеристики поля там, де поля немає. Відсутність поля означає, що на заряд не діятимуть кулонівські сили. Отже, напруженість поля дорівнює нулю. А от про потенціал поля такого впевнено сказати не можна!

Отримане вище співвідношення свідчить лише, що для будь-яких двох точок 1 і 2 у цій ділянці $\varphi_1 = \varphi_2$, тобто потенціали всіх точок цієї ділянки однакові. Звідси випливає, що всі точки *провідника* в електростатичному полі мають один і той самий потенціал, тобто замість потенціалу окремої точки можна говорити про потенціал провідного тіла. А якщо з'єднати два провідники металевим дротом, заряди перетікатимуть з одного провідника на другий доти, доки їх потенціали не зрівняються.

Отже, після **заземлення** будь-який провідник матиме такий самий потенціал, як і Земля. У технічних розрахунках досить часто саме цей потенціал уважають рівним нулю.

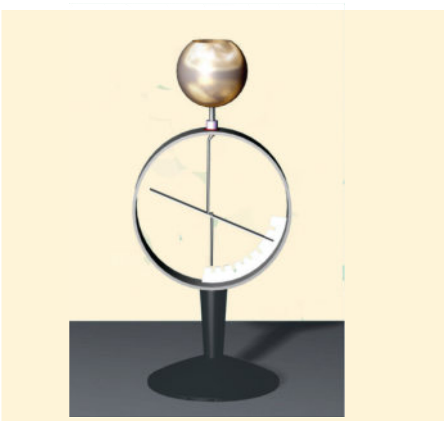


Рис. 32.4. Відхилення стрілки електрометра залежить від різниці потенціалів між стрижнем і корпусом

Для вимірювання різниці потенціалів між двома провідниками можна застосувати **електрометр** (рис. 32.4), про який ви дізналися з курсу фізики 8 класу. Треба приєднати один провідник до стрижня електрометра, а другий — до його металевого корпусу. Тоді різниця потенціалів між стрижнем і корпусом буде такою самою, як між провідниками. Саме ця різниця потенціалів цілком визначає вигляд електричного поля всередині корпуса та розподіл зарядів на поверхні стрілки (можна вважати, що зовнішнє поле не проникає через металевий корпус). Отже, сили, які діють на стрілку, залежать тільки від вимірюваної різниці потенціалів. Тому за відхиленням стрілки можна визначити саме різницю потенціалів.

Чи можна переміщати заряджену частинку в електричному полі так, щоб сила $\vec{F}$ з боку електричного поля не виконувала роботи? Виявляється, можна: потрібно лише, щоб на будь-якій малій ділянці траєкторії сила $\vec{F}$ була напрямлена перпендикулярно до швидкості руху частинки.

Існують поверхні, які в кожній точці утворюють прямий кут із силовими лініями електричного поля. Якщо траєкторія руху належить такій поверхні, напруга між будь-якими двома точками траєкторії дорівнюватиме нулю, тобто потенціали всіх точок поверхні однакові. Такі поверхні називають **еквіпотенціальними**. В однорідному полі це площини, перпендикулярні до силових ліній; у полі точкового заряду — це концентричні сфери, центри яких збігаються із зарядом; у загальному випадку поверхні можуть мати різні форми (рис. 32.5, *а–в*).

! Поверхня будь-якого провідника в електростатичному полі є еквіпотенціальною.

Виходячи із закону Кулона, можна довести, що потенціал поля точкового заряду q у вакуумі або в однорідному діелектрику $\varphi = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$ (при цьому потенціал «на нескінченності» дорівнює нулю).

Потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів q_1 і q_2, які перебувають на відстані r один від одного, $W_p = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$. Отже, $W_p > 0$ для однойменних зарядів і $W_p < 0$ для різнойменних. Нагадаємо, що перший випадок відповідає силам відштовхування, а другий — силам притягання.

З принципу суперпозиції випливає, що потенціал поля системи точкових зарядів є сумою потенціалів, створених кожним із зарядів:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n .$$

4 Вчимося розв’язувати задачі

Задача. Заряджена частинка рухається в електростатичному полі. У точці з потенціалом $\varphi_1 = 70$ В швидкість частинки $v_1 = 100$ км/с. Визначте швидкість частинки v_2 в точці з потенціалом $\varphi_2 = 120$ В. Розгляньте два випадки: а) частинка є протоном; б) частинка є електроном. Маси протона та електрона відповідно $1{,}7 \cdot 10^{-27}$ і $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Розв’язання. Під час руху частинки із зарядом q робота електричного поля $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Ця робота дорівнює зміні кінетичної енергії частинки: $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$. Звідси

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2q(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}.$$

Можна отримати цю формулу й безпосередньо із закону збереження енергії. Оскільки потенціальна енергія частинки в полі дорівнює $q\varphi$, закон збереження енергії набуває вигляду $q\varphi_1 + \frac{mv_1^2}{2} = q\varphi_2 + \frac{mv_2^2}{2}$. Звідси отримуємо наведений уже вище вираз для v_2. Перевіряємо одиниці величин: $[v_2] = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{кг}}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Щоб правильно підставити числові значення величин, урахуємо, що протон і електрон відрізняються не лише за масами, а й за знаками зарядів: заряд протона дорівнює елементарному електричному заряду e, а заряд електрона $-e$. Тому під час переходу в точку з вищим потенціалом швидкість протона зменшується, а швидкість електрона збільшується. Після підстановки отримаємо: швидкість протона $v_{2p} = 24$ км/с, електрона — $v_{2e} = 4200$ км/с (ця швидкість набагато менша від швидкості світла у вакуумі, тому ми можемо не враховувати релятивістські ефекти).

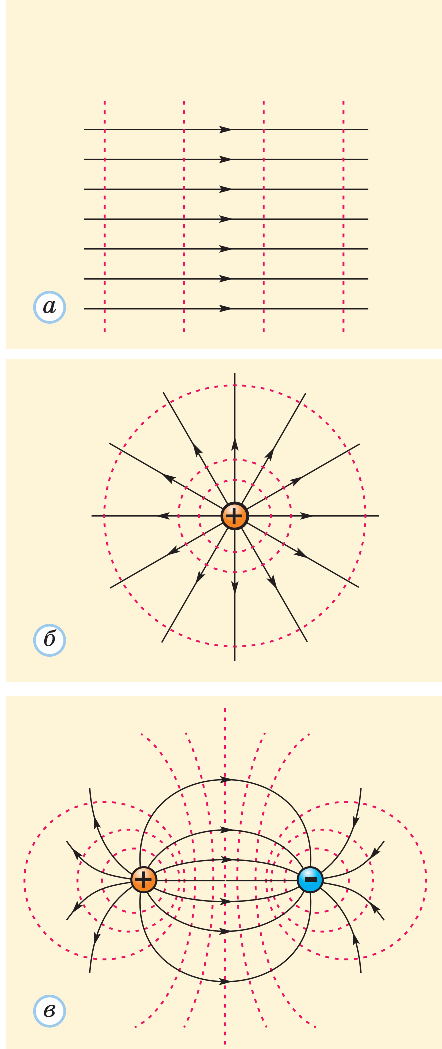


Рис. 32.5. Еквіпотенціальні поверхні (червоні штрихові лінії) перпендикулярні до силових ліній. Різниця потенціалів для всіх сусідніх еквіпотенціальних поверхонь однакова

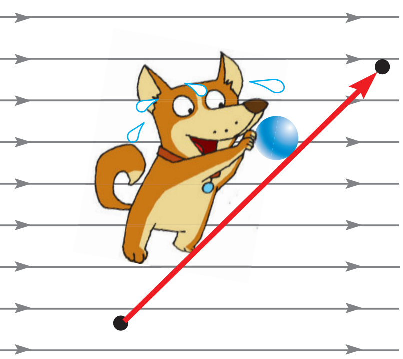
Фізика і техніка в Україні

Львівський центр Інституту космічних досліджень НАН і НКА України

Створений 1996 року. Центр є одним із розробників і виробників датчиків, приладів, інформаційно-вимірювальних систем для космічних і геофізичних досліджень. Проводить дослідження електромагнітних явищ у космічній плазмі, ґрунті та морській воді, акустико-електромагнітних взаємодій в атмосфері та йоносфері; розробляє акустичні випромінювачі великої потужності, бортові системи збору та обробки даних. Створено, наприклад, надлегкі індукційні магнітометри для космічних досліджень, бортові ферозондові та автономні підводні магнітометри, трикомпонентні магнітометри для системи орієнтації мікросупутника. Реалізовано низку успішних експериментів на борту супутників і міжпланетних станцій. Проводяться також дослідження електромагнітних передвісників землетрусів.

Підбиваємо підсумки

Під час переміщення заряду по замкненій траєкторії робота електростатичного поля дорівнює нулю (це поле є потенціальним). Робота електростатичного поля під час переміщення заряду не залежить від форми траєкторії.



Енергетичною характеристикою електричного поля є потенціал. Потенціал певної точки електростатичного поля чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду в цій точці поля: $\varphi = \frac{W_p}{q}$. Напруга $U = \varphi_1 - \varphi_2$ (різниця потенціалів) між точками 1 і 2 чисельно дорівнює роботі електростатичного поля під час переміщення одиничного позитивного заряду з точки 1 у точку 2. Отже, робота електростатичного поля $A = qU$.

Значення потенціалу точки залежить від вибору нульового рівня. Значення напруги між двома точками не залежить від вибору нульового рівня.

Робота однорідного електричного поля $A = qEd$ (де d — проекція переміщення заряду q на силові лінії). Ця формула справедлива і для малих переміщень заряду в неоднорідному електричному полі.

Силові лінії електростатичного поля напрямлені в бік зменшення потенціалу. Напруженість характеризує швидкість зміни потенціалу вздовж силових ліній. Усі точки провідника в електростатичному полі мають однаковий потенціал. Поверхня будь-якого провідника в електростатичному полі є еквіпотенціальною.

Потенціал поля точкового заряду $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$, потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів $W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$.

Контрольні запитання

1. Який фізичний зміст потенціалу електростатичного поля? **2.** Який фізичний зміст різниці потенціалів? **3.** Що таке еквіпотенціальні поверхні? **4.** Як пов'язані потенціали різних точок провідника в електростатичному полі? **5.** За якою формулою можна знайти потенціальну енергію взаємодії двох точкових зарядів?

Вправа № 32

1. Траєкторія переміщення заряду 20 нКл починається в точці з потенціалом 120 В, а закінчується в точці з потенціалом 70 В. Яку роботу виконало електричне поле під час переміщення заряду по цій траєкторії?

2. Яку роботу виконало електростатичне поле під час переміщення електрона, якщо потенціали початкової та кінцевої точок траєкторії дорівнюють відповідно 25 і 75 В?

3. Заряджена частинка перемістилася в електростатичному полі з точки з потенціалом 100 В у точку з потенціалом 200 В. Збільшилася чи зменшилася швидкість руху цієї частинки? Розгляньте випадки, коли заряд частинки: а) позитивний; б) негативний.

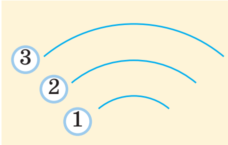
4. Поблизу зарядженого тіла існує електричне поле. Що треба зробити, щоб одна з еквіпотенціальних поверхонь поля набула форми поверхні куба?

5. Частинка масою 20 мг, що має заряд 50 нКл, рухається без початкової швидкості під дією електростатичного поля. Визначте кінцеву швидкість частинки, якщо потенціали початкової та кінцевої точок дорівнюють відповідно 8 і 3 кВ. Силу тяжіння не враховуйте.

6. Яку прискорюючу різницю потенціалів має пройти електрон, щоб набути швидкості 1000 км/с? Початкова швидкість електрона дорівнює нулю, маса електрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

7. Протон, який рухається в електростатичному полі, мав у точці A швидкість 90 км/с, а в точці B — швидкість 10 км/с. Визначте потенціал точки B, якщо потенціал точки A дорівнює 7,5 В. Маса протона $1{,}7\cdot 10^{-27}$ кг.

8. На рисунку наведено еквіпотенціальні поверхні поля позитивного точкового заряду. Чи можуть відповідати цим поверхням такі значення потенціалу: а) $\varphi_1 = 30$ В, $\varphi_2 = 25$ В, $\varphi_3 = 15$ В; б) $\varphi_1 = 30$ В, $\varphi_2 = 20$ В, $\varphi_3 = 15$ В? Обґрунтуйте свою відповідь.



9. Два нерухомих електрони в початковий момент розташовані на відстані 1 нм один від одного. Яких швидкостей набудуть електрони через кулонівське відштовхування?

§ 33. КОНДЕНСАТОРИ. ЕЛЕКТРОЄМНІСТЬ. ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

1 Електроємність. Конденсатори

Чи заважає щось накопичувати на провідному тілі все більший і більший електричний заряд? Згадаймо, що для цього потрібно збільшувати кількість заряджених частинок (зазвичай електронів), яких ми надаємо провіднику або віднімаємо у нього. Чим більший заряд провідника, тим сильніше електричне поле в діелектрику, який оточує цей провідник. Коли напруженість електричного поля сягне певного значення, відбудеться **пробій** діелектрика, тобто діелектрик стане провідником. Заряд провідника буде втрачено. Наприклад, пробій сухого повітря відбувається за напруженості поля близько 3 МВ/м.

Отже, для накопичення великого заряду потрібно вибрати: а) такі провідники, щоб напруженість електричного поля біля них була якнайменшою; б) такі діелектрики, пробій яких відбувається за якнайбільшої напруженості поля.

Якщо заряджений провідник віддалений від інших тіл, то напруженість електричного поля цього провідника в будь-якій точці пропорційна його заряду q. Звідси випливає, що й потенціал φ цього провідника пропорційний його заряду. Отже, відношення $\frac{q}{\varphi}$ не залежить від заряду. Це відношення називають **електроємністю провідника** та позначають C. Електроємність $C = \frac{q}{\varphi}$ залежить від форми та розмірів провідника, а також від діелектричної проникності навколишнього середовища. Чим більша електроємність, тим більший заряд можна накопичити на провіднику за даного потенціалу. Для провідної кулі або сфери отримуємо $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$.

Одиницю електроємності в СІ називають **фарад** (Ф): $1\,\text{Ф} = 1\,\frac{\text{Кл}}{\text{В}}$. Така електроємність є дуже великою. Найчастіше застосовують частинні одиниці: мікрофарад $\left(1\,\text{мкФ} = 10^{-6}\,\text{Ф}\right)$ і пікофарад $\left(1\,\text{пФ} = 10^{-12}\,\text{Ф}\right)$.

Накопичити великий заряд на окремому провіднику практично неможливо, адже навіть електроємність кулі радіусом 1 м становить у повітрі лише трохи більше ніж 100 пФ. Навіть провідна куля з радіусом Землі має у вакуумі електроємність меншу від 0,001 Ф. Виявилося, що для накопичення зарядів краще застосовувати *два* провідники, надаючи їм заряди протилежних знаків, однакові за модулем.

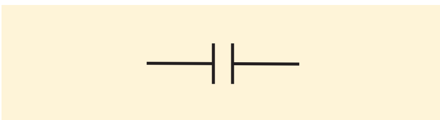
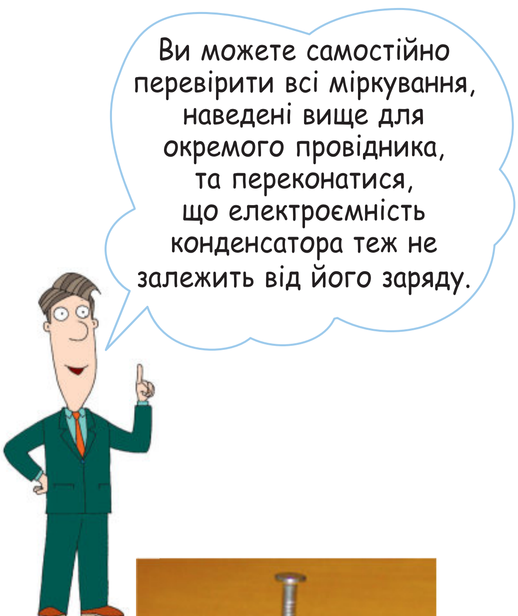


Рис. 33.1. Позначення конденсатора на електричних схемах

! **Конденсатор** (рис. 33.1) — це два провідники (обкладки), розділені шаром діелектрика, товщина якого набагато менша від розмірів провідників.

Зарядом конденсатора q називають модуль заряду однієї з його обкладок (загальний заряд обох обкладок зазвичай дорівнює нулю). Заряд конденсатора визначає напругу U на цьому конденсаторі (різницю потенціалів між двома обкладками).

Електроємністю конденсатора називають відношення його заряду до напруги на конденсаторі: $C = \frac{q}{U}$. Чим більша електроємність конденсатора, тим більший заряд можна накопичити на ньому за даної напруги.



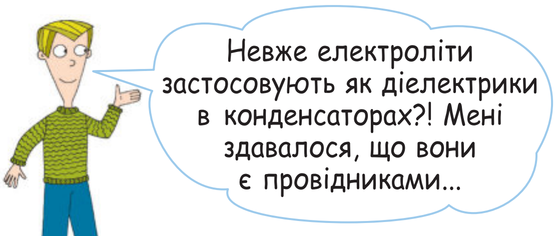
Один фарад — це електроємність такого конденсатора, який має заряд 1 Кл за напруги між обкладками 1 В.

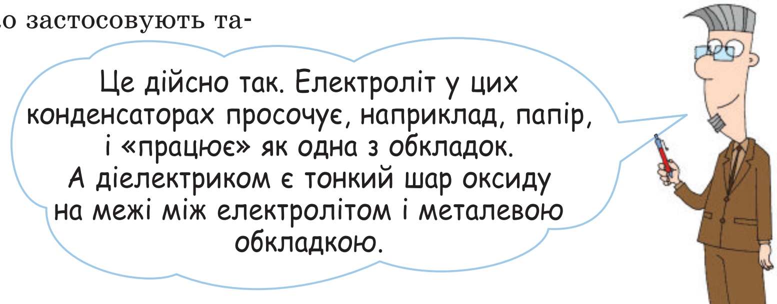
Від чого ж залежить електроємність конденсатора? Очевидно, від форми та розмірів обкладок, відстані між ними та діелектричної проникності діелектрика між обкладками. А от від властивостей матеріалу обкладок електроємність не залежить — адже електричне поле все одно не проникає всередину провідника.

Перший конденсатор (лейденську банку) було створено у XVIII столітті. Обкладками цього конденсатора були ртуть у банці та долоні експериментатора, який тримав ззовні цю банку. Сучасний аналог лейденської банки легко виготовити, застосувавши непровідну посудину та фольгу (рис. 33.2).

Рис. 33.2. Саморобний конденсатор (модель лейденської банки)

За формою обкладок конденсатори бувають плоскі, циліндричні, сферичні тощо. Проте в техніці конденсатори головним чином розрізняють за діелектриком, який міститься між обкладками. Тому бувають повітряні конденсатори (їх застосовують під час демонстраційних дослідів у школі), паперові, полімерні, слюдяні, скляні, керамічні тощо. Наприклад, паперовий конденсатор — це дві алюмінієві смужки, ізольовані одна від одної смужками паперу, просоченого парафіном. Металеві та паперові смужки туго згорнуті та розміщені в корпусі. Широко застосовують також електролітичні конденсатори.





Саме такі конденсатори за невеликих розмірів можуть мати дуже велику електроємність (про причину ви дізнаєтесь у цьому параграфі). На корпусі конденсатора зазвичай указують його електроємність і максимальну напругу, на яку його розраховано (рис. 33.3).

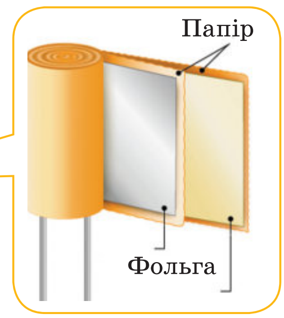


Рис. 33.3. Різні типи конденсаторів: *а* — полімерні; *б* — електролітичні; *в* — керамічні; *г* — паперовий

2 Електроємність плоского конденсатора

Плоский конденсатор — це дві однакові плоскі металеві пластини площею S, розташовані паралельно одна одній на відстані d, яка набагато менша від розмірів пластин (рис. 33.4).

Розгляньмо спрощену модель такої системи — уважатимемо кожну з пластин нескінченною та рівномірно зарядженою площиною. Тоді в будь-якій точці поза конденсатором електричні поля цих двох різнойменно заряджених

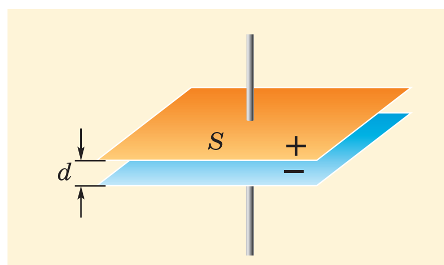


Рис. 33.4. Плоский конденсатор

Навколо фізики

Мало хто знає, що ми живемо всередині гігантського зарядженого конденсатора, на одній із його обкладок. Це, зрозуміло, поверхня Землі. А от другою обкладкою є йоносфера, що починається з висоти в кілька десятків кілометрів. Як легко підрахувати, електроємність такого конденсатора становить близько 1 Ф (наводять, наприклад, значення 1,8 Ф). Конденсатор є зарядженим: на поверхні Землі розташований негативний заряд, а в йоносфері — позитивний. Отже, в атмосфері постійно існує електричне поле, його напруженість поблизу поверхні Землі — близько 150 В/м. Як не дивно, блискавка під час грози не розряджає, а заряджає цей конденсатор. Розрядка ж відбувається безперервно за дуже малої густини струму, тому ми її не помічаємо.

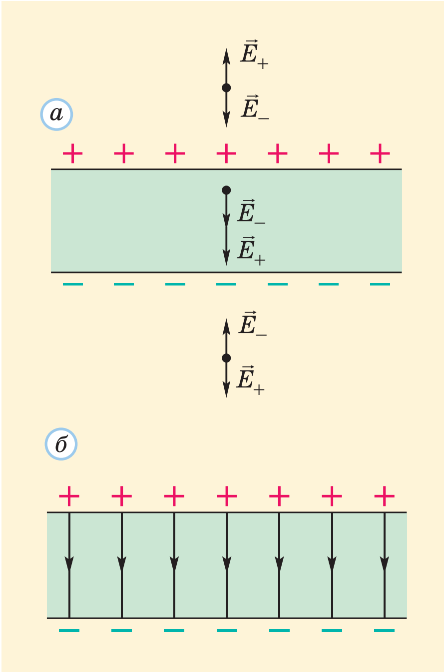


Рис. 33.5. Електричне поле двох різнойменно заряджених площин. $\vec{E}_+$ і $\vec{E}_-$ — напруженості електричного поля відповідно позитивно та негативно заряджених площин

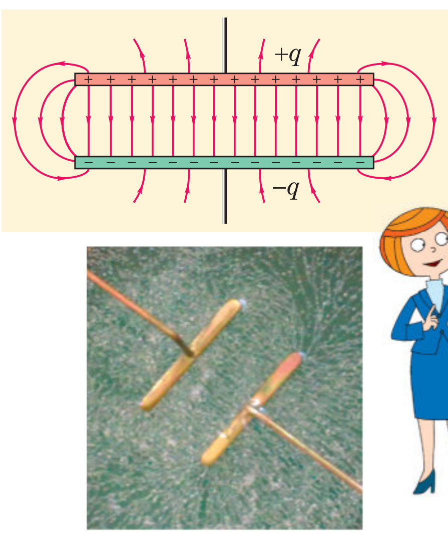


Рис. 33.6. Силові лінії електричного поля плоского конденсатора (поблизу країв конденсатора його поле є неоднорідним; існує також слабке поле поза конденсатором)

площин компенсують одне одного, а в точці всередині конденсатора — підсилюють (рис. 33.5, *а*). Таким чином, електричне поле існує тільки всередині конденсатора. Воно є однорідним (рис. 33.5, *б*).

Згідно з принципом суперпозиції напруженість електричного поля всередині плоского конденсатора $E = E_+ + E_- = 2E_+$. Оскільки $E_+ = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon S}$, отримуємо $E = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon S}$ (ми вважаємо, що конденсатор заповнено діелектриком з діелектричною проникністю ε).

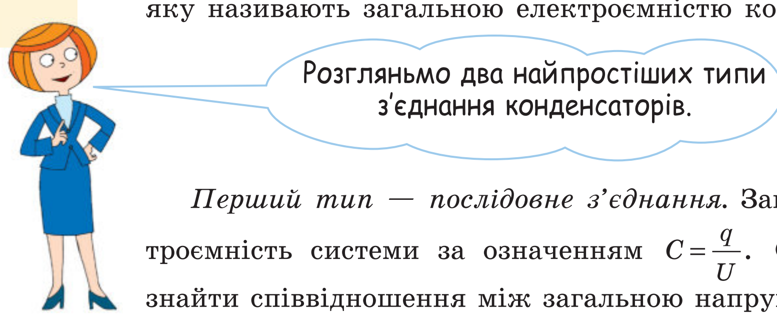
Напруга на конденсаторі $U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0\varepsilon S}$. Отже, електроємність плоского конденсатора $C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$. Вона пропорційна площі обкладок і обернено пропорційна відстані між ними. З отриманої формули також видно, чому зручно записувати одиницю ε_0 як Ф/м.

Насправді електричне поле плоского конденсатора є однорідним тільки віддалік від його країв. Приблизну повну картину цього електричного поля та відповідний експеримент показано на рис. 33.6.

Отримана формула пояснює, чому саме електролітичні конденсатори за відносно невеликих розмірів можуть мати досить велику електроємність: головним чинником є дуже мала товщина діелектрика (шару оксиду).

3 З'єднання конденсаторів

Під час застосування конденсаторів доволі часто виникає необхідність з'єднати кілька з них. Таку систему (батарею конденсаторів) можна для розрахунків подумки замінити одним конденсатором з певною електроємністю, яку називають загальною електроємністю конденсаторів.



Перший тип — послідовне з'єднання. Загальна електроємність системи за означенням $C = \frac{q}{U}$. Отже, треба знайти співвідношення між загальною напругою U та загальним зарядом q системи.

Якщо пробний заряд *послідовно* «перенести» через конденсатори 1, 2, ..., n (рис. 33.7), то загальна робота дорівнює сумі робіт на кожному відрізку шляху. Отже, загальна напруга є сумою напруг на всіх конденсаторах: $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$.

Що ж до заряду, то за послідовного з'єднання всі конденсатори мають однаковий заряд, який збігається із загальним зарядом системи. Доведемо це. Якщо ліва обкладка конденсатора *1* набуває позитивного заряду $+q$, то права обкладка цього конденсатора набуває негативного заряду $-q$. Оскільки ця обкладка разом із лівою обкладкою конденсатора *2* утворюють ізольовану систему, їх загальний заряд має лишитися нульовим. Отже, заряди на обкладках конденсаторів (рис. 33.8) по черзі дорівнюють $+q$ і $-q$, саме такі заряди й на «зовнішніх» обкладках системи. Таким чином, заряди всіх конденсаторів і загальний заряд дорівнюють q.

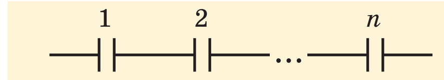


Рис. 33.7. Послідовне з'єднання конденсаторів

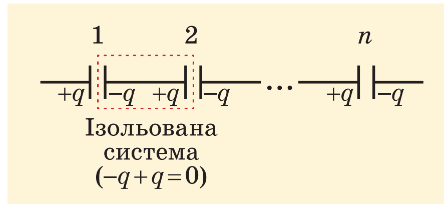


Рис. 33.8. Заряди всіх обкладок послідовно з'єднаних конденсаторів однакові за модулем

За означенням електроємності $C_1 = \dfrac{q}{U_1}$, $C_2 = \dfrac{q}{U_2}$ тощо. Отже,

$$\frac{1}{C} = \frac{U_1 + U_2 + \ldots + U_n}{q} = \frac{U_1}{q} + \frac{U_2}{q} + \ldots + \frac{U_n}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}.$$

Загальна електроємність менша від електроємності будь-якого з конденсаторів.

Другий тип — паралельне з'єднання. У цьому випадку (рис. 33.9) напруга на будь-якому з конденсаторів дорівнює різниці потенціалів між точками A і B. Отже, напруга на всіх конденсаторах однакова: $U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$. А от накопичений системою конденсаторів заряд є сумою зарядів усіх конденсаторів: $q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$. Скориставшись співвідношеннями $q = CU$, $q_1 = C_1U$, $q_2 = C_2U$ тощо, отримаємо $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$. Загальна електроємність паралельно з'єднаних конденсаторів більша за електроємність будь-якого з цих конденсаторів.

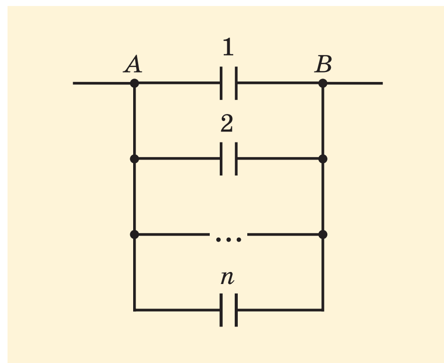


Рис. 33.9. Паралельне з'єднання конденсаторів

4 Енергія електричного поля. Застосування конденсаторів

Як було зазначено вище, електричне поле має енергію. Наприклад, щоб створити електричне поле всередині конденсатора, треба зарядити його обкладки, тобто розділити різнойменні заряди $+q$ і $-q$. Оскільки між цими зарядами існує притягання, для їх розділення необхідно виконати роботу, тобто витратити певну енергію. Ця енергія не зникає, а набуває форми енергії електричного поля (інакше кажучи, потенціальної енергії взаємодії зарядів — адже заряди взаємодіють саме через електричне поле). Коли конденсатор розряджається, ця енергія перетворюється в енергію інших форм (якщо розряджати конденсатор через лампу, під час її спалаху енергія перетворюється у внутрішню та частково — в енергію випромінювання).

Визначимо енергію W_p електричного поля зарядженого плоского конденсатора. Якщо подумки розділити

Навколо фізики

Хоч ми й живемо весь час в електричному полі Землі, занадто значне збільшення напруженості електричного поля дуже шкідливе для людини. Особливо сильний вплив на наше здоров'я та самопочуття чинить електричне поле ліній електропередачі (ЛЕП). Напруженість цього поля іноді перевищує природну в десятки та навіть сотні разів. Таке електричне поле впливає на нервову систему, може викликати розлади серцево-судинної системи та інші функціональні розлади. Тому введено спеціальні нормативи, за якими напруженість електричного поля в житлових будівлях має не перевищувати 500 В/м. У зоні ж ЛЕП небажано навіть гуляти, кататися на лижах тощо. Слід жорстко обмежувати час перебування в цих зонах, ночівля ж у таких місцях безумовно виключається.

його об'єм навпіл, то енергія поля в кожній половині дорівнюватиме $\frac{W_p}{2}$. Отже, енергія однорідного електричного поля прямо пропорційна об'єму V, який займає це поле. Якщо спочатку обкладки зі сталими зарядами $+q$ і $-q$ розміщені майже впритул одна до одної, V і W_p можна вважати рівними нулю.

Залишимо тепер одну обкладку нерухомою, а другу віддалятимемо від неї на відстань d. Цей рух відбуватиметься в однорідному електричному полі першої обкладки, напруженість якого дорівнює половині повної напруженості E поля всередині конденсатора. Отже, для подолання електричного притягання обкладок необхідно прикладати силу $F = q \cdot \frac{E}{2}$. Під час віддалення пластин буде виконано роботу $A = Fd = q \cdot \frac{E}{2} \cdot d$.

З урахуванням зв'язку між напруженістю електричного поля та різницею потенціалів $A = \frac{qU}{2}$. Енергія утвореного всередині конденсатора електричного поля саме й дорівнює виконаній роботі. Скориставшись співвідношенням $q = CU$, отримаємо

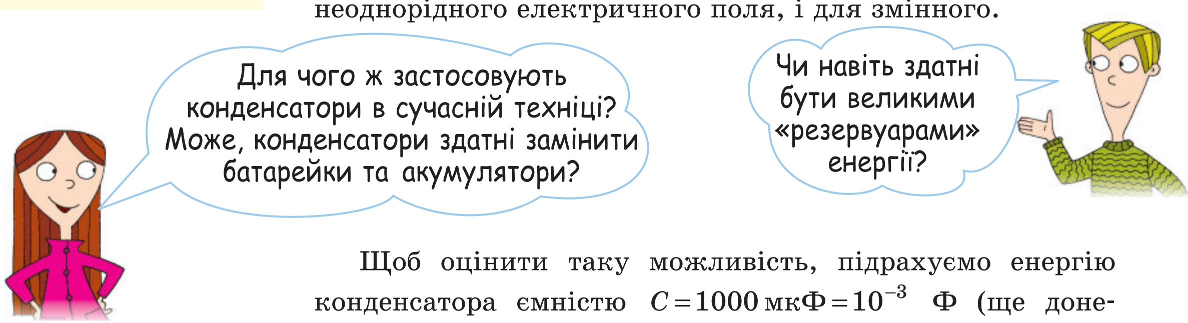
$$W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Можна довести, що формули справедливі для будь-якого конденсатора, а не тільки для плоского. Під час розв'язання задач треба визначити, яка з формул є зручнішою.

Отримаємо тепер ще важливіше співвідношення, скориставшись формулами $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ і $U = Ed$, справедливими для плоского конденсатора:

$$W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{2d} \cdot E^2 d^2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \cdot V.$$

Величина $w_p = \frac{W_p}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$ (її називають **густиною енергії електричного поля**) має простий фізичний зміст — вона чисельно дорівнює енергії електричного поля в одиниці об'єму. Отримана нами формула для густини енергії електричного поля є загальною: вона справедлива і для неоднорідного електричного поля, і для змінного.



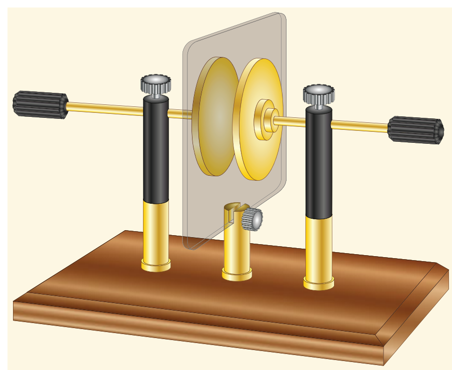
Щоб оцінити таку можливість, підрахуємо енергію конденсатора ємністю $C = 1000\,\text{мкФ} = 10^{-3}$ Ф (ще донедавна таку електроємність вважали доволі великою для конденсатора невеликих розмірів), зарядженого до напруги $U = 100$ В.

Простий підрахунок дає $W_p = 5$ Дж. Цієї енергії вистачить на світіння невеликої лампочки протягом «аж» секунди. Науковці продовжують працювати над створенням конденсаторів значно більшої електроємності. Проте й зараз конденсатор має суттєву перевагу над іншими накопичувачами енергії: він здатний «віддати» практично всю свою енергію дуже швидко, за частки секунди. Отже, він забезпечує велику **потужність** протягом короткого проміжку часу (саме від конденсаторів живляться фотоспалахи та деякі типи лазерів).

З курсу фізики 11 класу ви дізнаєтеся, як широко застосовують конденсатори в радіотехніці та колах змінного струму.

5 Вчимося розв'язувати задачі

Задача 1. Плоский повітряний конденсатор зарядили від високовольтного джерела струму. Як зміниться енергія W_p електричного поля конденсатора, якщо вдвічі збільшити відстань між його пластинами?



Розв'язання. Відповідь на поставлене запитання залежить від обставин, які від нас «приховують»: важливо знати, чи лишається джерело струму приєднаним до конденсатора. Якщо так, то під час розсування пластин напруга на конденсаторі не зміниться (це напруга джерела струму), а електроємність і заряд зміняться. Тому зручно скористатися формулою $W_p = \frac{CU^2}{2}$. У правій частині після збільшення відстані між пластинами зміниться лише електроємність конденсатора С (вона зменшиться вдвічі). Отже, у цьому разі W_p зменшиться вдвічі. Якщо ж заряджений конденсатор від'єднати від джерела струму, то під час розсування пластин лишатиметься незмінним тільки заряд конденсатора. У цьому випадку зручно скористатися формулою $W_p = \frac{q^2}{2C}$. Отже, тепер енергія зарядженого конденсатора обернено пропорційна до його електроємності. Тому вона збільшиться вдвічі.

Задача 2. На рис. 1 показано один із типів конденсатора змінної електроємності та його позначення на схемах. Пластини мають форму, близьку до півкола. Усі непарні пластини з'єднані між собою, усі парні — теж.

Непарні пластини можуть повертатися навколо осі та входити в проміжки між парними (не торкаючись їх). Поясніть принцип дії такого конденсатора.

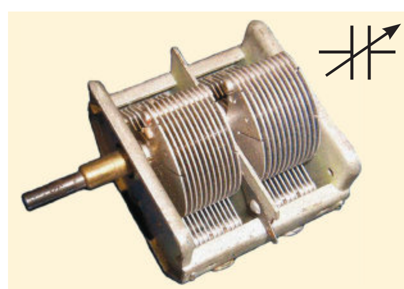


Рис. 1

Розв'язання. Поворот пластин змінює площу кожного з плоских конденсаторів, утворених сусідніми пластинами: площа конденсатора збігається з площею перекриття пластин. Електроємність тим більша, чим більша площа перекриття пластин.

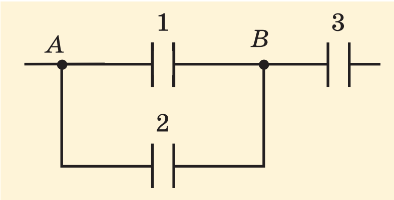


Рис. 2

Задача 3. Електроємність кожного з трьох конденсаторів (рис. 2) $C_0 = 15$ мкФ. Визначте загальну електроємність системи.

Розв'язання. Конденсатори 1 і 2 з'єднані один з одним паралельно. Отже, електроємність ділянки AB визначається співвідношенням $C_{AB} = C_{1-2} = C_1 + C_2 = 2C_0$. Ділянка ж AB з'єднана з конденсатором 3 послідовно, тому загальну електроємність системи визначимо зі співвідношення $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{AB}} + \frac{1}{C_3}$. Остаточно отримуємо $C = \frac{C_{AB}C_3}{C_{AB} + C_3} = \frac{2C_0 \cdot C_0}{2C_0 + C_0} = \frac{2}{3}C_0 = 10$ мкФ.

Підбиваємо підсумки

Конденсатор — це два провідники (обкладки), розділені шаром діелектрика, товщина якого набагато менша від розмірів провідників. Електричне поле конденсатора практично зосереджено всередині цього конденсатора (між його обкладками).

Електроємністю конденсатора називають відношення його заряду (модуля заряду однієї обкладки) до напруги на конденсаторі: $C = \frac{q}{U}$.

Електроємність плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$, де ε — діелектрична проникність діелектрика між обкладками; S — площа кожної обкладки; d — відстань між ними.

Усі конденсатори, з'єднані послідовно, мають однакові заряди. Електроємність такої системи конденсаторів визначається за формулою $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$. Електроємність системи паралельно з'єднаних конденсаторів $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$.

Енергія електричного поля зарядженого конденсатора $W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$. Густина енергії електричного поля $w_p = \frac{W_p}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$ характеризує енергію електричного поля в одиниці об'єму.

Контрольні запитання

1. Що таке конденсатор? **2.** Що таке електроємність конденсатора? **3.** Як позначають на схемах конденсатор? конденсатор змінної електроємності? **4.** Від чого залежить електроємність плоского конденсатора? **5.** За якими формулами можна визначити загальну електроємність конденсаторів, з'єднаних послідовно? паралельно? **6.** За якою формулою можна знайти енергію електричного поля зарядженого конденсатора?

Вправа № 33

1. Як зміниться електроємність повітряного плоского конденсатора, якщо: а) удвічі зменшити площу його обкладок; б) удвічі зменшити відстань між ними; в) занурити конденсатор у дистильовану воду?

2. Визначте електроємність плоского повітряного конденсатора з площею обкладок 10 м^2, якщо відстань між обкладками 0,1 мм.

3. Конденсатори електроємністю 3 і 6 мкФ з'єднані: а) послідовно; б) паралельно. Визначте загальну електроємність цієї системи конденсаторів у кожному випадку.

4. Конденсатор електроємністю 2 мкФ заряджений до напруги 1 кВ. Обкладки конденсатора з'єднують через резистор. Визначте кількість теплоти, яка виділиться в резисторі.

5. Визначте електроємності показаних на рис. 1 систем конденсаторів, якщо електроємність кожного конденсатора дорівнює 1 мкФ.

6. Визначте заряд кожного з конденсаторів (рис. 2), якщо напруга між клемами *A* і *B* дорівнює 6 В, а електроємність кожного з конденсаторів 1 мкФ.

7. Конденсатори електроємністю 6 і 4 мкФ з'єднані послідовно. Порівняйте: а) напруги на цих конденсаторах; б) енергії електричного поля цих конденсаторів.

8. На корпусах двох конденсаторів зазначено «10 мкФ, 6 В» і «5 мкФ, 6 В». Конденсатори з'єднані послідовно. До якого максимального значення можна збільшувати напругу на цій ділянці кола?

9. Плоский повітряний конденсатор, відстань між обкладками якого 1 см, приєднано до джерела постійного струму з напругою 60 В. Визначте густину енергії електричного поля всередині конденсатора.

10. Конденсатор електроємністю 20 мкФ, заряджений до напруги 500 В, розряджають через лампу. Визначте середню потужність струму в лампі, якщо розряджання триває 10 мс.

11. Знайдіть в Інтернеті інформацію про суперконденсатори, підготуйте коротке повідомлення для своїх однокласниць і однокласників.

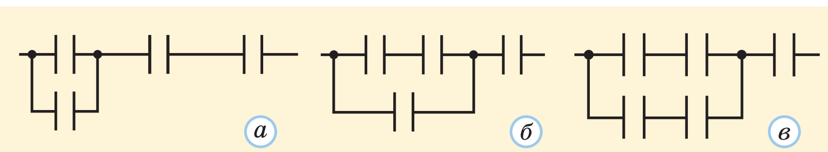


Рис. 1

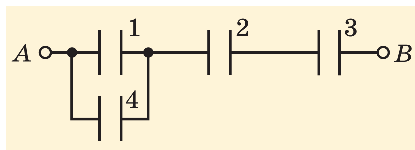


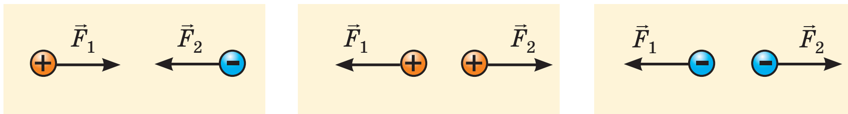
Рис. 2

Експериментальне завдання

Розробіть спосіб вимірювання електроємності батареї конденсаторів. Для цього можна застосувати джерело постійного струму, вольтметр з дуже великим опором і конденсатор з відомою електроємністю.

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 4 «ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ»

1 Ви згадали, що таке електромагнітні взаємодії та електричний заряд, повторили закон збереження електричного заряду та закон Кулона для взаємодії зарядів:



$$q_1 + q_2 + \ldots + q_n = \text{const}, \quad F = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}.$$

2 Ви переконалися, що електрична взаємодія передається через електричне поле, дізналися про силову характеристику цього поля (його напруженість), принцип суперпозиції та спосіб наочного зображення поля — силові лінії. Силові лінії електростатичного поля (поля нерухомих зарядів) виходять із позитивних зарядів і входять у негативні.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad E_1 = \frac{|q_1|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \quad \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n.$$

3 Ви зрозуміли, що таке потік вектора напруженості електричного поля, та зрозуміли зміст теореми Гауса: $\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon}$ (кількість силових ліній, що виходять через замкнену поверхню, пропорційна електричному заряду «всередині» цієї поверхні).

4 Ви дізналися, що всередині провідника не може існувати електростатичне поле, тому замкнена провідна поверхня забезпечує електростатичний захист. А в безмежному однорідному діелектрику внаслідок його поляризації електричне поле послаблюється в ε разів: $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$, де ε — діелектрична проникність діелектрика.

5 Ви познайомилися з енергетичною характеристикою електростатичного поля — потенціалом, зрозуміли його зв'язок з роботою електростатичного поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q} \ \left(\text{для поля точкового заряду } \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}\right), \quad A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

6 Ви навчилися визначати потенціал поля системи точкових зарядів $(\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_n)$, зображати поле за допомогою еквіпотенціальних поверхонь (поверхонь рівного потенціалу, всюди перпендикулярних до силових ліній) і визначати потенціальну енергію взаємодії двох точкових зарядів: $W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$.

7 Ви дізналися, що таке конденсатор і його електроємність $\left(C = \frac{q}{U}\right)$; вивели формулу електроємності плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ та формули загальної електроємності батареї конденсаторів: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$ для послідовного з'єднання та $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$ для паралельного.

8 Ви дізналися про енергію електричного поля зарядженого конденсатора $\left(W_p = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}\right)$ та про густину енергії електричного поля: $w_p = \frac{W_p}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 4 «ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ»

1 (*1 бал*) Якщо відстань між двома точковими зарядами збільшити в 3 рази, то сила їх електричної взаємодії:

а) зменшиться в $\sqrt{3}$ разу;
б) зменшиться в 3 рази;
в) зменшиться в 6 разів;
г) зменшиться в 9 разів.

2 (*1 бал*) Напруженість однорідного електричного поля в конденсаторі дорівнює 500 В/м. Це означає, що:

а) на заряд 500 Кл діє з боку поля сила 1 Н;
б) різниця потенціалів між обкладками конденсатора дорівнює 500 В;
в) різниця потенціалів між точками однієї силової лінії, відстань між якими 1 мм, дорівнює 0,5 В;
г) за відстані між двома точками 1 мм різниця потенціалів між ними дорівнює 0,5 В.

3 (*1 бал*) За наведеною на рис. 1 картиною силових ліній електричного поля порівняйте модулі напруженості поля і значення потенціалів у точках A і B.

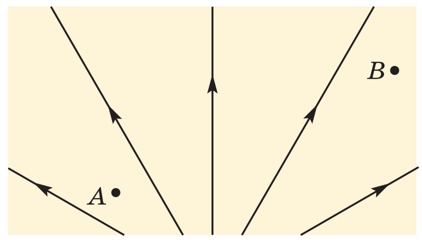


Рис. 1

а) $E_A > E_B$, $\varphi_A > \varphi_B$;
б) $E_A > E_B$, $\varphi_A < \varphi_B$;
в) $E_A < E_B$, $\varphi_A > \varphi_B$;
г) $E_A < E_B$, $\varphi_A < \varphi_B$.

4 (*1 бал*) Порівняйте роботи, які виконує електричне поле нерухомого позитивного заряду Q під час переміщення іншого позитивного заряду по зображених на рис. 2 траєкторіях.

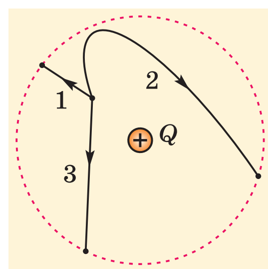


Рис. 2

а) $A_1 < A_3 < A_2$;
б) $A_1 = A_3 < A_2$;
в) $A_1 < A_3 = A_2$;
г) $A_1 = A_3 = A_2$.

5 (*2 бали*) Позитивний заряд $+q$ розташований у точці A, а негативний заряд $-q$ — у точці B. Виберіть правильне твердження щодо напруженості електричного поля цих зарядів у середині відрізка AB.

а) Напруженість напрямлена до точки A.
б) Напруженість напрямлена до точки B.
в) Напруженість напрямлена перпендикулярно до прямої AB.
г) Модуль напруженості дорівнює нулю.

6 (*2 бали*) До провідної кулі прикріплено провідне вістря. Порівняйте модулі напруженості поля та значення потенціалів у точці A на поверхні кулі й точці B на кінці вістря, якщо куля має позитивний заряд.

а) $E_A > E_B$, $\varphi_A > \varphi_B$;
б) $E_A = E_B$, $\varphi_A > \varphi_B$;
в) $E_A < E_B$, $\varphi_A > \varphi_B$;
г) $E_A < E_B$, $\varphi_A = \varphi_B$.

7 (*2 бали*) Коли заряджена частинка переходить із точки A (її потенціал φ_A) у точку B (її потенціал φ_B), швидкість частинки змінюється від v_A до v_B. Відношення заряду частинки до її маси дорівнює:

а) $\dfrac{v_B^2 - v_A^2}{\varphi_A - \varphi_B}$; б) $\dfrac{v_B^2 - v_A^2}{2(\varphi_A - \varphi_B)}$; в) $\dfrac{\varphi_A - \varphi_B}{2(v_B^2 - v_A^2)}$; г) $\dfrac{v_B^2 - v_A^2}{2(\varphi_B - \varphi_A)}$.

8 (*2 бали*) Конденсатори електроємністю 1, 3 і 6 мкФ з'єднані послідовно. Загальна електроємність цієї системи конденсаторів дорівнює:

а) 10 мкФ; б) 1,8 мкФ; в) 0,67 мкФ; г) 0,33 мкФ.

9 (*3 бали*) На корпусах двох конденсаторів зазначено «2 мкФ, 6 В» і «10 мкФ, 6 В». Конденсатори з'єднані послідовно. До якого максимального значення можна збільшувати напругу на цій ділянці кола?

10 (*3 бали*) Визначте загальну електроємність показаної на рис. 3 системи конденсаторів, якщо електроємність кожного з конденсаторів дорівнює 12 мкФ.

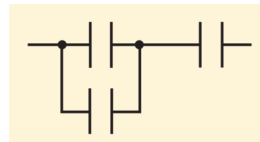


Рис. 3

11 (*4 бали*) На якому з показаних на рис. 4 конденсаторів найменша напруга? Електроємності конденсаторів $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ, $C_4 = 4$ мкФ.

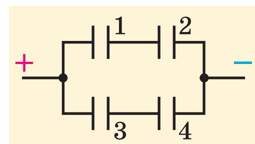


Рис. 4

12 (*4 бали*) У показаному на рис. 5 колі всі конденсатори однакові, конденсатор *1* заряджений, а конденсатори *2* і *3* — ні. У скільки разів зменшиться енергія конденсатора *1*, якщо замкнути ключ?

13 (*5 балів*) Два однакових тонких мідних диски, розташовані на відстані 2 мм один від одного, утворюють плоский повітряний конденсатор. У скільки разів зміниться електроємність цього конденсатора, якщо вставити між дисками слюдяну пластинку завтовшки 2 мм, як показано на рис. 6?

14 (*5 балів*) На рис. 7 наведено дві схеми з'єднань однакових конденсаторів електроємністю 3 мкФ. Визначте загальну електроємність кожної батареї конденсаторів.

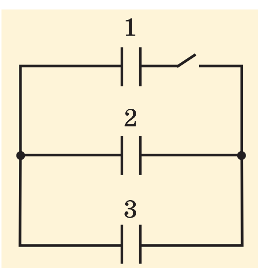


Рис. 5

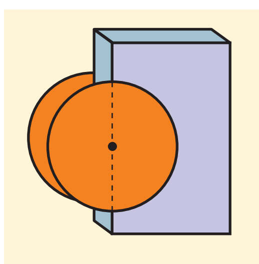


Рис. 6

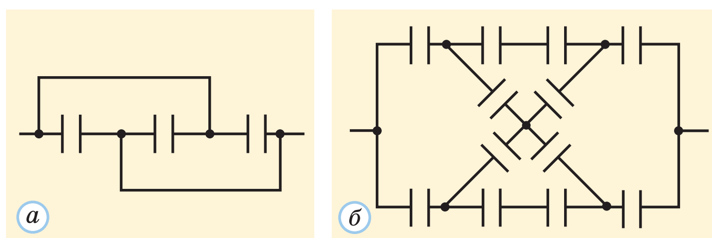


Рис. 7

! Звірте ваші відповіді з наведеними в кінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму поділіть на три. Одержаний результат відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

Тренувальні тестові завдання з комп'ютерною перевіркою ви знайдете на електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання».

ОРІЄНТОВНІ ТЕМИ ПРОЕКТІВ

1. Дослідження різних механізмів електризації.
2. Електризація в побуті та техніці.
3. Вплив електричного поля на здоров'я та самопочуття людини.
4. Електростатичний захист і його застосування.
5. Дослідження властивостей полярних діелектриків.

ТЕМИ РЕФЕРАТІВ І ПОВІДОМЛЕНЬ

1. Розвиток уявлень про електричне поле.
2. Історія конденсатора.
3. Конденсатор як накопичувач енергії.
4. Чи багато існує частинок без електричного заряду?
5. Нанотехнології та суперконденсатори.
6. Роль кулонівської взаємодії в реакціях поділу важких ядер.

ТЕМИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1. Виготовлення та градуювання саморобного електрометра.
2. Виготовлення саморобного конденсатора та вимірювання його електроємності.
3. Визначення електричної міцності повітря за різних умов.
4. Застосування металевої сітки для електростатичного захисту.

На електронному освітньому ресурсі «Інтерактивне навчання» ви знайдете не тільки корисні поради, що допоможуть вам у роботі над проектом, рефератом і в проведенні експерименту, а й цікаві додаткові відомості, енциклопедичну сторінку про електричне поле.

ВІДПОВІДІ ДО ВПРАВ І ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

Розділ 1. Механіка

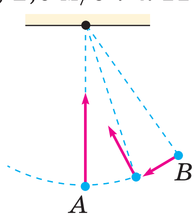
Вправа № 1. **2.** Матеріальна точка може пройти 5 сторін правильного шестикутника або переміститися на 3 м вгору, а потім на 2 м униз. **3.** а) Ні; б) ні; в) так; г) ні. **4.** а) 31,4 см і 20 см; б) 1,26 м і нуль. **5.** Ні. **6.** а) За модулем увесь час дорівнює 1 м, можливий будь-який напрям у площині КТ; б) модуль змінюється від 0 до 2 м, напрям — у межах 180°.

Вправа № 2. **1.** 16 і 48 км/год. **2.** а) 26 км/год; б) 34 км/год. **3.** Не може. **4.** 48 км/год. **5.** а) Від 3 до 7 с; б) 3 і 7 с; в) 5 с. **6.** 0,2 і 1,2 м/с. **7.** 10 і 14 км/год.

Вправа № 3. **1.** 2 м/с^2. **2.** 12 м/с; 95 м. **3.** 3 с; 12 с. **4.** 80 м/с. **5.** 1,5 м/с^2. **6.** 3 с. **7.** 30 с; 600 м. **8.** $a_x = -1$ м/с^2; $s = 46$ м. **11.** а) 7,5 м/с; б) 5,75 м/с.

Вправа № 4. **1.** 65°. **2.** 9,6 м. **3.** 60 м. **4.** 8 м. **5.** 25 м. **6.** 45 м. **7.** 2,6 с; 8,4 м; 19,5 м.

Вправа № 5 **1.** 60 с; 0,017 с$^{-1}$; 0,105 рад/с. **2.** 8,2 с; 0,12 с$^{-1}$. **3.** 0,63 рад/с; 2,6 м/с^2. **4.** 11 с; 1,1 рад/с.



6. Див. рисунок.
7. 100 м/с^2, униз; 100 м/с^2, угору.

Вправа № 6. **1.** 10 Н. **2.** 2 м/с^2. **3.** а) Ні; б) так; в) ні. **4.** 6,5 м/с^2. **5.** а) 2 Н; б) 6 Н. **6.** 48 т.

Вправа № 7. **1.** 6,7 мкН. **2.** 250 Н. **3.** Зменшилася в 1,7 разу. **4.** $6\cdot10^{24}$ кг. **5.** Зменшилася в 49 разів. **6.** а) Ні; б) ні; в) так; г) ні. **7.** 4,75 км/с. **8.** 6,6 м/с^2.

Вправа № 8. **2.** а) 5 Н; б) 10 Н; в) 12 Н; г) 12 Н. **3.** 2,5 м/с^2. **5.** Збільшиться в 1,5 разу. **6.** У другому випадку; в 1,5 разу. **7.** Не менше ніж 2 т. **8.** 14 м/с.

Вправа № 9. **1.** 2 м/с^2; 240 і 192 Н. **2.** 2 Н. **3.** 1. **4.** 2 г. **5.** 220 Н. **6.** 32 Н.

Вправа № 10. **1.** 34 Н, 20 Н. **2.** 60 см. **6.** 1,1 і 0,9 кН. **7.** На 3,3 мм вище центра більшої кулі. **8.** 52 Н. **9.** Не менше ніж 1.

Вправа № 11. **1.** а) Визначити за наведеними умовами прискорення центрів кульок неможливо; б) центр мас системи рухається з прискоренням $\vec{g}$. **2.** $0{,}2$ кг·м^2. **3.** $5\cdot10^{-5}$ кг·м^2. **4.** 0,01 Н. **5.** $\frac{g}{4}$.

Вправа № 12. **1.** 14 Н; протилежно руху поїзда. **2.** $g\sqrt{2}$. **3.** 9°. **4.** 1,7. **5.** Назад.

Вправа № 13. **1.** Модуль імпульсу платформи більший у 42 рази. **2.** 310 Дж. **3.** На 300 Н. **4.** 0,5 м/с. **5.** 360 кДж. **6.** 23 000 км. **7.** У 2,8 разу. **8.** На 0,51 м. **9.** Не більше ніж 44 %.

Вправа № 14. **1.** 490 кПа. **2.** 9 кг. **3.** 1,6 м/с. **5.** 6,3 м/с. **7.** 10 м/с.

Вправа № 15. **1.** 38 Дж. **2.** Зменшиться в 4 рази. **3.** 34 рад/с. **4.** Через 27 років. **6.** Більша швидкість потрібна, щоб влучити в Сонце. **8.** Момент імпульсу зручно виразити через швидкість тіла в точці, що лежить на малій півосі траєкторії.

Вправа № 16. **1.** 1,6 кг. **2.** 0,56 м. **3.** 0,75 м/с. **4.** 1,2 м/с. **5.** 1 м і 64 см. **6.** 14 м/с. **7.** 0,67 с.

Вправа № 17. **1.** 20 м/с. **2.** 2,5 с. **3.** 900 м. **5.** В обох випадках — праворуч. **6.** 96 м. **7.** 5 Гц. **8.** 190 Гц. **9.** 1 см.

Завдання для самоперевірки до розділу 1«Механіка»

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь	г	б	г	в	б	а	б	б

9. 36 с. **10.** 1,9 с. **11.** 30 м. **12.** 2,5 год. **13.** $6mg$.
14. $T = \frac{mg(1+\sin\alpha)}{2}$.

Розділ 2. Елементи спеціальної теорії відносності

Вправа № 18. **1.** 0,8 м. **2.** $0{,}8c$. **3.** $0{,}78c$.

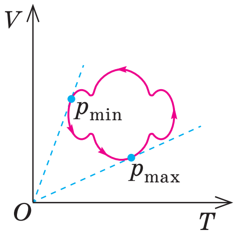
Вправа № 19. **1.** $4{,}5\cdot10^5\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$. **2.** $4{,}5\cdot10^{16}$ Дж; $1{,}25\cdot10^{10}$ кВт·год. **3.** $3\cdot10^{15}$ Дж. **4.** $4\cdot10^5$ с (4,6 доби).

Розділ 3. Молекулярна фізика та термодинаміка

Вправа № 20. **4.** 0,028 і 0,016 кг/моль. **5.** 83 моль. **6.** Розмір молекул не перевищує 10^{-8} м. **7.** 2 моль. **8.** $2\cdot10^{11}$.

Вправа № 21. **1.** Збільшився на 44 %. **2.** 32 кПа. **3.** 94 кПа. **4.** $6\cdot10^{11}$ Дж.

Вправа № 22. **1.** $2{,}1\cdot 10^{-21}$ Дж. **2.** 620 м/с. **3.** Збільшиться в 1,2 разу. **4.** Наприклад, неону. **7.** 4,7 мм.
Вправа № 23. **1.** 1,3 кг. **2.** Ні. **3.** 160 кПа.
4. а) 10 МПа; б) 11 МПа. **5.** 2 мм.

7. 

8. Приблизно 0,4 нм. **9.** 170 кПа.
Вправа № 24. **1.** У 43 рази. **2.** 60 %. **3.** 12,4 г/м^3.
4. 43 %. **5.** 0,36 кг. **6.** 100 %. **7.** 1,7 г. **8.** 18 °С.
Вправа № 25. **1.** а) Так; б) так; в) ні. **2.** а) так; б) ні; в) ні. **4.** 41 кДж. **5.** Горизонтальна ділянка нижчої ізотерми довша в 3,2 разу.
Вправа № 26. **1.** 2 мДж. **3.** 7,4 см; 3,8 см. **5.** На 49 Па; на 53 Па (у мильній бульбашці додатковий тиск створюють дві поверхні мильної плівки). **6.** $r \ll \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$. 7. 0,92 мкДж. **8.** $p_Л = \frac{\sigma}{r}$.
9. $h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}$.
Вправа № 27. **1.** а) Розтягнення; б) стиснення; в) вигин. **2.** 20 МПа; $1{,}6\cdot 10^{-4}$. 3. 78 МПа. 4. 180 Н/м. **5.** 0,31 МПа. **6.** 570 м. **7.** Зменшується на 1 %.
Вправа № 28. **1.** 19 кДж. **2.** 1 кДж. **3.** –5 кДж. **4.** а) ΔU, Q; б) A. **5.** 750 Дж. **6.** 330 м/с. **7.** 52 °С.
8. а) $A' = 1{,}5$ кДж, $\Delta U = 2{,}85$ кДж, $Q = 4{,}35$ кДж; б) $A' = 1{,}1$ кДж, $\Delta U = 0{,}75$ кДж, $Q = 1{,}9$ кДж. **10.** 900 Дж. **11.** 4 кДж. **12.** Зменшилася на 750 Дж.
Вправа № 29. **1.** 30 %. **2.** 25 %. **3.** 14,5 кДж. **4.** 977 °С. **5.** 20 кг. **6.** 500 кДж.

Завдання для самоперевірки до розділу 3 «Молекулярна фізика та термодинаміка»

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь	в	а	в	г	б	г	г	а

9. 480 м/с. **10.** 36 мН/м; 90 мкН. **11.** У 6 разів. **12.** На 0,48 %. **13.** На 11 °С. **14.** 9,6 кДж.

Розділ 4. Електричне поле

Вправа № 30. **1.** По 1 нКл. **2.** 9 кН. 4. 0,6 МН/Кл. **5.** $E_A > E_B$. **6.** 0,86 мкКл. **7.** 97 кН/Кл.
8. 45 кН/Кл. **9.** $E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0}$.
Вправа № 31. **3.** Зменшиться у 2,1 разу. 4. *1* — парафінова, *2* — залізна, *3* — слюдяна.
5. 25 кН/Кл. **6.** Збільшиться в 4,3 разу.
Вправа № 32. **1.** 1 мкДж. **2.** $8\cdot 10^{-18}$ Дж. **3.** а) Зменшилася; б) збільшилася. **4.** Розмістити в полі провідний куб. **5.** 5 м/с. **6.** 2,8 В. **7.** 50 В.
8. а) Не можуть; б) можуть. **9.** 500 км/с.
Вправа № 33. **2.** 0,885 мкФ. **3.** а) 2 мкФ; б) 9 мкФ. **4.** 1 Дж. **5.** а) 0,4 мкФ; б) 0,6 мкФ; в) 0,5 мкФ. **6.** $q_1 = q_4 = 1{,}2$ мкКл, $q_2 = q_3 = 2{,}4$ мкКл. **7.** Напруга на першому конденсаторі та енергія його поля в 1,5 разу менші. **8.** 9 В. **9.** 0,16 мДж/м^3. **10.** 250 Вт.

Завдання для самоперевірки до розділу 4 «Електричне поле»

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8
Відповідь	г	в	а	г	б	г	б	в

9. 7,2 В. **10.** 8 мкФ. **11.** На конденсаторі *2*.
12. У 9 разів. **13.** Збільшиться в 4 рази.
14. а) 9 мкФ; б) 2 мкФ.

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

ЗМІСТ

Відомості про користування підручником

№ з/п	Прізвище та ім’я учня / учениці	Навчаль-ний рік	Стан підручника	
			на початку року	в кінці року
1				
2				
3				
4				
5				

Навчальне видання

ГЕЛЬФГАТ Ілля Маркович

«ФІЗИКА
(профільний рівень, за навчальною програмою
авторського колективу під керівництвом Локтєва В. М.)»
підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Провідний редактор *І. Л. Морева*. Редактор *О. В. Костіна*.
Художнє оформлення *В. І. Труфен*. Технічний редактор *А. В. Пліско*.
Комп’ютерна верстка *С. В. Яшиш*. Коректор *Н. В. Красна*

В оформленні підручника використані зображення,
розміщені в мережі Інтернет для вільного використання

Підписано до друку 10.07.2018 р. Формат 84×108/16.
Папір офсетний. Гарнітура Шкільна. Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 28,56. Обл.-вид. арк. 27,4.
Тираж 5579 прим. Зам. № 6286

ТОВ Видавництво «Ранок»,
вул. Кібальчича, 27, к. 135, Харків, 61071.
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 5215 від 22.09.2016.
Адреса редакції: вул. Космічна, 21а, Харків, 61145.
E-mail: office@ranok.com.ua. Тел. (057) 719-48-65, факс (057) 719-58-67.

Надруковано у друкарні ТОВ «Фактор-Друк»,
вул. Саратовська, 51, Харків, 61030.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 5496 от 23.08.2017.
Тел. +38 (057) 717-51-85. E-mail: office@druk.factor.ua

ФІЗИКА 10

ПРОФІЛЬНИЙ РІВЕНЬ

Особливості підручника:

- **глибокий аналіз фізичних явищ і законів**
- **спрямованість на ефективне формування ключових і предметних компетентностей**
- **органічне поєднання традиційних і новітніх підходів до викладання фізики**
- **стиль викладання матеріалу, що активує розумову діяльність учнів і розвиває їхні дослідницькі здібності**
- **цікава інформація про історію розвитку фізики та техніки у світі та в Україні**

Інтернет-підтримка дозволить:

- **здійснити онлайн-тестування за кожною темою**
- **ознайомитися з додатковими відомостями, пов’язаними зі змістом параграфів**
- **отримати корисні поради щодо підготовки проектів, доповідей, проведення самостійних експериментальних досліджень**

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

ISBN 978-617-09-4361-3
9 786170 943613
22952479

Інтернет-підтримка
interactive.ranok.com.ua